Chapitre 1

Physique du laser

I. Milieu amplificateur de lumière

1 - Emission et absorption de lumière

On s'intéressera à un système à deux niveaux d'énergie (E_1 et $E_2 > E_1$), non dégénérés (c'est-à-dire que le système est dans un seul état possible pour chacun de ces deux niveaux). On notera N_1 la population du niveau d'énergie E_1 et N_2 la population de celui d'énergie E_2. La population totale $N = N_1 + N_2$ est constante.

À l'équilibre thermique à la température T (en kelvin), le rapport des populations des deux niveaux est donné par le facteur de Boltzmann :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{E_2 - E_1}{k_B T}}$$

Avec $k_B = 1{,}23 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$ et $h = 6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot S}$.

2 - Coefficient d'Einstein

a) Emission spontanée

Lors de l'émission spontanée, le système passe du niveau d'énergie supérieure (E_2), au niveau d'énergie inférieure (E_1) en émettant un photon d'énergie $h\nu_0 = E_2 - E_1$.

La probabilité de l'émission spontanée est proportionnelle à la population du niveau d'énergie E_2 :

$$\frac{dN_1}{dt}\Big|_{spo} = -\frac{dN_2}{dt}\Big|_{spo} = A_{21}N_2$$

avec A_{21}, le coefficient d'Einstein relatif à l'émission spontanée.

On retrouve le même type de cinétique dite d'ordre 1 en radioactivité ou encore en chimie.

Exemple 1 Montrer que le coefficient d'Einstein relatif à l'émission spontanée fait apparaître un temps caractéristique τ.

Élargissement du spectre par effet doppler (pour les gaz), par choc (dit lorentzien pour la matière condensée)...

b) Absorption

Lors de l'absorption d'un photon, le système passe du niveau d'énergie inférieure (E_1) au niveau d'énergie supérieure (E_2) en absorbant un photon d'énergie proche de $h\nu_0 = E_2 - E_1$. La probabilité de l'absorption d'un photon est proportionnelle à la population du niveau d'énergie E_1, mais aussi à la densité spectrale d'énergie électromagnétique volumique $u(\omega) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$:

$$\frac{dN_2}{dt}\Big|_{abs} = -\frac{dN_1}{dt}\Big|_{abs} = B_{12}u(\omega)N_1$$

avec B_{12}, le coefficient d'Einstein relatif à l'absorption.

c) Mission stimulée

Lors de l'émission stimulée, le système passe du niveau d'énergie supérieure (E_2), au niveau d'énergie inférieure (E_1) en émettant un photon d'énergie $u(\omega_0)$, comme dans le cas de l'émission spontanée. Cependant, cette émission est stimulée par l'arrivée d'un photon d'énergie proche de $h\nu_0 = E_2 - E_1$. Aussi, au terme de l'émission stimulée existent deux photons dit "jumeaux" car ayant les mêmes caractéristiques. La probabilité de l'émission stimulée est proportionnelle à la population du niveau d'énergie E_2, mais aussi à la densité spectrale d'énergie électromagnétique volumique $u(\omega_0)$

$$\frac{dN_2}{dt}\Big|_{sti} = -\frac{dN_1}{dt}\Big|_{sti} = B_{12}u(\omega)N_1$$

avec B_{21}, le coefficient d'Einstein relatif à l'émission stimulée.

> **Exemple 2**
> Écrire les lois d'évolutions des deux populations N_1 et N_2.
> Réécrire ces relations dans le cas stationnaire et à l'équilibre thermique.
> En déduire les relations entre les coefficients d'Einstein grâce à la loi de Planck du corps noir.

