

Introduction à l'optique ondulatoire

I. Modèle scalaire de la lumière

1 - Sources lumineuses

a) Émission de la lumière de type corps noir

Définition :
Le **rayonnement d'un corps noir** est un modèle idéal où le rayonnement électromagnétique d'un corps ne dépend que de sa température.

Un corps noir est défini comme un corps en équilibre thermodynamique qui absorbe tout le rayonnement électromagnétique qu'il reçoit, contrairement à un miroir par exemple. Noir ne signifie pas qu'il est invisible comme un trou noir mais qu'il absorbe toute la lumière. Les ampoules de type halogène, le soleil, sont des exemples de corps noir. On parle de source lumineuse par incandescence où l'énergie est apportée par agitation thermique. La couleur principale du rayonnement émis dépend de sa température : une température faible donnera une émission plutôt rouge tandis qu'une température élevée une couleur bleutée.

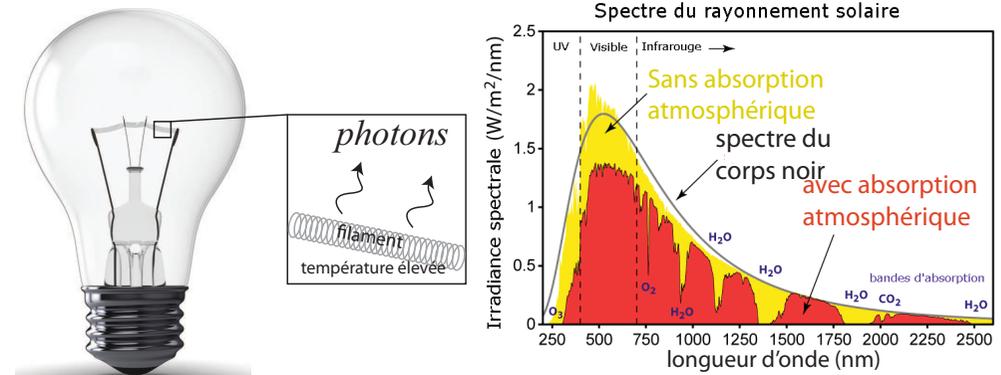


FIGURE 1.1 – Principe d'émission de type corps noir et spectre d'émission du soleil

Propriété :

Le rayonnement du corps noir suit la loi de déplacement de Wien qui donne la longueur d'onde dot l'émission est la plus importante. Dans le système d'unité international, elle est donnée par :

$$\lambda_{\max} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{T}$$



FIGURE 1.3 – Pyromètre commercial

Exemple 1 Déterminer à partir de la loi de Wien l'intervalle de température correspondant au domaine visible.

Pour l'intervalle [400 nm; 800 nm], on obtient une température dans l'intervalle : [3600 K; 7200 K].

La température est une notification commerciale sur les ampoules pour distinguer leur luminosité (cf. fig. ??).



FIGURE 1.2 – Aspect des ampoules éclairées en fonction de la température de référence.

Remarque 1 :

La réalisation d'ampoules électriques utilisant des filaments chauffés nécessite donc un soin tout particulier sur l'environnement du filament pour éviter qu'il ne se consume. Dans les lampes dites « halogènes », des gaz halogénés (iode et brome) à basse pression sont introduits dans une ampoule en verre de quartz supportant les hautes températures et permettent la régénération partiel du filament et augmentent la durée de vie de l'ampoule.

Remarque 2 :

La mesure de hautes températures, supérieures à 1000 K ne peut s'effectuer par un contact qui détruirait le thermomètre. On utilise alors un pyromètre qui détermine le maximum du spectre et convertit cette valeur en température

b) Emission de la lumière par transition électronique

Une autre façon d'émettre de la lumière consiste à utiliser les électrons de la matière qui lors des **transition électroniques** et peuvent devenir des sources de rayonnement électromagnétique. Dans un atome, un électron peut posséder un surplus d'énergie apportée par une décharge électrique (lampe spectrale), un processus chimique, un choc... et libérer cette énergie sous la forme d'un photon. La longueur d'onde d'émission est déterminée par la transition des niveaux d'énergie de l'électron (cf. fig ??).



