

Thermodynamique industrielle

I. Caractéristiques des écoulements

1 - Introduction

Le fluide permettant les échanges thermiques dans un réfrigérateur circule dans une canalisation et traverse différents corps (cf fig. 1.1) :

- un compresseur ;
- des échangeurs thermiques (condenseur et évaporateur) ;
- et un détendeur.

Le principe du réfrigérateur est le suivant : un fluide plus froid que l'intérieur du réfrigérateur se réchauffe en prélevant de l'énergie au contenu du réfrigérateur par l'intermédiaire d'un serpentin (le contenu est considéré comme la source froide). Le fluide passe ensuite dans un compresseur et devient plus chaud que l'air extérieur. Un second serpentin situé à l'arrière du réfrigérateur permet d'évacuer l'énergie du fluide sous pression au contact de l'air extérieur (considéré comme la source chaude). Enfin, grâce au détendeur, le fluide atteint une température plus basse que la source froide en passant d'une haute pression à une basse pression.

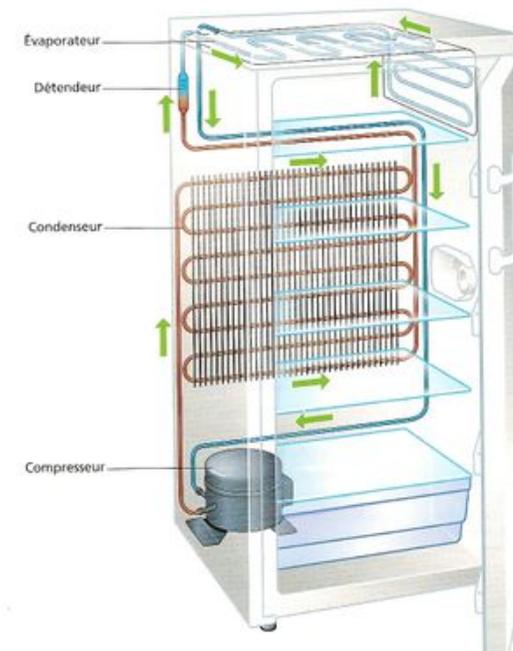


FIGURE 1.1 – Schéma de la canalisation à l'intérieur d'un réfrigérateur

Propriété :

On considère ici un écoulement **stationnaire** c'est à dire un écoulement caractérisé par des grandeurs (vitesse, pression, température,...) ne dépendant pas du temps.

Propriété :

L'écoulement est également supposé **laminaire** c'est à dire que les trajectoires de deux particules fluides voisines ne se croisent pas.

2 - Le débit

a) Débit massique

Le débit massique est la masse qui passe par seconde à travers un endroit donné d'une canalisation. Il dépend évidemment de la vitesse, de la masse volumique du fluide qui s'écoule.

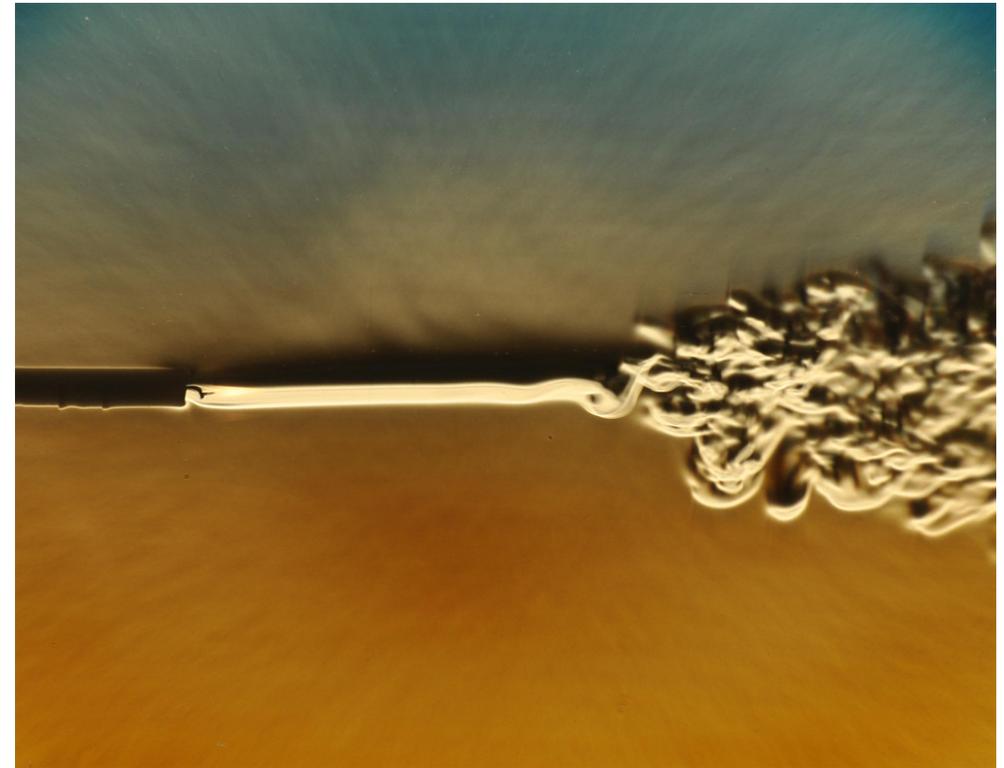


FIGURE 1.2 – Transition laminaire turbulent. Wikipédia Gary Settles.

Définition :

Le débit massique d'un fluide traversant une canalisation de surface S est la masse δm traversant cette section pendant dt :

$$D_m = \frac{\delta m}{dt} = \iint_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} \text{ en } \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

où ρ est la masse volumique du fluide et \vec{v} son profil de vitesse.

En général, la vitesse n'est pas uniforme sur une section de canalisation, elle est plus faible sur les bords qu'au centre.

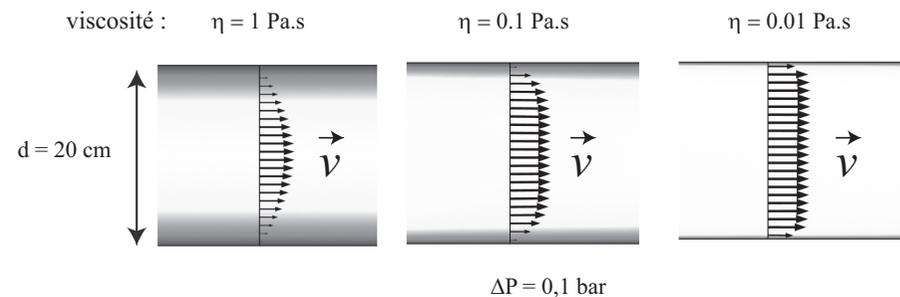


FIGURE 1.3 – Profil de vitesse en fonction de la viscosité

Propriété :

Lorsque le fluide est parfait, on admet que la vitesse du fluide est uniforme sur une section de canalisation, le débit massique s'exprime alors sous la forme :

$$D_m = \rho S v$$

Pour un profil de vitesse uniforme, il est possible de retrouver l'expression du débit. Soit δm la masse qui traverse une section S de canalisation, les particules de fluide qui traversent S se sont déplacées de $v \times dt$ pendant dt . Elles appartiennent donc à un cylindre de hauteur $v dt$ et de section S . La masse de ce cylindre vaut alors :

$$\delta m = \rho \times S \times v dt \quad \text{soit} \quad \frac{\delta m}{dt} = \rho S v$$

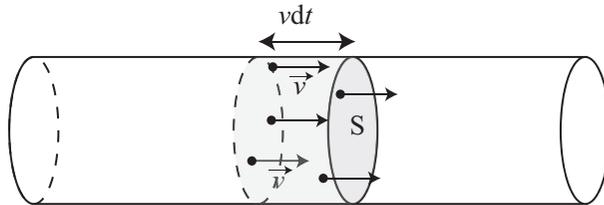


FIGURE 1.4 – Aspect microscopique du débit

Remarque 1 :

On utilise aussi le débit volumique exprimé en $m^3.s^{-1}$ défini par :

$$Q_V = \frac{\delta V}{dt} = \iint_S \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

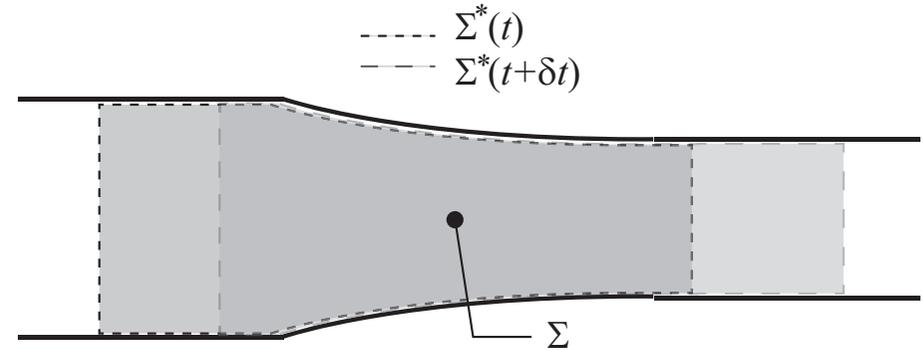
Pour un fluide parfait, le débit volumique s'exprime simplement en fonction de la vitesse du fluide et de la section de canalisation :

$$Q_V = S \times v$$

b) Conservation du débit

Propriété :

Pour un fluide en écoulement stationnaire dans une canalisation, le débit massique est conservé.