On obtient :

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = u(\omega)(B_{21}N_2 - B_{12}N_1 + A_{21}N_2$$

Dans le cas stationnaire :

$$u(\omega)(B_{21}N_2 - B_{12}N_1 + A_{21}N_2$$

Or à l'équilibre thermique :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{E_2-E_1}{k_B T}} e^{h\nu/k_B T}$$

On en déduit que :

$$u(\omega) = \frac{\frac{A_{21}}{B_{21}}}{\frac{B_{12}}{B_{21}}e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

Pour un corps noir, la densité d'énergie électromagnétique est donnée par :

$$u(\omega) = \frac{\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

On peut donc identifier les termes et en déduire que :

$$B_{12} = B_{21} = \frac{\pi^2 c^3}{\hbar\omega^3}A_{21}$$

3 - Inversion de population

> **Exemple 3**
> Déterminer une condition sur !0 et T pour que la probabilité de l'émission spontanée soit plus grande que celle de l'émission stimulée.
> Est-ce le cas pour le Soleil ?
> À température ambiante, pour quel domaine de longueur d'onde la probabilité de l'émission spontanée est-elle plus grande que celle de l'émission stimulée ?

Pour que la probabilité de l'émission stimulée soit plus grande que celle de l'émission spontanée , il faut que :

$$\frac{dN_2}{dt}\Big|_{sti} > \frac{dN_2}{dt}\Big|_{spo}$$

On obtient donc que : $B_{12}u(\omega)N_2 > B_{12}u(\omega)N_1$, soit $N_2 > N_1$.
Problème avec la loi de Boltzmann :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{E_2-E_1}{k_B T}}$$

Le pompage permet de réaliser l'inversion de population en peuplant le niveau d'énergie E_2 plus que le niveau d'énergie E_1 qui doit pour cela se dépeupler très rapidement vers un état d'énergie plus basse.
Ce pompage peut être réalisé de différentes façons :

- grâce à de l'énergie apportée de façon lumineuse. Ce "pompage optique" a valu le prix Nobel à Alfred Kastler en 1966.
- grâce à de l'énergie apportée de façon électrique (par des décharges par exemple). Ce pompage est par exemple utilisé dans le laser hélium-néon.

- grâce à toute autre méthode (passage du courant électrique dans les diodes lasers par exemple

4 - Principe d'une cavité laser

Dans la cavité d'un laser on trouve un milieu dit « à gain »et un système réfléchissant (la plupart du temps des miroirs dont un n'est que partiellement réfléchissant afin d'extraire le faisceau laser utile. La cavité a pour rôle d'améliorer l'interaction entre le milieu amplificateur et l'onde électromagnétique.

Dans un laser à gaz de type Hélium Néon, un alimentation électrique permet d'exciter les atomes d'Hélium. Les temps caractéristiques d'excitation et de désexcitation sont rapides sur ce niveau d'énergie. Par des collisions, les atomes se retrouvent sur un niveau légèrement plus faible mais de durée de vie plus longue. En présence d'un photon dont l'énergie est accordée à la desexcitation, l'atome retombe dans son état non excité en émettant un photon en phase avec celui qui est responsable de sa desexcitation.