FIGURE 1.5 – Source de lumière par fluorescence

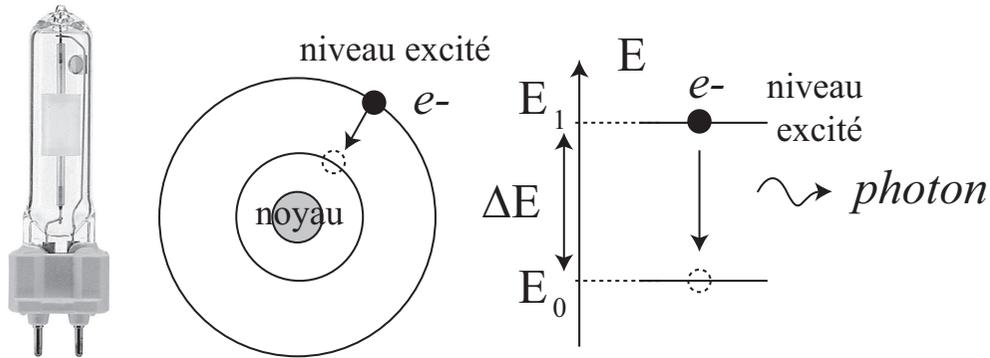


FIGURE 1.4 – Emission par transition électronique

Propriété :

Dans un niveau excité d'énergie E_1 , l'électron retourne dans un état de plus basse énergie E_0 en émettant un photon. L'énergie de ce dernier vérifie :

$$\mathcal{E} = E_1 - E_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

où h est la constante de Planck : $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s, c la vitesse de la lumière ($c = 3,0 \cdot 10^8$ m.s⁻¹) et λ la longueur d'onde.

La fluorescence consiste à apporter cet énergie sous forme d'un rayonnement de plus haute énergie. On observe l'émission lumineuse par fluorescence dans certains minéraux, les lucioles...

Propriété :

Un rayonnement issu d'une transition électronique possède un spectre d'émission **discret**. L'intensité lumineuse est non nulle pour certaines longueurs d'onde.

Les lampes spectrales contiennent un gaz soumis à une décharge électrique transmettant de l'énergie aux électrons des atomes de gaz. Seules les longueurs d'onde adaptées aux transitions entre les différents niveaux d'énergie sont visibles.

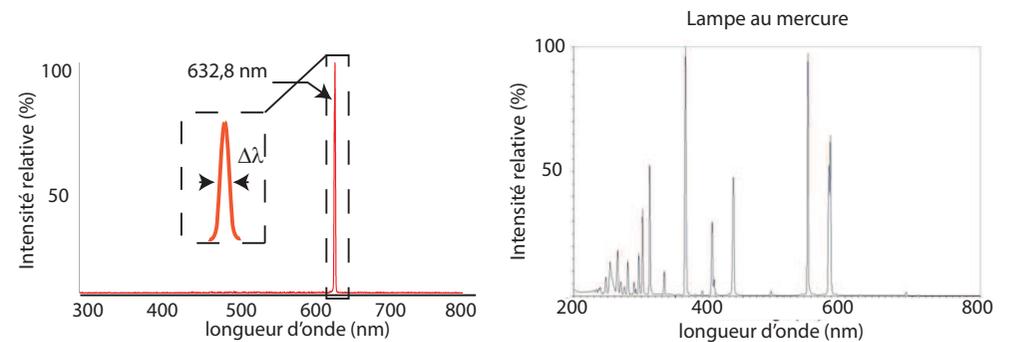


FIGURE 1.6 – Spectres discrets d'un laser (gauche) ou d'une lampe à mercure (droite)

Remarque 3 :

En réalité, même dans les spectres discrets, les raies présentent une certaine largeur spectrale. L'émission n'est pas purement monochromatique mais dans un intervalle restreint de longueur d'onde. Pour un laser, Hélium-Néon émettant à $\lambda_0 = 632,8$ nm, la largeur spectrale est de $\Delta\lambda \sim 2 \cdot 10^{-3}$ nm, pour une lampe spectrale $\Delta\lambda \sim 0,1$ nm.