On considère un système fermé défini par la surface de contrôle $\Sigma^*(t)$. Suite à l'écoulement du fluide pendant δt , le fluide initialement contenu dans $\Sigma^*(t)$ se retrouve dans la surface de contrôle $\Sigma^*(t + \delta t)$. Le système étant fermé :

$$m_{\Sigma^*(t)} = m_{\Sigma^*(t+\delta t)}$$

La masse contenue dans $\Sigma^*(t)$ se décompose en une fraction δm_1 qui traverse S_1 et en $m_{\Sigma}(t)$ qui se situe dans la partie commune à $\Sigma^*(t)$ et $\Sigma^*(t + \delta t)$. De même, la masse contenue dans $\Sigma^*(t + \delta t)$ se décompose en une fraction δm_2 qui traverse S_2 et en $m_{\Sigma}(t + \delta t)$. On peut donc écrire :

$$\delta m_1 + m_{\Sigma}(t) = \delta m_2 + m_{\Sigma}(t + \delta t)$$

En régime permanent, la masse située dans la partie commune est constante :

$$m^*(t) = m^*(t + \delta t)$$

. On en déduit que

$$\delta m_1 = \delta m_2$$

Par définition du débit massique ($D_m = \delta m / \delta t$), on peut donc conclure que le débit massique à gauche du convergent ($\delta m_1 / \delta t$) est le même que celui de droite ($\delta m_2 / \delta t$) :

$$D_{m,1} = D_{m,2}$$

Remarque 2 :

Pour un fluide incompressible, le débit volumique est également conservé puisque $\rho = C^{te}$.

Exemple 1
D'après CCP 13

On désire connaître la vitesse de l'eau à l'extrémité d'une lance à incendie. Le diamètre du tuyau est noté d_1 et celui de l'extrémité de la lance d_2 . On considère l'eau comme un fluide parfait, homogène et incompressible et que l'écoulement est stationnaire.



1 - Calculer la vitesse d'entrée du fluide notée v_1 dans le tuyau de diamètre d_1 et en déduire la vitesse de sortie du fluide v_2 .

2 - Estimer la hauteur atteinte par un jet sans et avec lance à incendie en considérant un mouvement balistique pour les particules de fluide.

Données : $Q_V = 1000 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, $d_1 = 110 \text{ mm}$, $d_2 = 25 \text{ mm}$.

1 - Par définition du débit :

$$Q_V = \pi \frac{d_1^2}{4} \times v_1$$

, On en déduit que :

$$v_1 = \frac{4Q_V}{\pi d_1^2} = 1,75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Un calcul similaire donne :

$$v_2 = \frac{Q_V}{\pi d_2^2} = 34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

2 - Avec un modèle balistique, l'altitude maximale atteinte est :

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

On obtient alors une hauteur de 15 cm sans lance et 58 m avec. Bien évidemment, l'hypothèse de fluide parfait est à revoir ici, le fluide n'ira pas aussi haut.

3 - Premier principe pour les écoulements

a) Démonstration

On considère un écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide incompressible dans une conduite horizontale.

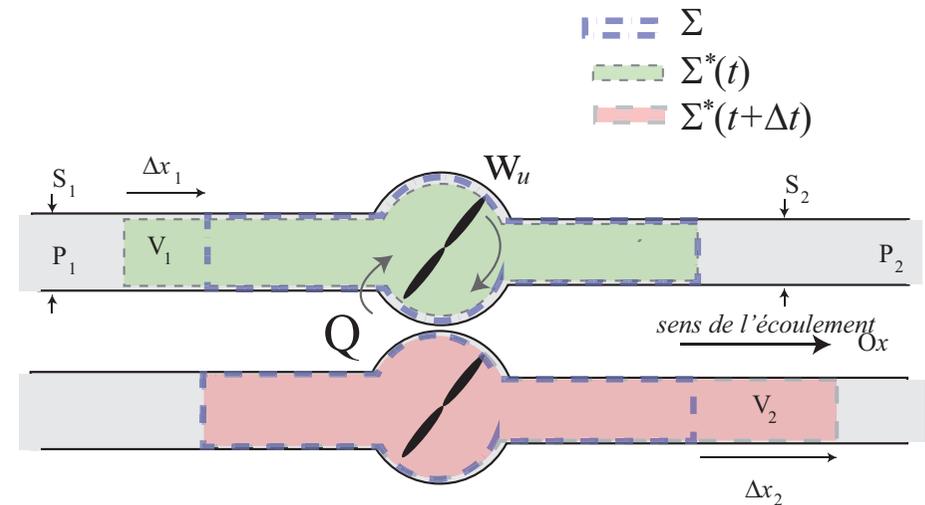


FIGURE 1.5 – Notations des surfaces de contrôle

Définissons un système fermé par la surface de contrôle $\Sigma(t)$ qui correspond à un tube de courant. L'écoulement étant laminaire, le fluide initialement contenu dans $\Sigma^*(t)$ se retrouve dans la surface de contrôle $\Sigma^*(t + \Delta t)$. Le système fermé est

- soumis aux forces de pression à droite et à gauche de la surface de contrôle
- reçoit un travail de parties mécaniques mobiles W_u appelée (travail utile)
- reçoit de l'énergie Q_e par transfert thermique (appelée énergie échangée).

Appliquons le premier principe de la thermodynamique au système fermé entre les instants t et $t + \Delta t$ en tenant compte de la variation d'énergie cinétique :

$$(U_{\Sigma^*(t+\Delta t)} + E_{C,\Sigma^*(t+\Delta t)} - (U_{\Sigma^*(t)} + E_{C,\Sigma^*(t)})) = W(\text{pression}) + W_u + Q_e$$

Le système est soumis à gauche à la force pressante $\vec{F}_1 = P_1 S_1 \vec{e}_x$. Cette force agit pendant le déplacement $\Delta x_1 \vec{e}_x$ du système. Le travail de cette force est donc $\vec{F}_1 \cdot \Delta x_1 \vec{e}_x = P_1 S_1 \Delta x_1$. De même, la frontière qui se déplace à droite subit la force $\vec{F}_2 = -P_2 S_2 \vec{e}_x$ lors du déplacement de $\Delta x_2 \vec{e}_x$. On en conclut que le travail des forces de pression est

$$W(\text{pression}) = P_1 S_1 \Delta x_1 - P_2 S_2 \Delta x_2 = P_1 V_1 - P_2 V_2$$

avec $V_1 = S \Delta x_1$ et $V_2 = S \Delta x_2$.

Notons Σ la portion du système se retrouvant dans la zone commune à $\Sigma^*(t)$ et $\Sigma^*(t + \Delta t)$. Σ définit un système ouvert. L'énergie étant extensible, elle peut se décomposer en deux contributions, celle contenue dans Σ et le reste :

$$U_{\Sigma^*(t)} = U_{\Sigma}(t) + U_1 \quad \text{et} \quad E_{C,\Sigma^*(t)} = E_{C,\Sigma}(t) + E_{C,1}$$

De même, à l'instant $t + \Delta t$, nous pouvons écrire :

$$U_{\Sigma^*(t+\Delta t)} = U_{\Sigma}(t + \Delta t) + U_2 \quad \text{et} \quad E_{C,\Sigma^*(t+\Delta t)} = E_{C,\Sigma}(t + \Delta t) + E_{C,2}$$

L'écoulement étant **stationnaire**, l'énergie contenue dans le système ouvert Σ ne dépend pas du temps :

$$U_{\Sigma}(t) = U_{\Sigma}(t + \Delta t) \quad \text{et} \quad E_{C,\Sigma}(t + \Delta t) = E_{C,\Sigma}(t)$$

Le bilan d'énergie précédent se simplifie alors en :

$$U_2 + E_{C,2} - (U_1 + E_{C,1}) = P_1 V_1 - P_2 V_2 + W_u + Q_e$$

En reconnaissant l'expression de l'enthalpie ($H = U + PV$), l'équation devient :

$$H_2 + E_{C,2} - (H_1 + E_{C,1}) = W_u + Q_e$$

De plus, la conservation du débit massique assure que $m_2 = m_1$. En divisant par cette masse, on obtient :

$$\Delta(h + e_C) = w_u + q_e$$

où

- Δ correspond à une différence entre l'aval et l'amont de la canalisation ;
- h est l'enthalpie massique du fluide ;
- e_C est l'énergie cinétique massique du fluide ($e_C = \frac{1}{2}v^2$) ;
- w_u et q_e sont les échanges d'énergie massique reçus par le fluide sous forme de travail des parties mobiles et de transfert thermique.