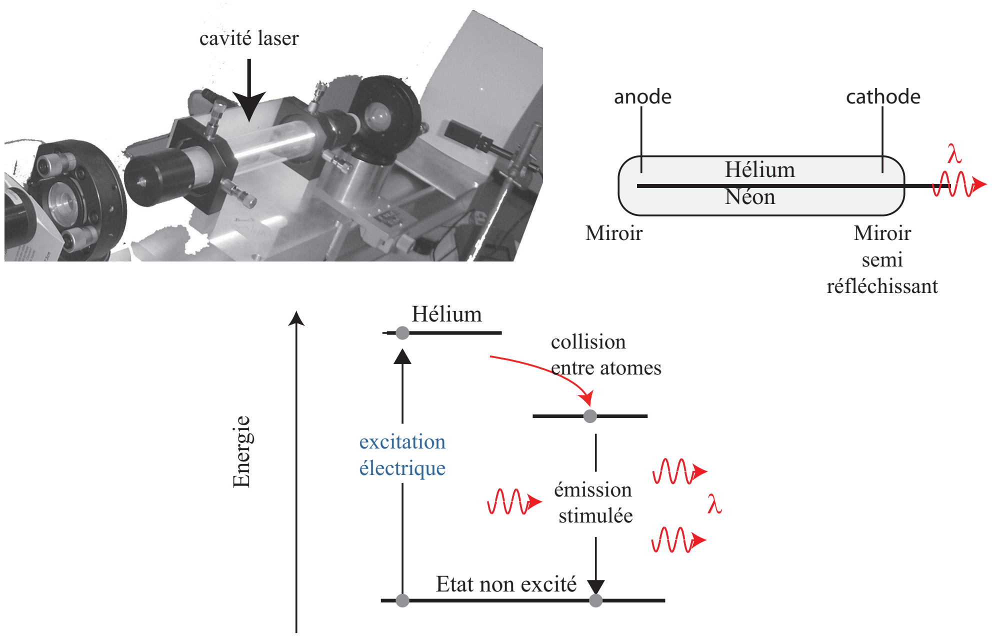

FIGURE 1.1 – Principe du laser

> **Remarque 1 :**
> On sait réaliser des nanocavités laser dans le but de réaliser des circuits intégrés photoniques. Dans la figure (f) ci-dessous (cf. fig 1.2), on observe une nano-cavité dopée grâce à un microscope électronique, la barre blanche fait 400 nm. La figure (a) représente le spectre d'émission et la figure (e) permet de voir l'influence du dopage sur l'émission stimulée dans le milieu à gain en fonction de la longueur d'onde.

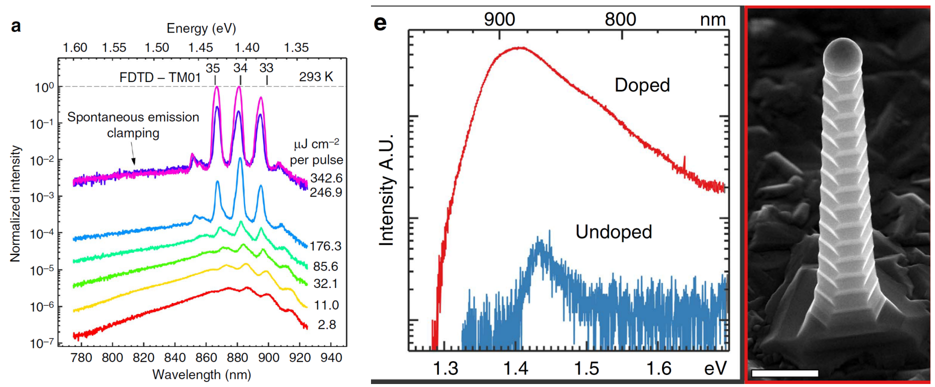

FIGURE 1.2 – Structure et photoluminescence d'un nanolaser. Tiré de Doping-enhanced radiative efficiency enables lasing in unpassivated GaAs nanowires, Nature Com, 2016

> **Remarque 2 :**
> Un laser gravé par photolithographie sur du silicium a été réalisé en 2005. Le silicium est dopée avec des ions Erbium qui jouent le rôle du milieu amplificateur (cf. fig. 1.3). La cavité est constituée d'un serpentin de silicium dont une extrémité est obturée par un réflecteur parfait et l'autre par un réflecteur semi-réfléchissant.