2 - Vibration lumineuse

a) Modèle scalaire

Lorsqu'un faisceau lumineux rencontre une ouverture, l'onde en sorte appartient à un cône dont l'angle au sommet est inversement proportionnel à la taille de l'ouverture. L'optique géométrique prédit que la lumière en sortie de l'ouverture doit être de même taille que celle-ci. Pour comprendre le phénomène de diffraction, il faut abandonner le modèle des rayons lumineux et décrire la lumière comme une onde se propageant à la manière des vagues sur l'océan (cf. fig ??).

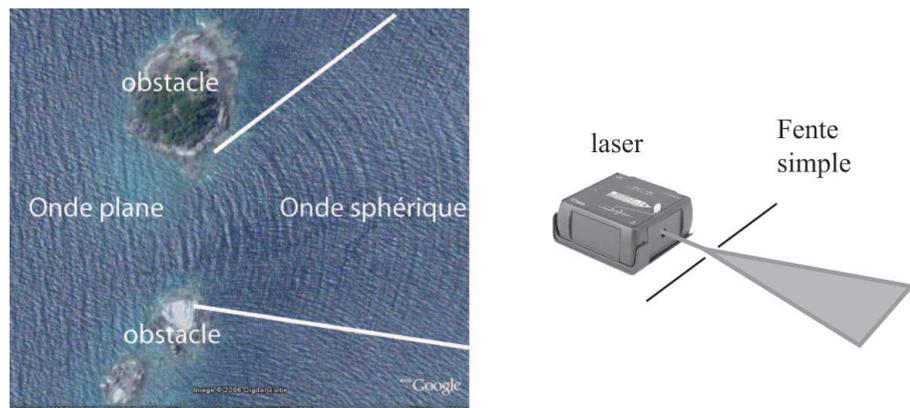


FIGURE 1.7 – Illustration du phénomène de diffraction

Le principe de Huygens-Fresnel consiste à supposer chaque point de l'espace comme un émetteur d'une onde sphérique de même fréquence, même amplitude et même phase que l'onde qui arrive. Au lieu de considérer que l'onde progresse

de manière continue, on décompose sa progression en imaginant qu'elle progresse de proche en proche. Formulé par Fresnel en 1815, ce principe reprend la base du modèle ondulatoire développé par Huygens (1690).

Définition :

On associe à une lumière monochromatique, une vibration lumineuse dépendant du point d'émission S_0 (la source), du point M d'observation et de l'amplitude A de la vibration :

$$s(M,t) = A(M) \cos(\omega t - \Phi(M)) \quad \text{avec} \quad \Phi(M) = \omega t_{S_0M}$$

où $A(M)$ est l'amplitude de l'onde au point M et t_{S_0M} est le temps que mets la lumière pour aller de S_0 à M .

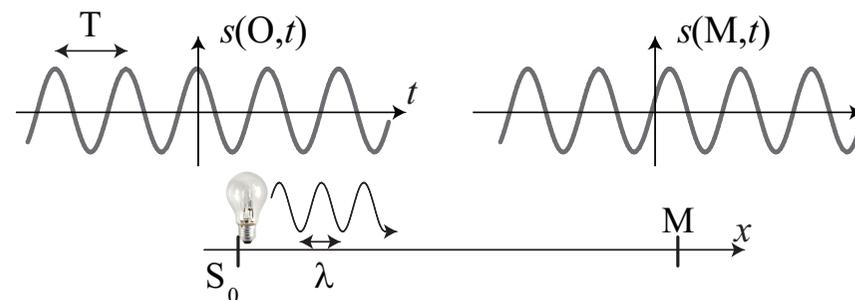


FIGURE 1.8 – Modèle de vibration lumineuse, périodicité temporelle et spatiale.

b) Déphasage et chemin optique

 Définition :

On note (SM) le chemin optique défini par :

$$(SM) = c \times t_{SM}$$

Dans un milieu homogène d'indice n le chemin optique est défini par :

$$(SM) = n \times SM$$

où SM est la distance géométrique de S à M

Le retard de phase $\phi(M)$ peut donc s'écrire :

$$\Phi(M) = \omega t_{SM} = 2\pi \frac{(SM)}{\lambda}$$

c) Théorème de Malus

Le théorème de Malus permet de relier le tracé géométrique des rayons à la notion d'onde. La phase est proportionnelle au chemin optique. Dans un milieu homogène d'indice n , la phase est donc proportionnelle à la distance parcourue.