Pour une canalisation possédant une modification de la hauteur de sortie par rapport à celle d'entrée, un bilan d'énergie en tenant compte de l'énergie potentielle donne :

$$\Delta(h + e_C + e_P) = w_u + q_e$$

où e_P est l'énergie potentielle massique de pesanteur ($e_P = gz$).



Définition :

Considérons un kilogramme de fluide en écoulement **stationnaire**, recevant un travail utile w_u donné par des parties mobiles et échangeant par transfert thermique une énergie q_e , alors

$$\Delta(h + e_C + e_P) = w_u + q_e$$

Remarque 3 :

La formulation de ce bilan d'énergie pour un écoulement ressemble à l'écriture du premier principe pour les systèmes fermés ($\Delta U = W + Q$). La ressemblance est formelle car le système considéré lors de l'écoulement est un système ouvert. Pour un écoulement, la différence Δ correspond à une différence amont-aval, tandis que pour un système fermé, Δ correspond à une différence final-initial. Enfin W est le travail des forces de pression qui est contenu dans la variation d'enthalpie pour les systèmes ouverts.

b) Simplification

Pour des fluides classiques, $c_p \sim 1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$. Pour augmenter la température de 10°C , la variation d'énergie cinétique équivalente est

$$\Delta v^2/2 = 10^4 \quad \text{soit} \quad \Delta v \sim 200 \text{ m.s}^{-1}$$

Ainsi pour les machines dont le but n'est pas d'exploiter ou de favoriser les variations de vitesses d'un fluide (tuyère d'avion...), Δe_C est négligeable.

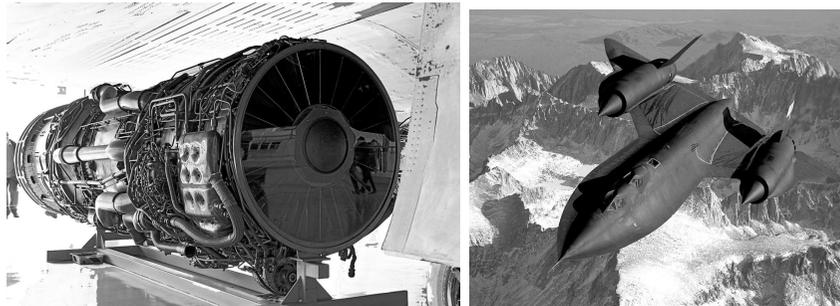


FIGURE 1.6 – Turbo réacteur de Lockheed

Pour augmenter la température de 1°C , la variation d'énergie potentielle équivalente est

$$\Delta gz = 10^3 \quad \text{soit} \quad \Delta z \sim 100 \text{ m}$$

Ainsi pour des machines d'extension spatiale limitée (hors haut fourneau), Δe_p est négligeable.



FIGURE 1.7 – Haut fourneau de Belval (Luxembourg) 60 m

Propriété :

Pour les machines « usuelles » (comme les réfrigérateurs, les pompes à chaleur...), les variations d'énergie potentielle et cinétique sont négligeables devant la variation d'enthalpie et il reste

$$\Delta h = w_u + q_e$$

4 - Second principe pour les machines

Une démonstration similaire au premier principe permet de relier la variation d'entropie massique Δs d'un fluide en écoulement stationnaire. Δs correspond à la variation d'entropie entre l'aval et l'amont d'une portion de canalisation.

$$\Delta s = s_{\text{ech}} + s_{\text{créée}}$$

avec $s_{\text{ech}} = q_e/T_{\text{ext}}$ et $s_{\text{créée}} > 0$ si la transformation est irréversible et $s_{\text{créée}} = 0$ si elle est réversible.



FIGURE 1.8 – Génératrice électrique à gaz

5 - Relation énergie massique-puissance

Les machines industrielles sont souvent équipées de plaque signalétique permettant de connaître la puissance consommée ainsi que le débit. En l'absence d'information sur le rendement, on pourra supposer que la puissance consommée est intégralement transmise sous forme mécanique.

TROUVER PLAQUE D UNE POMPE A CHALEUR



FIGURE 1.9 – Plaque signalétique d'une pompe

Propriété :

Soit D_m le débit massique du fluide dans la canalisation. Si il reçoit un travail w_u à l'aide de parties mobiles et échange par transfert thermique une énergie q_e alors la puissance reçue par travail utile notée \mathcal{P}_u et la puissance thermique échangée \mathcal{P}_e sont définies par :

$$\mathcal{P}_u = D_m w_u \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_e = D_m q_e$$

6 - Efficacités et rendement

On définit le rendement pour une machine motrice (moteur, générateur) et efficacité pour les machines réceptrices (pompe à chaleur, réfrigération...) selon les valeurs suivantes :

$$\eta_{\text{moteur}} = \frac{-W}{Q_C}, e_{\text{clim}} = \frac{Q_F}{W} \quad \text{et} \quad e_{\text{chauff}} = \frac{-Q_C}{W}$$

Il est également possible de définir ces coefficients à l'aide des puissances mises en jeu :

$$\eta_{\text{moteur}} = \frac{-\mathcal{P}_m}{\mathcal{P}_C}, e_{\text{clim}} = \frac{\mathcal{P}_F}{\mathcal{P}_m} \quad \text{et} \quad e_{\text{chauff}} = \frac{-\mathcal{P}_C}{\mathcal{P}_m}$$

Au lieu des termes efficacité et rendement, on trouve également dans les notices industrielles le terme « coefficient de performance », désigné par C.O.P.

Le fonctionnement de certaines pompe à chaleur est dit « réversible ». Ce terme du langage courant n'est pas thermodynamique et indique simplement que la machine peut être utilisée en tant que chauffage ou climatisation.

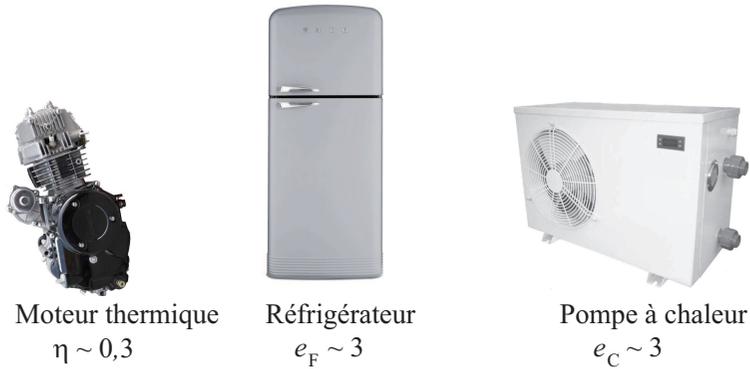


FIGURE 1.10 – Coefficient de performances usuels

II. Les éléments usuels d'une machine

1 - Détendeur

a) Description

Un détendeur est un dispositif permettant de faire chuter la pression grâce à un rétrécissement brutal de la section de la canalisation. Sans partie mécanique, la pression du fluide est abaissée par un passage dans un tube de diamètre voisin de $100 \mu\text{m}$. En général, le diamètre peut être réglable à l'aide d'un pointeau pour choisir la pression voulue.