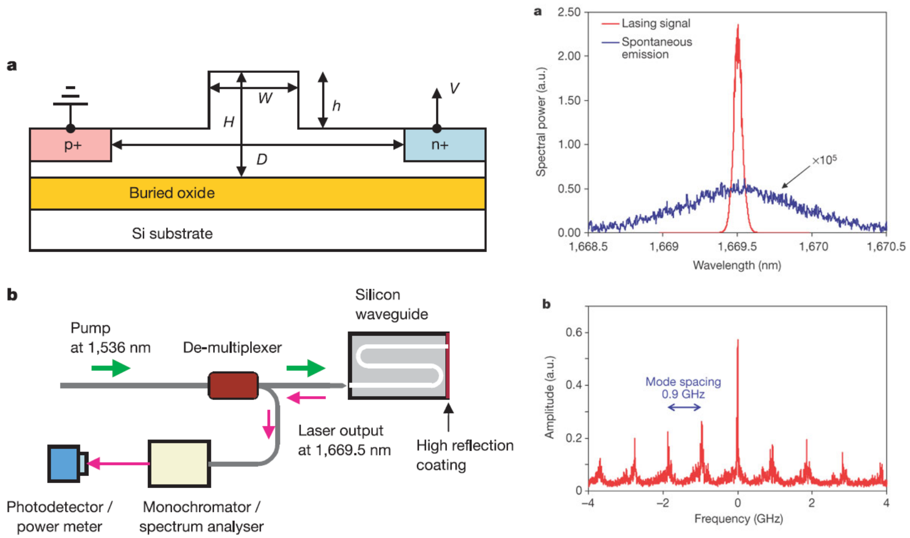

FIGURE 1.3 – all-silicon Raman laser, Nature, 2005

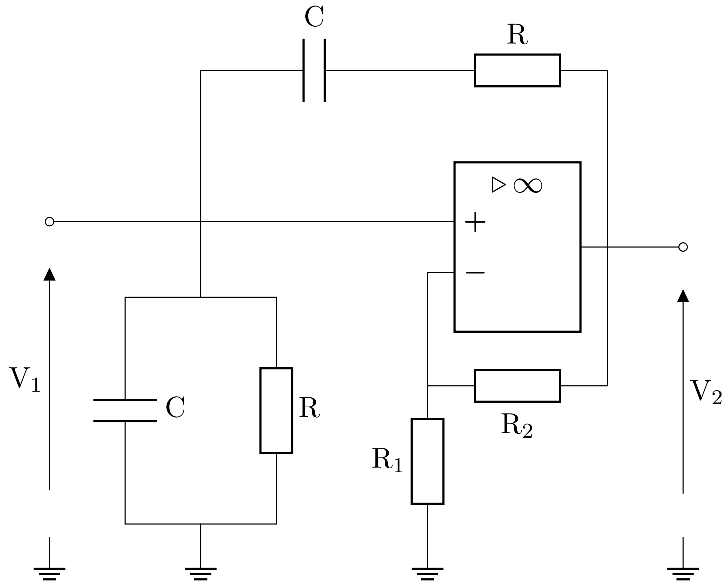

FIGURE 1.4 – Oscillateur à pont de Wien

5 - Analogie électrique, Oscillateur à pont de wien

Dans le montage suivant, les valeurs de R et C sont indentiques.

Exemple 4 1 - Écrire l'équation différentielle liant $V_s(t)$ et $V_e(t)$.
2 - On relie la sortie du montage à l'entrée du montage. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension.
3 - Trouver une condition sur R_1 et R_2 pour qu'on ait un oscillateur (générateur sinusoïdal) et préciser la fréquence.
4 - Commenter le comportement de ce montage selon la valeur du rapport R_2/R_1.

oscillateur	oscillateur électronique	LASER
amplificateur	amplificateur non inverseur à AO	milieu amplificateur (émission stimulée)
filtre	filtre passe bande (de Wien par exemple)	filtre Fabry Pérot (cavité)
bouclage	bouclage par rétroaction	réflexion sur les miroirs
apport d'énergie	alimentation de l'AO	pompage

II. Propriétés optiques d'un faisceau

1 - Longueur de cohérence

Propriété :
Le temps de cohérence d'une émission lumineuse est donnée par le temps de vie du niveau excité. Soit $\Delta t \sim 1/A_{21}$.

Le modèle de vibration monochromatique défini dans le chapitre précédent est valable pour une durée infinie. Or la durée de vie finie d'une telle onde est reliée à la largeur spectrale de la source. En effet, la transformée de Fourier d'une vibration sinusoïdale définie sur une durée Δt donne une répartition des fréquences sur une largeur spectrale Δf reliée par :

$$\Delta t \Delta f \approx 1$$

Les sources de lumière ne sont pas rigoureusement monochromatiques. L'extension temporelle d'une onde est reliée à sa largeur spectrale en fréquence Δf ou en longueur d'onde $\Delta\lambda$. Pour quelques sources usuelles, les valeurs de largeur spectrales sont répertoriées dans le tableau 1.1.