 Définition :

Dans un milieu isotrope, les surfaces d'ondes sont perpendiculaires aux rayons lumineux.

Ce théorème permet d'identifier la nature d'une source lumineuse émettant une onde sphérique ou une onde plane. À titre d'exemple, un point source émet une onde dite sphérique puisque à une distance fixée de la source, la phase sera identique. À grande distance de cette source, on obtient une onde plane puisque le rayon de courbure de la surface d'onde devient infini.

 Propriété :

En plaçant la source dans le plan focal objet d'une lentille convergente, on obtient également une onde plane.

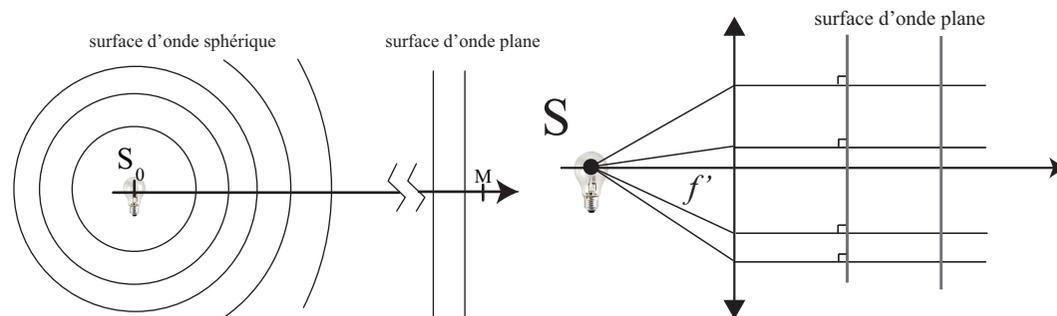


FIGURE 1.9 – Surfaces d'onde sphérique et plane

3 - Détecteur et intensité lumineuse

a) Les capteurs optiques

Les capteurs optiques usuels ne sont pas sensibles à la vibration lumineuse mais délivrent un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue sur un laps de temps τ . En un point M donné, ils mesurent l'intensité lumineuse $I(M)$ (exprimée en candela cd). La fréquence des vibrations étant trop élevée pour les capteurs, ils fournissent une grandeur proportionnelle à la valeur moyenne du carré de la vibration lumineuse en ce point. Par abus, on posera cette constante de proportionnalité égale à 1.

Définition :

L'intensité lumineuse s'exprime en fonction de la vibration lumineuse par :

$$I(M) = \langle s(M,t)^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau s(M,t)^2 dt$$

avec τ une constante de temps dépendant du capteur, très grande devant la période de l'onde lumineuse.

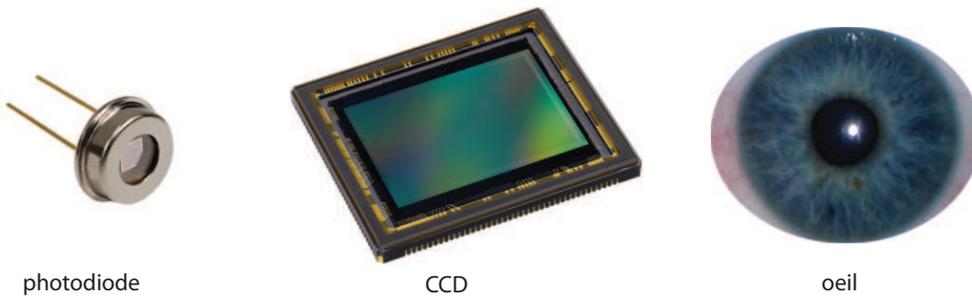


FIGURE 1.10 – Capteurs optiques usuels.