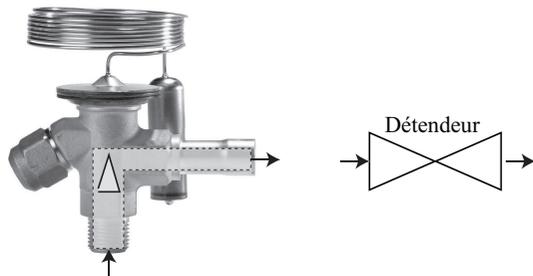


FIGURE 1.11 – Détendeur de réfrigérateur et schéma

b) Modélisation

La longueur de canalisation des détendeurs est faible comparée aux échangeurs. On suppose donc que la transformation du fluide est alors adiabatique. En l'absence de partie mobiles, on peut donc écrire que

$$\Delta h_{\text{détendeur}} = 0$$

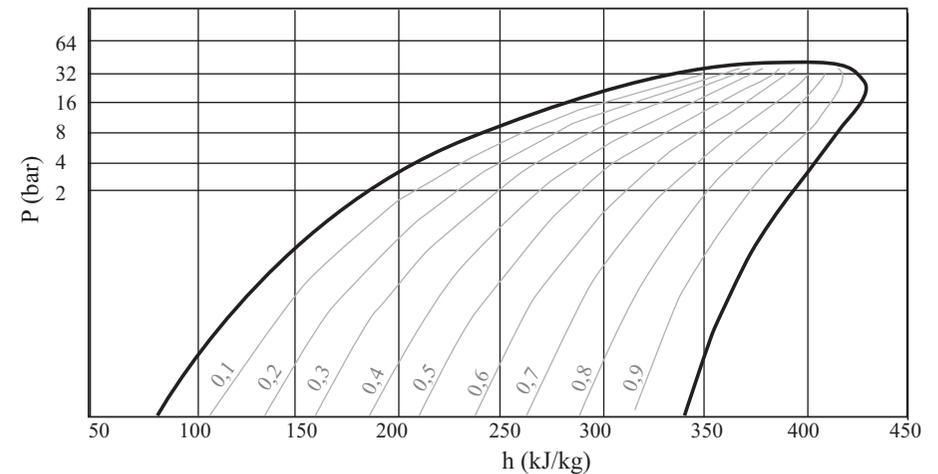
Il s'agit d'une détente isenthalpique (ou de Joule Thomson) vue en première année.

Remarque 4 :

Pour un gaz parfait, l'intérêt est limité puisqu'il n'y a pas de changement de température ($\Delta h = c_p \Delta T = 0$). En revanche pour un liquide saturant, la température s'abaisse d'autant plus que la pression chute.

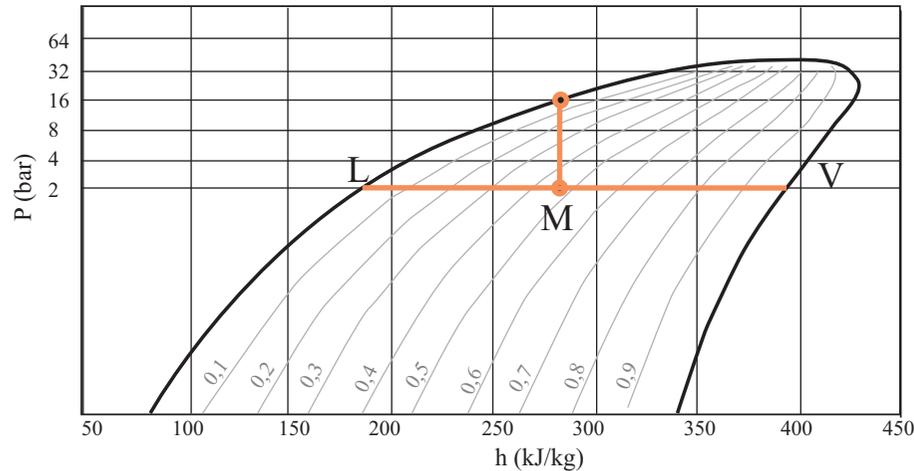
Exemple 2

Un détendeur calorifugé fait passer un liquide saturant du fluide R134a d'une pression de 16 bar à une pression de 2 bar.



- 1 - Représenter les isothermes correspondant aux pressions indiquées.
- 2 - Représenter la transformation sur le diagramme enthalpique fourni.
- 3 - Déterminer le titre massique en vapeur à l'état final.

Pour un détendeur calorifugé, la détente est isenthalpique, on en déduit que la transformation se représente par une droite verticale.



En appliquant le théorème des moments, on en déduit que

$$x_v = \frac{LM}{LV} = 0,58$$

2 - Échangeur thermique

a) Description

On appelle échangeur thermique un dispositif permettant l'échange d'énergie par transfert thermique avec un autre système, en général un thermostat. Afin de favoriser les échanges thermiques, la surface d'échange est optimisée par une grande longueur de canalisation. Le symbole usuel utilisé pour un échangeur thermique est présenté ci-dessous. En négligeant la viscosité du fluide, on suppose que les échanges se font à pression constante.

b) Modélisation

Dans un échangeur où la section de la canalisation est constante, la pression est identique en tout point si la viscosité est négligée (cf. chapitre précédent). Le transfert thermique q_e peut être estimé dans le chapitre de thermodynamique sur les transferts thermiques. On se contentera ici de l'évaluer en connaissant

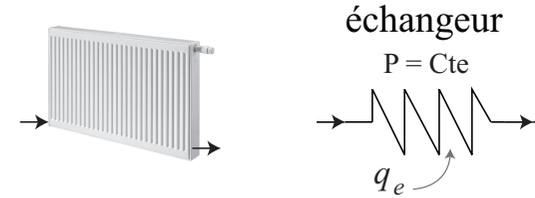


FIGURE 1.12 – Echangeur domestique et schéma

l'état initial et l'état final. En l'absence de partie mobile, la variation d'enthalpie vaut :

$$\Delta h_{\text{échangeur}} = q_e$$



Exemple

3

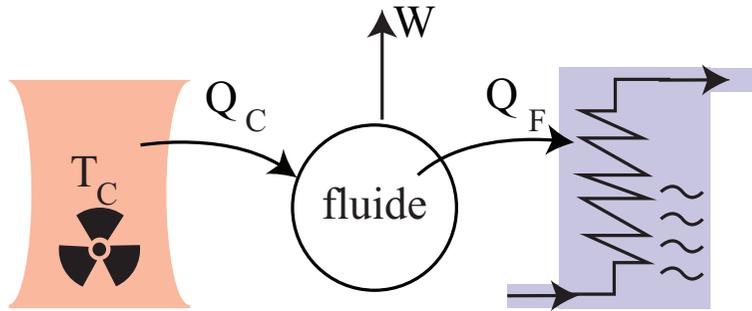
La centrale de Saint-Laurent-des-Eaux dans le Loir-et-Cher fonctionne avec deux réacteurs d'une puissance électrique unitaire de 900 MW. On modélise le système par un moteur ditherme où source chaude est l'énergie nucléaire et la source froide la Loire. Le rendement de l'installation est de $\eta = 0,3$.



- 1 - Effectuer un schéma légendé en faisant apparaître les échanges d'énergie. On orientera les échanges dans le sens effectif.
- 2 - Déterminer la puissance libérée à la source froide.
- 3 - Le débit de la Loire est de $50 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, déterminer l'élévation de température de la Loire. Commenter.

Données : $\rho_{\text{eau}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

- 1 - On peut effectuer le schéma suivant où le rôle de la source froide est joué par la Loire et la source chaude par la source radioactive :



2 - Avec les orientations choisies, par définition :

$$\eta = \frac{W}{Q_C}$$

En tenant compte de l'orientation des échanges d'énergie, le premier principe appliqué au fluide sur un cycle permet d'écrire :

$$-W + Q_C - Q_F = 0$$

En utilisant le rendement, il vient :

$$Q_F = -W + Q_C = -W(1 - 1/\eta)$$

Le travail fourni par le fluide W est celui récupéré de façon électrique. Les relations précédentes s'écrivent également avec les puissances. L'expression de la puissance libérée à la source froide vaut donc :

$$\mathcal{P}_F = \mathcal{P}_{elec} \frac{1 - \eta}{\eta}$$

soit, en tenant compte des deux réacteurs :

$$\mathcal{P}_F = 2 \times 900.10^6 \times \frac{1 - 0,3}{0,3} = 4200 \text{ MW}$$

3 - Appliquons le premier principe à l'eau en écoulement se comportant comme un échangeur sans partie mobile :

$$\Delta h = q_e = \frac{\mathcal{P}_F}{D_m}$$

On en déduit l'élévation de température :

$$\Delta T = \frac{\mathcal{P}_F}{D_m c_{eau}}$$

On obtient :

$$\Delta T = \frac{4200.10^6}{50 \times 1.10^3 \times 4,18.10^3} = 20 \text{ K}$$

Il est donc nécessaire d'avoir un autre système de refroidissement comme les immenses cheminées visibles sur le cliché. Le panache blanc visible est de la condensation de vapeur d'eau : l'énergie cédée à la source froide est principalement évacuée par vaporisation de l'eau.