source	$\lambda(nm)$	$\Delta\lambda(nm)$	ν(Hz)	$\Delta\nu$ (Hz)	t_C	L_c
Laser He-Ne	633	1.10^{-3}	$4{,}74.10^{14}$	$1{,}5.10^{9}$	0,67 ns	40 cm
Sodium	590	0,1	$5{,}08.10^{14}$	86.10^{9}	10 ps	3 mm
Blanche	600	400	$5{,}0.10^{14}$	$3{,}7.10^{14}$	3 fs	1 μm

TABLE 1.1 – Largeurs spectrales de sources usuelles

Définition :
La largeur spectrale d'une source lumineuse limite dans le temps les vibrations lumineuses, on appelle **temps de cohérence** cette durée notée t_C. Le modèle associé est celui des train d'onde.

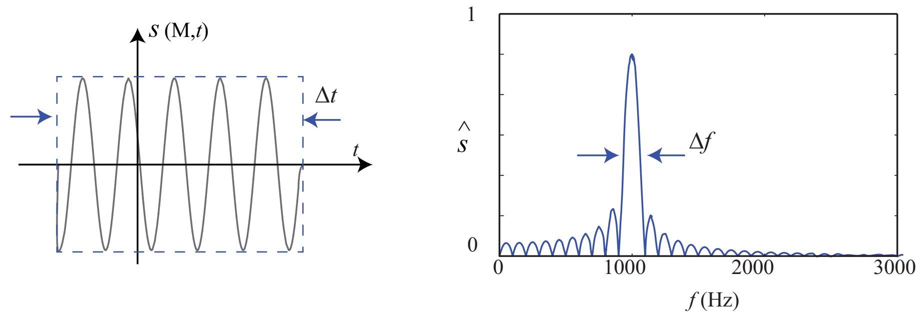

FIGURE 1.5 – Cohérence temporelle et largeur spectrale

Propriété :
Le temps de cohérence d'une source est reliée sa largeur spectrale en fréquence notée $\Delta\nu$ par la relation :

$$t_c \times \Delta\nu = 1$$

Définition :
À partir de cette durée de cohérence, correspondant au temps « de vie » de la vibration lumineuse, il est possible de définir son étendue spatiale appelée **longueur de cohérence** définie par :

$$L_C = c \times t_C$$

L'obtention d'interférence résulte de la superposition de deux trains d'onde. Pour des trains d'onde de longueur finie, il faut que leur décalage ne soit pas trop important pour qu'ils puissent se superposer (cf. fig 1.6).

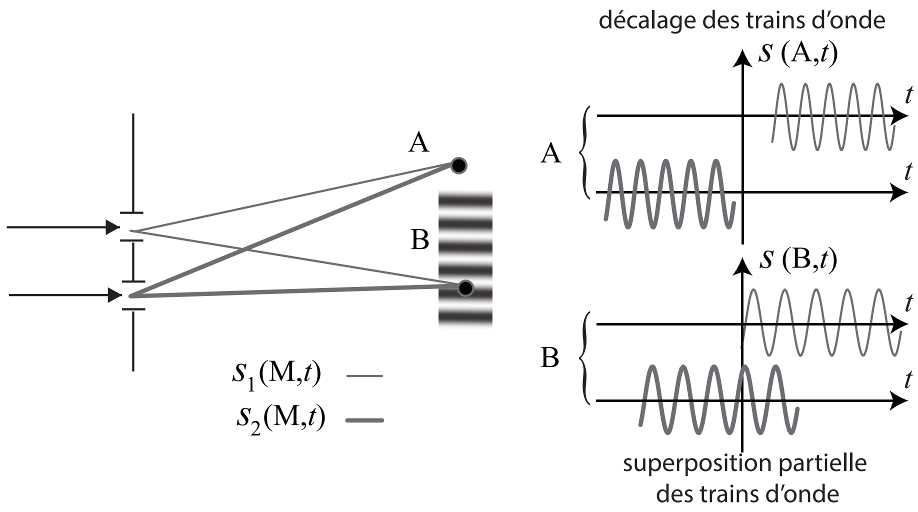

FIGURE 1.6 – Cohérence temporelle et train d'onde

Propriété :
Une condition nécessaire pour avoir des interférences est que la longueur de cohérence soit supérieure à la différence de marche :

$$\delta < \mathrm{L}_c$$

Remarque 3 :
Du fait de la double périodicité (spatiale est temporelle), la largeur spectrale en longueur d'onde (λ) peut être reliée à celle en fréquence (ν) par la relation :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow \Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda$$