récepteur	photodiode	CCD	oeil
τ	1 ns	1 μ s	40 ms

TABLE 1.1 – Temps de réponse de différents capteurs optiques

Type d'onde	Radio	I.R.	visible	UV
Fréquence type	100 MHz	$3 \cdot 10^{13}$ Hz	$5 \cdot 10^{14}$ Hz	$3 \cdot 10^{15}$ HZ
λ type	3 m	10 μ m.	600 nm	100 nm
période	10 ns	30 fs	2 fs	0.3 fs

TABLE 1.2 – Caractéristiques des ondes électromagnétiques

Remarque 4 :

Des nouveaux capteurs sont apparus avec des temps de réponse de l'ordre de la picoseconde (10^{-12} s). Il est maintenant possible de visualiser la propagation de la lumière émise par un flash laser de 50 fs. Les informations recueillies par le capteur permettent même de remonter à des détails non-visibles directement en étudiant les particularités de la lumière réfléchiée. On n'observe donc toujours pas les oscillations du champ électrique mais on s'en rapproche.



II. Superposition de deux ondes

1 - Dispositif des fentes d'Young

a) Interférences

Définition :

On parle d'interférences à 2 ondes lorsque l'éclairement résultant de deux sources en un point M n'est pas la somme des éclairements de chacune des sources :

$$I_{tot}(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$$

Dans le cas de deux fentes éclairées par une même source monochromatique, chaque fente prise séparément éclaire uniformément une partie de l'écran. En-

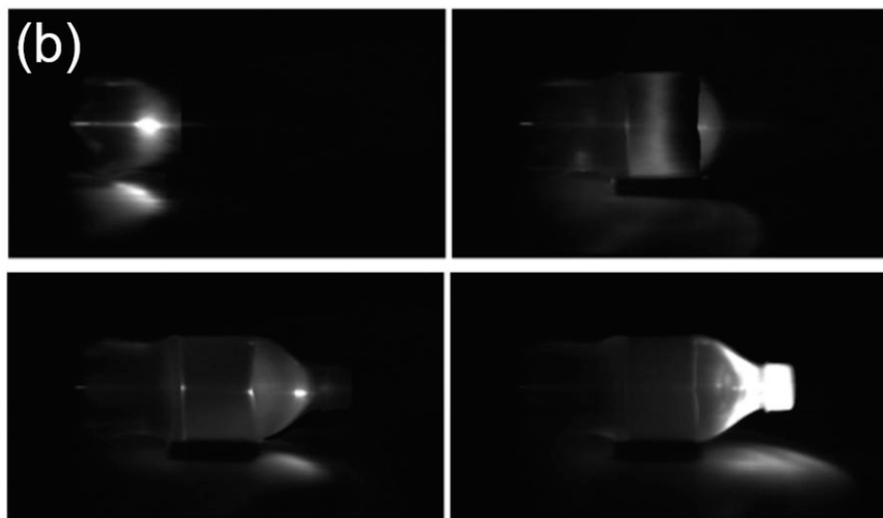


FIGURE 1.11 – Visualisation de la propagation de la lumière par caméra ultra rapide. L'intervalle entre chaque cliché est de 2 ps. D'après *Advances in Ultrafast Optics and Imaging Applications*, Satat et al. , SPIE 2016

semble, une succession de franges apparaît dans la zone d'éclaircissement commune. On a l'habitude de décrire ce phénomène par la formule :

$$\text{lumière} + \text{lumière} = \text{obscurité}$$

b) Interêt

Les propriétés de la figure d'interférences sont utilisées de nos jours comme validation d'expériences originales utilisant des ondes. Par exemple, il a été observé des franges d'interférences avec des trous d'Young dont le diamètre est plus petit que la longueur d'onde (cf. fig.??). L'image aurait du être de très faible amplitude mais des plasmons, qui sont des oscillations d'électrons à la surface d'un métal guident la lumière en direction des trous comme un entonnoir.