3 - Turbine et compresseur

a) Description

Les turbines et compresseur sont des appareils munis de parties mobiles permettant la compression ou la détente d'un fluide. Il est alors possible de fournir un travail mécanique pour augmenter la pression du fluide ou d'en récupérer pour diminuer la pression. Ce travail est récupérable sur l'arbre mécanique où sont situées les parties mobiles. Les symboles usuel utilisés pour les turbines et les compresseur sont présentées ci-dessous

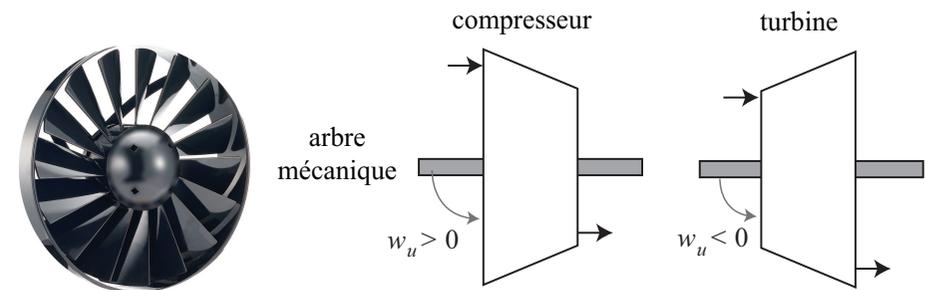


FIGURE 1.13 – Compresseur et turbine industriels et schéma

b) Modélisation

En général, les compresseurs sont supposés calorifugés au regard des échangeurs puisque la longueur de canalisation est beaucoup plus faible. De plus, on les suppose généralement réversible ce qui impose que l'évolution du fluide est isentropique.

$$\Delta h_{\text{turbine}} = w_u$$

Pour une compression, le fluide reçoit du travail $w_u > 0$. Pour une détente, le fluide fournit du travail $w_u < 0$.

Exemple 4

D'après Oral BCPST 17

Un compresseur calorifugé comprime de façon adiabatique réversible de l'air, de la pression $P_1 = 1,0$ bar à la pression $P_2 = 4,0$ bar. L'air est refoulé avec un débit de $Q_v = 290$ L.min⁻¹. La température initiale est de $T_1 = 298$ K. L'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient isentropique du gaz est noté $\gamma = 1,4$, de masse molaire $M = 29$ g.mol⁻¹ et de capacité thermique massique vaut : $c_p = 1,0$ kJ.K⁻¹.kg⁻¹.



- 1 - Calculer la température de l'air en sortie du compresseur.
- 2 - Déterminer puis calculer le travail massique reçu par le gaz lors de la compression.
- 3 - En déduire la puissance du compresseur.

1 - Lors de l'évolution adiabatique réversible, le gaz parfait suit la loi de Laplace :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

d'où
$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 440 \text{ K}$$

2 - La variation d'enthalpie massique lors de la traversée du gaz vaut :

$$\Delta h = c_p(T_2 - T_1)$$

Le compresseur étant calorifugé, le transfert thermique est nul

$$q_e = 0$$

En utilisant l'équation des machines, on peut conclure que

$$\Delta h = w_u (+q_e) = c_p(T_2 - T_1) = 142 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

3 - Le débit massique est donné par

$$D_m = \rho_2 Q_v(\text{sortie})$$

L'air étant assimilé à un gaz parfait,

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{MP_2}{RT_2}$$

A.N. :

$$\rho_2 = 3,17 \text{ kg.m}^3$$

On en déduit la valeur numérique du débit massique :

$$D_m = 3,17 \times \frac{290 \cdot 10^{-3}}{60} = 15,3 \text{ g.s}^{-1}$$

On obtient alors la puissance du compresseur :

$$\mathcal{P} = D_m \times w_u = 2,17 \text{ kW}$$

III. Études de cas

1 - Exploitation d'une énergie potentielle

Exemple 5

Le barrage de Vouglans comporte une turbine alimentée par une retenue d'eau selon le schéma ci-dessous. L'eau sera considérée comme un fluide parfait incompressible. On supposera que le niveau de l'eau dans la retenue est constant et que la vitesse de l'eau au point A est négligeable devant celle de B et que la température de l'eau reste constante.

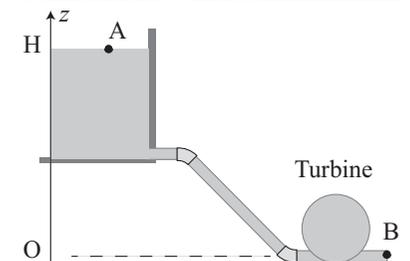


1 - Calculer la vitesse d'écoulement au point B sachant que le diamètre de la canalisation vaut $d = 4,5$ m.

2 - Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine.

Données :

- $Q_v = 100 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$;



- hauteur du niveau d'eau : $H = 100 \text{ m}$;
- accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$;
- masse volumique de l'eau $\rho = 1,0 \text{ kg.m}^{-3}$

1 - Le fluide étant parfait, la vitesse est uniforme sur une section de la canalisation. On en déduit que

$$Q_V = \pi(d/2)^2 \times v_B$$

On obtient alors

$$v_B = 6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2 - Appliquons le premier principe pour les systèmes ouverts : entre A et B

$$\Delta h + \Delta e_C + \Delta e_p = \frac{\mathcal{P}_u}{D_m}$$

20

La variation d'enthalpie est nulle, on en déduit que :

$$\mathcal{P}_u = D_m \left(\frac{1}{2} v_B^2 - gH \right)$$

A.N. :

$$\mathcal{P}_u = -98 \text{ MW}$$

2 - Accélération de gaz

Exemple 6

Dans une tuyère de fusée, le mélange air-carburant que l'on considère comme un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1,4$, à la pression $P_1 = 80 \text{ bar}$ et température $T_1 = 3000 \text{ K}$ est détendu de façon adiabatique réversible à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$ et température T_0 dans une tuyère dont la forme permet d'optimiser le gain de vitesse du fluide. On supposera que la vitesse du fluide avant la tuyère est négligeable. Sa capacité thermique massique à pression constante est : $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.



Données

- 1 - Exprimer les températures T_0 en fonction de T_1 , P_0 et P_1 .
- 2 - Exprimer et calculer la vitesse C_s des gaz en sortie de la tuyère en fonction de c_p et des températures T_0 et T_1

1 - La transformation du gaz parfait est adiabatique réversible. L'application des lois de Laplace donne :

$$T_0 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

Avec $P_0 = 1 \text{ bar}$, on en déduit que

$$T_0 = 3000 \times 80^{-0,4/1,4} = 860 \text{ K}$$

2 - Dans la tuyère, l'absence de partie mobile et de transfert thermique permet d'écrire que

$$\Delta h + \Delta e_C = 0 \quad \text{soit} \quad c_p(T_0 - T_1) + \frac{C_s^2}{2} = 0$$

Ainsi,

$$C_s = \sqrt{2c_p(T_0 - T_1)}$$

A.N. :

$$C_s = \sqrt{2 \times 1000 \times (3000 - 860)} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

3 - Principe d'une turbine à gaz

Une turbine à gaz est une machine tournante thermodynamique appartenant à la famille des moteurs à combustion interne.

Une telle turbine sert à produire soit du travail, par l'entraînement en rotation d'un arbre lui-même couplé à une machine industrielle ou à une hélice (hélicoptère ou propfan, par exemple), soit une propulsion, par détente des gaz en sortie de turbine dans une tuyère, comme dans un moteur à réaction.

 **Exemple 7** Dans une turbine à gaz, un compresseur aspire de l'air sous la pression $P_1 = 1 \text{ bar}$, à la température $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ avec un débit massique $D_m = 2,0 \text{ kg.s}^{-1}$, puis le comprime de façon adiabatique et réversible jusqu'à la pression $P_2 = 3,0 \text{ bar}$.