La longueur de cohérence s'obtient de la même façon :

$$\mathrm{L}_c = ct_{\mathrm{C}} = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Au vue des ordres de grandeur du tableau 1.1, le facteur limitant la figure d'interférences avec un laser est bien souvent la diffraction. Pour une lampe spectrale, la longueur de cohérence est voisine de la taille de la figure de diffraction. Pour une lumière blanche, la longueur de cohérence est souvent plus petite que l'interfrange.

2 - Faisceau de profil gaussien

On peut utiliser alors le modèle du « faisceau Gaussien »qui permet de satisfaire une équation de propagation selon Oz :

$$\mathrm{E}(r,z) = \mathrm{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-ikz - ik\frac{r^2}{2\mathrm{R}(z)} + i\zeta(z)\right) ,$$

Si ce modèle pourtant non trivial permet une nette amélioration, il ne vérifie pas toutes les équations de Maxwell !

Le laser n'est pas une source ponctuelle, son faisceau peut être assimilé à un faisceau dit gaussien qui est une solution partielle des équations de propagation des ondes. Pour un faisceau gaussien se propageant dans le vide, la largeur du faisceau $w(z)$ sera à une valeur minimale w_0 appelée le waist du faisceau laser, situé en z_0.

Définition :
Le faisceau gaussien d'un laser est caractérisé par :

- sa taille minimale (ou "waist") notée w_0,
- sa longueur de Rayleigh notée z_{R}.

La taille du faisceau à l'abscisse z est

$$w(z) = w_0\sqrt{1 + z^2/z_{\mathrm{R}}^2}$$

Zr = pi w0² / lambda

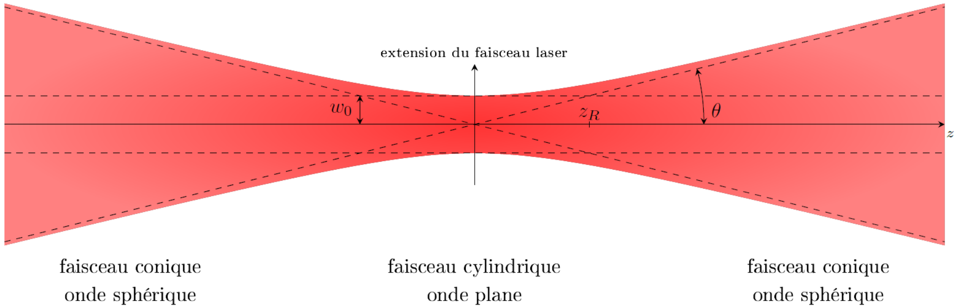

FIGURE 1.7 – Waist du faisceau laser

Ordre de grandeur w_He ~ 1mm, Zr~ 1m

Propriété :

Le paramètre $w(z)$ s'approche d'une ligne droite pour $z \gg z_0$. L'angle entre cette ligne droite et l'axe central du faisceau est appelé la divergence du faisceau. Elle est donnée par :

$$\tan(\theta) = \lambda/(\pi w_0)$$ ~~diffraction

Ajouter l'allure du faisceau gaussien,

3 - Transformation d'un faisceau

parallèle -> Lune !

Au niveau du waist, le faiceau est cylindrique. Avec une lentille convergente au niveau de waist, on remarque que l'angle de convergence est $\theta' \approx w_0/f'$.