Les fentes d'Young permettent également de valider expérimentalement l'aspect ondulatoire de la matière. Une de ces expériences avec des électrons est décrite comme « la plus belle expérience de toute l'histoire de la physique », elle est effectuée par Tonomura en 1989 et répétée de façon contrôlée en 2012

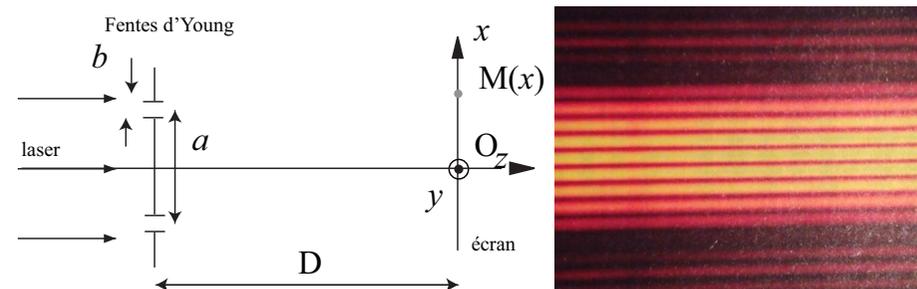


FIGURE 1.12 – Schéma expérimental et Observation.

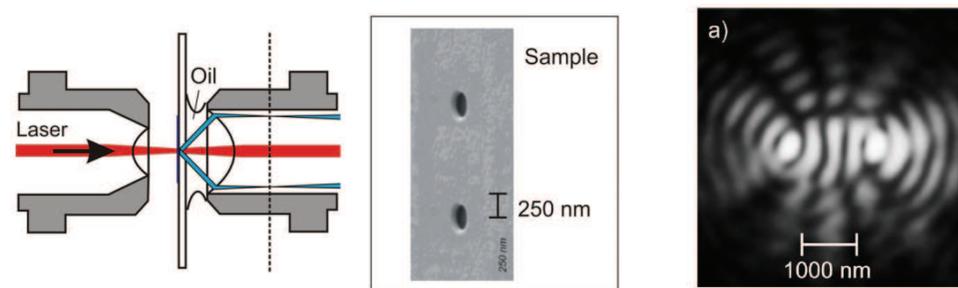


FIGURE 1.13 – Figure d'interférence par excitation de deux trous dans un film d'or. D'après A. Leitner et al., Interference of surface plasmon polaritons excited at hole pairs in thin gold films. Applied Physics Letters 2012

(cf. fig.??).

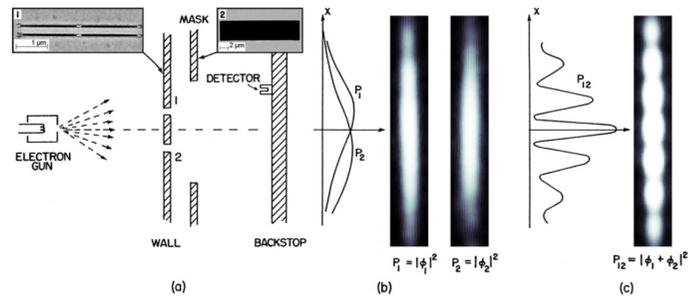


FIGURE 1.14 – Expériences des Fentes d’Young avec des électrons, *Controlled double-slit electron diffraction, NJP 2013*

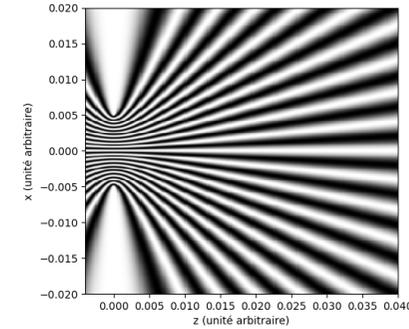


FIGURE 1.15 – Simulation d’interférences à partir de deux points sources S_1 et S_2 .

2 - Conditions d’obtention d’interférences

a) Champ d’interférences

Définition :

La **zone ou champ d’interférences** est la portion de l’espace dans laquelle est visible la figure d’interférences.