Cet air est ensuite admis dans une chambre de combustion, où il sert de



FIGURE 1.14 – Turbine en maintenance, Alstom

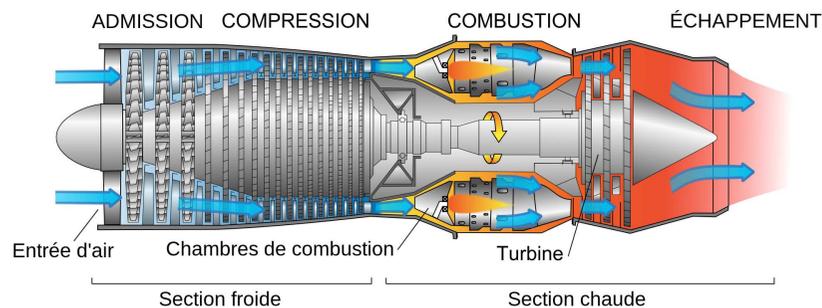


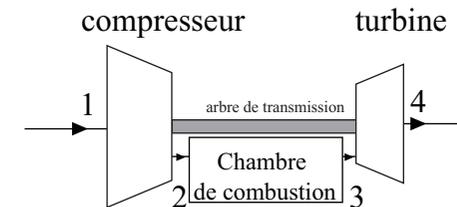
FIGURE 1.15 – Principe d'un turboréacteur

comburant. La combustion a lieu à la pression constante $P_2 = 3,0$ bar. La température des gaz sortant de la chambre de combustion est $\theta_3 = 600^\circ\text{C}$. Ces gaz entrent alors dans la turbine où ils subissent une détente adiabatique réversible jusqu'à $P_1 = 1$ bar. Les gaz sont considérés comme parfaits. On admet que toutes les transformations sont quasi-statiques réversibles (sauf la combustion, bien sûr) et que le débit massique à la sortie de la chambre de combustion est le même qu'à la sortie du compresseur, malgré l'arrivée de gaz et la réaction chimique de ce gaz avec le dioxygène de l'air.

- 1 - Représenter symboliquement la machine à l'aide des différents éléments.
- 2 - Calculer la température θ_2 à la sortie du compresseur. En déduire la puissance \mathcal{P}_C fournie à l'air par le compresseur (puissance indiquée).
- 3 - Calculer la température θ_4 à la sortie de la turbine et la puissance échangée par le fluide avec le rotor notée \mathcal{P}_D .
- 4 - Calculer la puissance fournie au gaz au cours de la combustion.
- 5 - Déterminer le rendement de l'installation.

Données relatives aux gaz (air ou gaz de combustion) : $\gamma = 1,4$, $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $M_{\text{air}} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

- 1 - La représentation de la machine est



- 2 - La transformation (1 – 2) est adiabatique réversible, comme il s'agit d'un gaz parfait, on peut appliquer la loi de Laplace :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

d'où

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

A.N. :

$$T_2 = 408 \text{ K} \quad \text{soit} \quad \theta_4 = 135^\circ\text{C}$$

L'application du premier principe des systèmes industriels donne en l'absence de transfert thermique :

$$\Delta h_{12} = w_C$$

d'où

$$\mathcal{P}_C = D_m w_C = 220 \text{ kW}$$

3 - De même, la transformation (3 - 4) est adiabatique réversible la loi de Laplace donne :

$$P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_4^{1-\gamma} T_4^\gamma$$

d'où

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

A.N. :

$$T_4 = 638 \text{ K} \quad \text{soit} \quad \theta_2 = 365^\circ \text{C}$$

L'application du premier principe des systèmes industriels donne en l'absence de transfert thermique :

$$\Delta h_{34} = w_D$$

d'où

$$\mathcal{P}_D = D_m w_D = -472 \text{ kW}$$

Le travail est négatif puisque le fluide fournit un travail.

4 - L'application du premier principe des systèmes industriels, en l'absence de partie mobile, donne la puissance fournie lors de la combustion :

$$\Delta h_{23} = q_{comb}$$

d'où

$$\mathcal{P}_{comb} = D_m q_{comb} = 930 \text{ kW}$$

5 - La puissance disponible sur l'arbre est donné par

$$\mathcal{P}_{tot} = \mathcal{P}_D + \mathcal{P}_C$$

Le rendement de l'installation est donc donné par :

d'où

$$\mathcal{P}_{tot} = \mathcal{P}_D + \mathcal{P}_C = -252 \text{ kW}$$

La puissance totale disponible sur l'arbre est bien négative.

$$\eta = \frac{-\mathcal{P}_{tot}}{\mathcal{P}_{comb}} = 0,27$$

Or $\eta_{Carnot} = 0,66$, le cycle n'est pas réversible. En effet, les transformations 2-3 et 4-1 sont des chauffages et refroidissement isobares irréversibles.

IV. Présentation d'un cristal

1 - Organisation de la matière

À l'état solide, les constituants de la matière (atomes, molécules, ions,...) occupent des positions déterminées au cours du temps les uns par rapport aux autres, contrairement aux états fluides. Ces positions peuvent être désordonnées dans l'espace, c'est le cas des solides amorphes, des verres, ou au contraire régulièrement ordonnées, on parle alors de cristal. Les cristaux naturels présentent des motifs géométriques qui traduisent une organisation à l'échelle atomique.



FIGURE 1.16 – Cristaux naturels de Quartz

La cristallographie consiste à déterminer les caractéristiques de la matière à l'échelle atomique. On s'intéresse ici à l'organisation des atomes dans l'espace. L'étude se fait principalement à partir de diffraction des rayons X sur un échantillon. Les angles que font rayons diffusés par rapport au faisceau incident permet de remonter à la position spatiale des entités constituants le cristal.

◆ Définition :

Le cristal **parfait** est un modèle idéal de cristal infini sans défaut où les constituants sont considérés comme des sphères dures sphériques au contact les unes des autres.

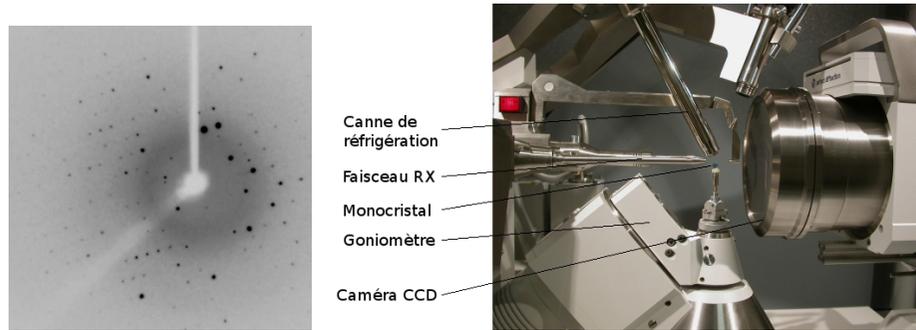


FIGURE 1.17 – Image de diffraction sur un monocristal et dispositif expérimental. D'après <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/Diffraction-rayons-X-techniques-determination-structure.xml>

Une sphère-modèle en cristallographie a approximativement pour rayon l'orbite de l'électron dans le modèle planétaire de l'atome.

Grâce au microscope à force atomique, il est possible de « voir » les atomes à la surface d'un cristal.

2 - Vocabulaire

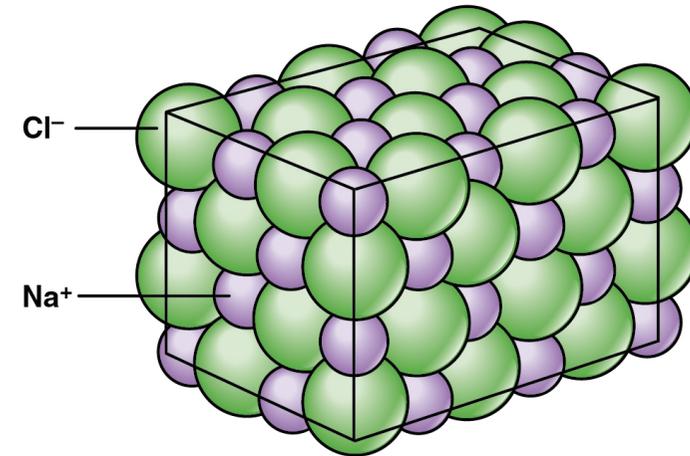
◆ Définition :

Le **réseau** est un ensemble de points appelés noeuds, disposés périodiquement dans les trois directions de l'espace. Associé à un **motif**, il permet la reconstruction du cristal par translations.

◆ Définition :

La **maille élémentaire** est le plus petit volume cristallin permettant de reconstruire, par translation, l'ensemble du réseau.

Il existe une grande variété de mailles différentes, nous ne nous focaliserons que sur la maille cubique. Le côté du cube noté a est appelé le **paramètre de maille**.