Par ailleurs, par définition : $\theta = \lambda/\pi w_0$ et $\theta' = \lambda/\pi w_0'$, on en déduit que :

$$= \frac{w_0}{f'} = \frac{\lambda/\pi w_0'}{\text{soit}} w_0' = \frac{\lambda f'}{\pi w_0}$$

Un lentille transforme un faisceau gaussien en faisceau gaussien

Propriété :

L'action d'une lentille convergente sur un faisceau gaussien conduit à :

$$w_0' = \frac{\lambda f'}{\pi w_0}$$

Remarque 4 :

La taille de focalisation est d'autant plus petite que f' est faible. On ne peut descendre en dessous de λ : $w_0' > \lambda$. (limite de diffraction)

Lecteur DVD lambda = 6e-7 f'~ 1mm w0 ~1mm ->x w'0 ~ lamdba
limites de diffraction

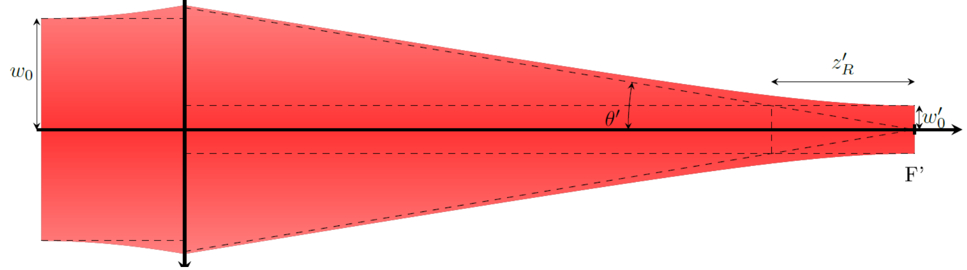

FIGURE 1.8 – Effet d'une lentille du faisceau laser

Rappel : système afocal

Exemple 5 On s'intéresse à un faisceau laser de longueur d'onde λ, de waist w_0.

1 - Déterminer son angle de divergence θ à longue distance. Le faisceau encore cylindrique est incident sur une lentille convergente L_1 de focale f_1'.

2 - Déterminer alors l'angle θ' du faisceau après la lentille L_1. Le faisceau divergent du laser suffisamment loin de L_1 est incident sur une lentille ~~convergente L_2 de focale f_2'~~.

3 - Déterminer le waist w_0" du faisceau émergent de L_2.

4 - Montrer qu'un choix astucieux de f_2'/f_1' permet de conférer au faisceau laser émergent de L_2 un angle de divergence à longue distance $\theta'' \ll \theta$.

theta" = tehta * f'1/f'2

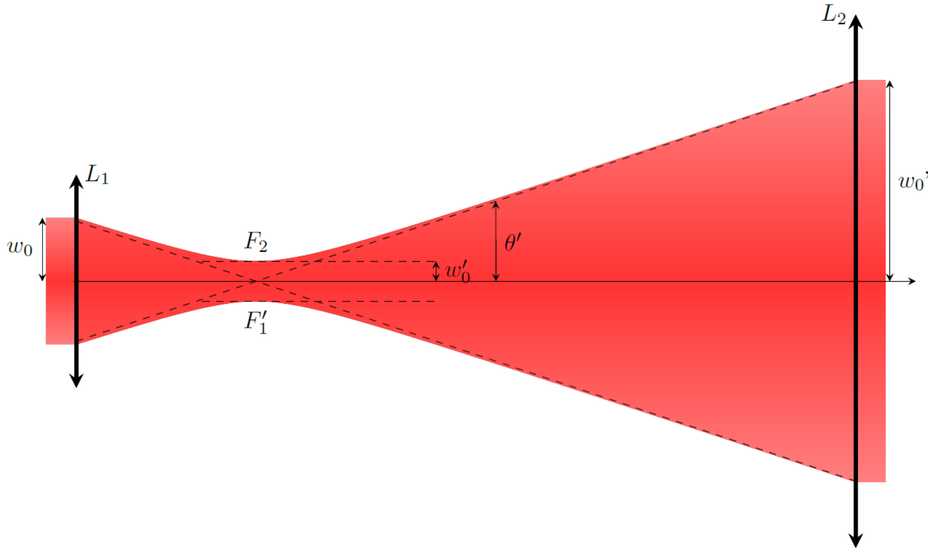

FIGURE 1.9 – Elargisseur de faisceau