Avec des sources rigoureusement ponctuelles, les interférences seraient délocalisées dans tout l’espace puisque qu’il est possible d’atteindre n’importe quel point à partir de ces deux sources (cf. fig. ??).

En raison du phénomène de diffraction, avec des fentes d’Young éclairées par un laser, chaque fente émet de la lumière principalement dans un cône de demi-angle au sommet

$$\theta \sim \lambda/b$$

. La zone d’interférence correspond à la superposition des cônes de diffraction (cf. fig ??). Dans toute la zone d’interférences, on observe le même type de figure constituée d’une alternance de franges claires et sombres.

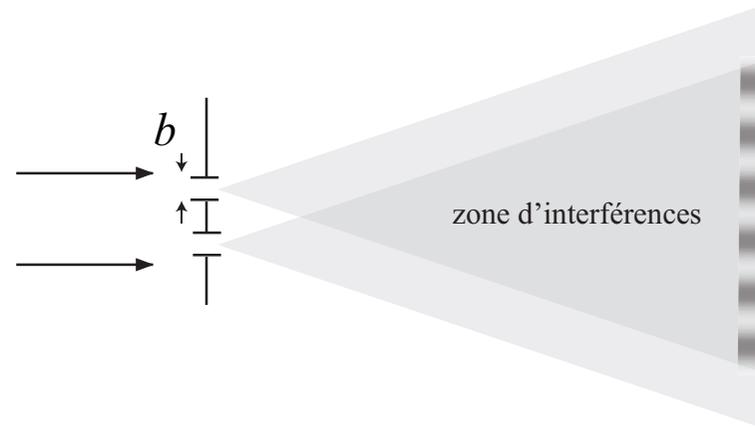


FIGURE 1.16 – Zone d’interférences.

◆ Définition :

Le système des fentes d'Young produit des interférences dites **non-localisées** car elles sont présentes sur toute la zone d'interférences.

Pour obtenir des interférences, il est donc nécessaire d'utiliser des dispositifs particuliers permettant de séparer la lumière issue d'une source primaire, de faire varier les déphasages de chaque faisceau puis de les recombinaer.

◆ Définition :

Dans les fentes d'Young, les sources secondaires sont obtenues par **division du front d'onde**.

b) Formule de Fresnel

Pour obtenir des interférences, il faut au moins deux rayons lumineux arrivant en un même point de l'espace par deux chemins différents.

Les détecteurs actuels effectuent des moyennes sur un temps caractéristique T_d très supérieur aux fluctuations de la vibration lumineuse $T_d \gg T$. Pour les calculs d'intensité lumineuse, on utilisera donc les égalités suivantes :

$$\langle \cos(2\pi t/T) \rangle = \frac{1}{T_d} \int_t^{t+T_d} \cos(2\pi t'/T) dt' \approx 0$$

$$\langle \cos^2(2\pi t/T) \rangle = \frac{1}{T_d} \int_t^{t+T_d} \cos^2(2\pi t'/T) dt' \approx 1/2$$

◆ Exemple 2 Calculer l'intensité lumineuse obtenue par la somme de deux ondes dans les cas suivants : (1) $s_1(M,t) = A \cos(\omega_1 t - \Phi)$ et $s_2(M,t) = A \cos(\omega_2 t - \Phi)$

(2) $s_1(M,t) = A \cos(\omega t - \Phi_1)$ et $s_2(M,t) = A \cos(\omega t - \Phi_2)$

(3) $s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - \Phi_1)$ et $s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - \Phi_2)$

Dans chacun des cas, on exprimera le résultat en fonction de $I_0 = A^2/2$, $I_1 = A_1^2/2$ ou $I_2 = A_2^2/2$. On indiquera une situation physique qui cor-

respond à chaque situation.