Cristal de NaCl

FIGURE 1.18 – Exemple de cristal de chlorure de sodium ($\mathcal{N}_A\text{Cl}$)

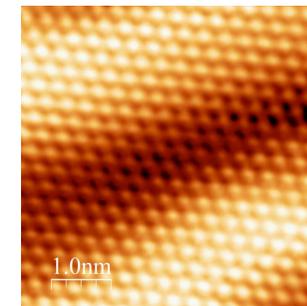


FIGURE 1.19 – The atomic corrugation of the gold (111) surface represented using a Kolibri AFM sensor, at a temperature of 1.1K. D'après <https://www.nanogune.eu/audiovisual-materials/atomic-structure-au111-kolibri-afm>

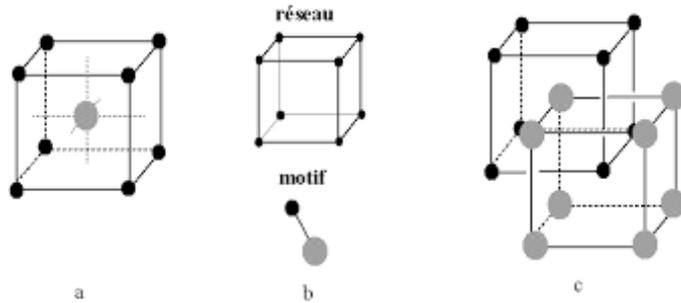


FIGURE 1.20 – Réseau et motif

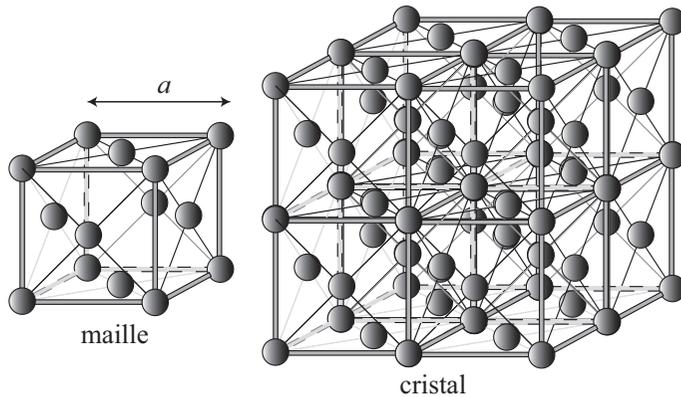


FIGURE 1.21 – Maille et cristal obtenu par translations de la maille

▲ Définition :
 La **coordination** ou indice de coordination est le nombre de plus proches voisins d'une particule dans un cristal.

Ce nombre permet de connaître l'environnement d'une entité.

V. Les relations fondamentales

1 - Motifs par maille

Pour une maille cubique, les motifs comptent pour

- $1/8^\circ$ au sommet du cube ;
- $1/4^\circ$ au centre de chaque arête ;
- $1/2^\circ$ au centre de chaque face ;
- 1 pour tout motif à l'intérieur du cube.

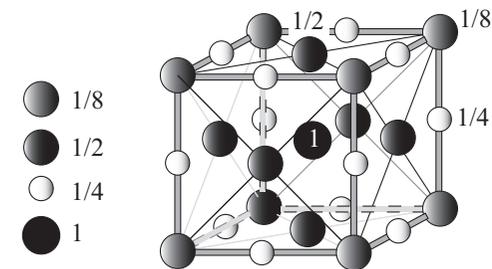
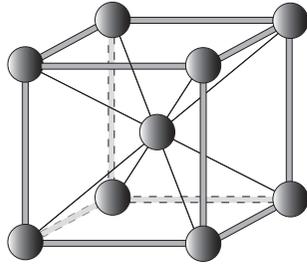


FIGURE 1.22 – Poids des motifs dans une maille

🍃 Exemple 8 On considère la maille cubique centrée suivante :



Déterminer le nombre de motifs par maille

Dans la maille cubique, il y a 8 motifs sur chaque somme qui comptent pour $1/8^{\circ}$ et 1 motif au centre du cube. Le nombre de motifs par maille vaut donc :

$$N = 8 \times \frac{1}{8} + 1$$

2 - Compacité

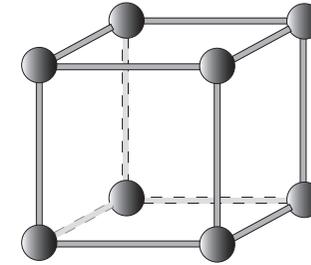
◆ Définition :

La **compacité** est le rapport du volume occupé par les atomes sur le volume de la maille.

$$C = \frac{\text{Nbre de motifs} \times V_{\text{motif}}}{V_{\text{maille}}}$$

Ce nombre est nécessairement inférieur à 1, il correspond au pourcentage d'espace occupé par les sphères dans la maille. Le lien entre le volume du motif ($4\pi/3R^3$ pour une sphère) et le volume de la maille (a^3 pour un cube) s'obtient grâce à la condition de contact entre deux sphères.

🍃 **Exemple 9** On considère la maille cubique simple suivante :



Déterminer la compacité de cette structure.

La condition de contact s'écrit sur l'arête du cube :

$$a = 2 \times r$$

où r est le rayon du motif. La maille compte $8 \times 1/8 = 1$ motif par maille, la compacité vaut donc :

$$C = \frac{1 \times \frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} = \frac{4r^3}{3 \times (8r^3)} = \frac{\pi}{6}$$

On peut donc conclure que seul $\pi/6 \approx 52\%$ de l'espace est occupé dans une maille cubique simple.

3 - Masse volumique

📦 Propriété :

La masse volumique se relie aux grandeurs atomiques par la relation suivante :

$$\rho = \frac{\text{Nbre de motifs} \times \text{Masse molaire}}{\mathcal{N}_A \times V_{\text{maille}}}$$

où la masse molaire s'exprime en $\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$, \mathcal{N}_A représente le nombre d'Avogadro et V_{maille} le volume de la maille en m^3

Eau glace à 4°C	917 kg.m ⁻³
argent	10,5.10 ³ kg.m ⁻³
plomb	11,3.10 ³ kg.m ⁻³
osmium ¹	22,6.10 ³ kg.m ⁻³

TABLE 1.1 – Exemples de masse volumique

VI. Les structures usuelles

1 - La structure cubique centrée

La maille cubique face centrée contient un motif sur chaque sommet du cube et un au centre du cube.

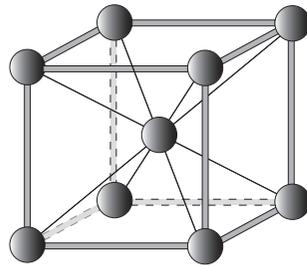
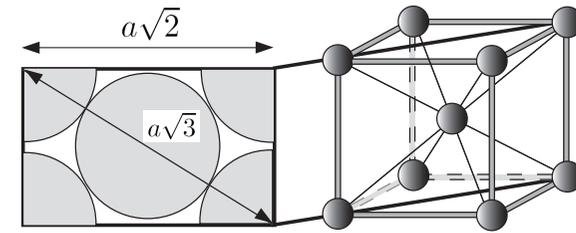


FIGURE 1.23 – Maille éclatée de la structure cubique centrée

Propriété :

La maille cubique centrée compte 2 motifs par maille. La coordi-
nence ou nombre de plus proche voisin est de 8.



La condition de contact s'écrit sur la diagonale d'un cube

soit
$$4r = a\sqrt{3}$$

La compacité de la structure c.c est de

$$C = \frac{2 \times 4\pi r^3/3}{a^3} = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} \approx 0,68$$

2 - La structure cubique face centrée

a) Propriétés

La maille cubique face centrée contient un motif sur chaque sommet du cube et un au centre de chaque face.

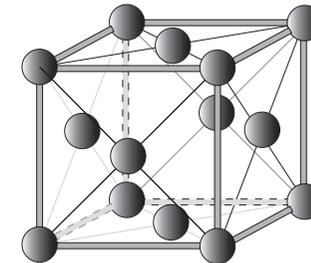
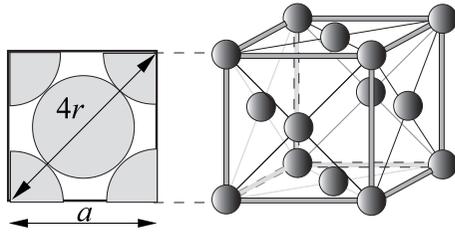


FIGURE 1.24 – Maille éclatée de la structure cubique face centrée

Propriété :

La maille cubique face centrée compte 4 motifs par maille.

La coordi-
nence ou nombre de plus proche voisin est de 12.



La condition de contact s'écrit sur la diagonale d'une face
soit $4r = a\sqrt{2}$

La compacité de la structure c.f.c est de

$$C = \frac{4 \times \frac{4\pi r^3}{3}}{a^3} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} \approx 0,74$$

Remarque 5 :

En 1611, Johannes Kepler, le célèbre père des lois de la gravité, énonce ce qui deviendra un véritable casse-tête mathématique : la densité maximale d'un empilement de sphères en dimension 3 est

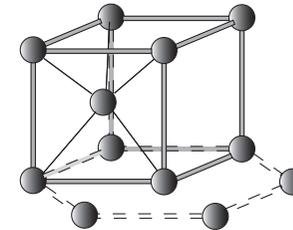
$$\pi/3\sqrt{2} \approx 0,74$$

Il faut attendre 2014 pour que Thomas Hales fournisse la preuve formelle de la conjecture.



FIGURE 1.25 – Thomas Hales, University of Michigan.

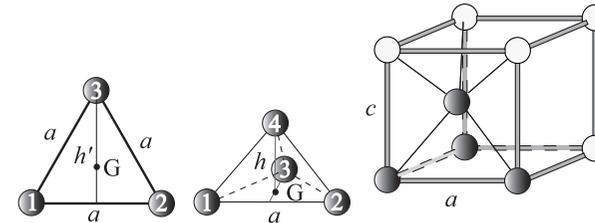
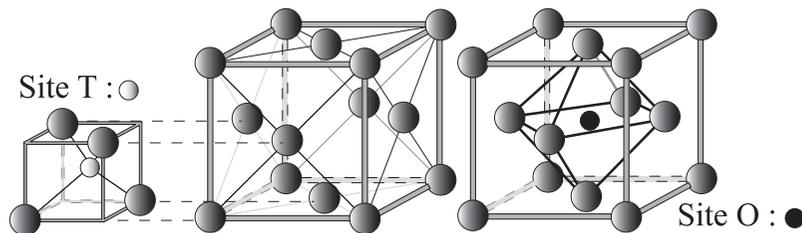
3 - La structure cubique hexagonale compact (HP)



La maille hexagonale compte 2 atomes par maille.
La coordinence ou nombre de plus proche voisin est de 12.

b) Sites interstitiels

Il existe 4 sites interstitiels de type O et 8 de type T. Une illustration d'un de ces sites est présenté ci-dessous.



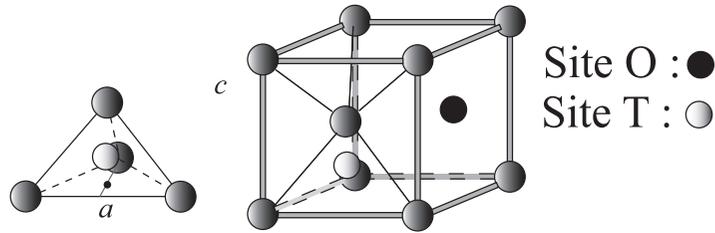
La condition de contact s'écrit sur l'arête et la hauteur d'un tétraèdre. Avec $h' = a\sqrt{3}/2$:

soit $a = 2r$ et $h = \frac{c}{2} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$

La compacité de la structure h.c d'un volume de $a^2c \sin 60^\circ$ est donnée par

$$C = \frac{2 \times 4\pi r^3 / 3}{a^2c \sin 60^\circ} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} \approx 0,74$$

Il existe 2 sites interstitiels de type O et 4 de type T dont un exemple est illustré ci dessous. Les relations de contact pour les rayons des sites sont identiques pour les structures h.c. et c.f.c.



MANQUE :

Solides ioniques Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.

Solides covalents et moléculaires Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.

VII. Généralités sur les structures ioniques

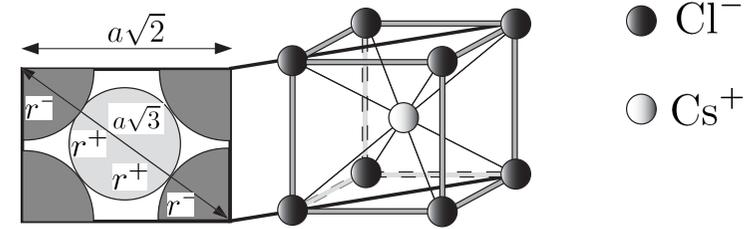
Une structure ionique notée A_xB_y , globalement neutre, est composée d'ions positifs A^{p+} et négatifs B^{q-} tels que :

$$A_xB_y = xA^{p+} + yB^{q-} \text{ avec } x \times p + y \times q = 0$$

Seuls les ions de charges opposées peuvent être en contact

1 - La structure CsCl

Dans la structure CsCl, les ions Cl^- forment un réseau cubique simple et les ions Cs^+ sont au centre du cube



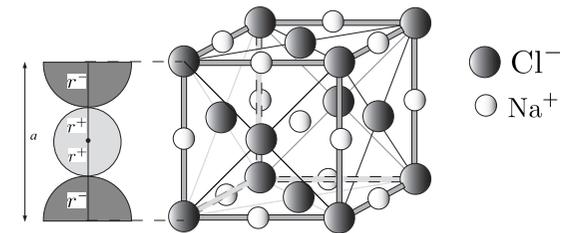
Cette maille compte 1 ion Cs^+ et 1 ion Cl^- par maille.

La condition de contact s'écrit entre ions de charges opposées sur la diagonale d'un cube :

$$2r^+ + 2r^- = a\sqrt{3}$$

2 - La structure NaCl

Dans la structure $\mathcal{N}_A Cl$, les ions Cl^- sont formés un réseau c.f.c. et les ions \mathcal{N}_A^+ occupent les sites octaédriques, c'est à dire les milieux de chaque arête et le centre du cube.



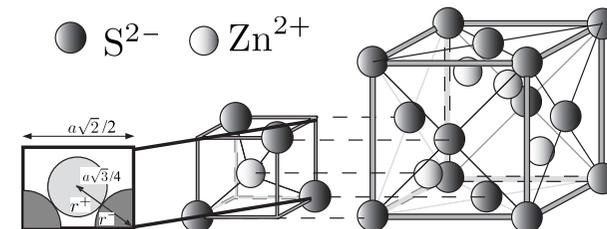
Cette maille compte 4 ions \mathcal{N}_A^+ et 4 ions Cl^- par maille.

La condition de contact s'écrit entre ions de charges opposées sur l'arête du cube

soit
$$2r^+ + 2r^- = a$$

3 - La structure blende (ZnS)

Dans la structure ZnS, les ions S^{2-} sont formés un réseau c.f.c. et les ions Zn^{2+} occupent les sites tétraédriques.



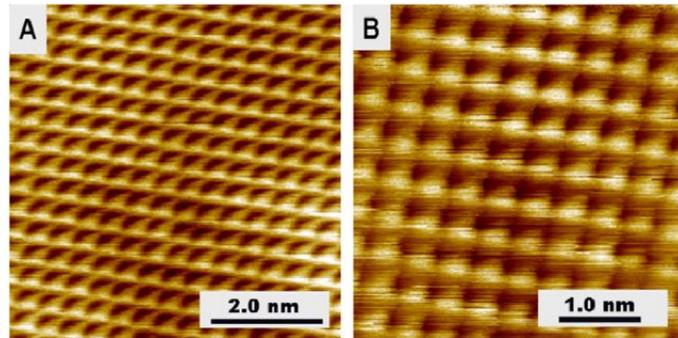


FIGURE 1.26 – Cristal de NaCl par microscope à force atomique (AFM).
D'après : *QPlus : Atomic force microscopy on single-crystal insulators with small oscillation amplitudes at 5 K*

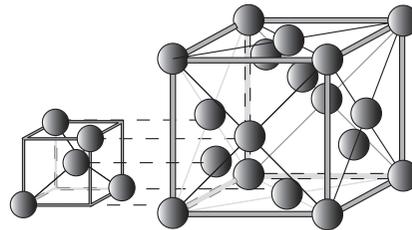
Cette maille compte 4 ions Zn^{2+} et 4 ions S^{2-} par maille.

La condition de contact s'écrit entre ions de charges opposées sur la diagonale d' $1/8^\circ$ de cube

soit
$$r^+ + r^- = a\sqrt{3}/4$$

4 - Structure diamant

Dans le diamant, les atomes de carbones sont liés par des liaisons *covalentes*. La structure du diamant est une structure de type c.f.c avec occupation d'un site tétraédrique sur deux.



Comme dans la structure précédente, la condition de contact s'écrit sur la diagonale d' $1/8^\circ$ de cube

soit
$$r = a\sqrt{3}/8$$