Dans tous les cas, on utilisera la relation trigonométrique suivante :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

Calculons l'intensité lumineuse :

$$\begin{aligned} I(M) &= \langle (s_1(M,t) + s_2(M,t))^2 \rangle \\ &= \langle s_1(M,t)^2 \rangle + \langle s_2(M,t)^2 \rangle + 2 \langle s_1(M,t)s_2(M,t) \rangle \end{aligned}$$

1. Ce cas correspond à des vibrations lumineuses de pulsation différente. Il s'agit de la superposition de deux ondes lumineuses, par exemple, avec une source non monochromatique ou deux sources de couleurs différentes. L'intensité lumineuse devient

$$I(M) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} + 2A^2 \langle \cos(\omega_1 t - \Phi) \cos(\omega_2 t - \Phi) \rangle$$

En linéarisant le produit de cosinus :

$$I(M) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} + A^2 \langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t - \Phi) \rangle + A^2 \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \rangle$$

La valeur moyenne temporelle d'un cosinus étant nulle, on obtient :

$$I(M) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} = I_0 + I_0$$

Lorsque les vibrations n'ont pas la même pulsation, il n'y a donc pas d'interférence.

2. Ce cas correspond à la superposition de deux ondes de même amplitude mais possédant un déphasage différent. Cette superposition peut être réalisée avec deux sources différentes de même longueur d'onde ou à l'aide d'une seule source et d'un dispositif permettant de séparer la lumière à partir d'une source primaire puis de la reconstituer. Dans ce cas proposé, l'intensité lumineuse s'écrit

$$I(M) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} + 2A^2 \langle \cos(\omega t - \Phi_1) \cos(\omega t - \Phi_2) \rangle$$

En linéarisant le produit de cosinus :

$$I(M) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} + A^2 \langle \cos(\omega t - \Phi_1 - \Phi_2) \rangle + A^2 \langle \cos(\Phi_2 - \Phi_1) \rangle$$

La valeur moyenne temporelle du premier cosinus est nulle mais la pas la seconde si les phases sont indépendantes du temps.

$$I(M) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} + A^2 \cos(\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$I(M) = 2I_0(1 + \cos(\Phi_2 - \Phi_1))$$

3. Ce cas différent du précédent par les amplitudes. Il pourrait s'agir d'une expérience de fente d'Young où une des fentes est plus large que la seconde. La calcul est identique :

$$I(M) = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + 2A_1A_2 \langle \cos(\omega t - \Phi_1) \cos(\omega t - \Phi_2) \rangle$$

En linéarisant le produit de cosinus et en utilisant les valeurs moyennes :

$$I(M) = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + A_1A_2 \cos(\Phi_2 - \Phi_1)$$

En utilisant les notations des intensités lumineuses :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\Phi_2 - \Phi_1)$$

Définition :

Dans la zone d'interférences et lorsque les sources ont *même amplitude*, l'intensité lumineuse est donnée par la formule de Fresnel

$$I(M) = 2I_0(1 + \cos(\Phi_2(M) - \Phi_1(M)))$$

où I_0 représente l'intensité lumineuse donnée par une seule source au point M. Si les amplitudes sont différentes, alors :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\Phi_2(M) - \Phi_1(M))$$

c) Problème de cohérence



Propriété :

Pour obtenir des interférences, il faut utiliser des sources **cohérentes** obtenues en utilisant une même source primaire et **monochromatiques**.

Si la source primaire possède plusieurs longueurs d'onde dans son spectre, l'éclairement résultant est la somme des éclaircissements pour chaque longueur d'onde :

$$I_{tot}(M) = I_{\lambda_1}(M) + I_{\lambda_2}(M)$$

Lors de l'émission spontanée, les photons émis présentent des vibrations sans influence les unes sur les autres. On peut représenter une suite de photons émis par une lumière monochromatique comme des morceaux de sinusoides existant sur un temps appelé temps de cohérence et présentant des discontinuités dues à une phase aléatoire lors de l'émission de cette suite de photon.

Si la lumière est émise par deux sources monochromatiques différentes, les phases Φ_1 et Φ_2 sont des grandeurs aléatoires puisque rien n'impose à un photon émis par la première source d'avoir la même phase que le photon émis par la seconde. Dans ce cas, le phénomène aléatoire étant beaucoup plus rapide que

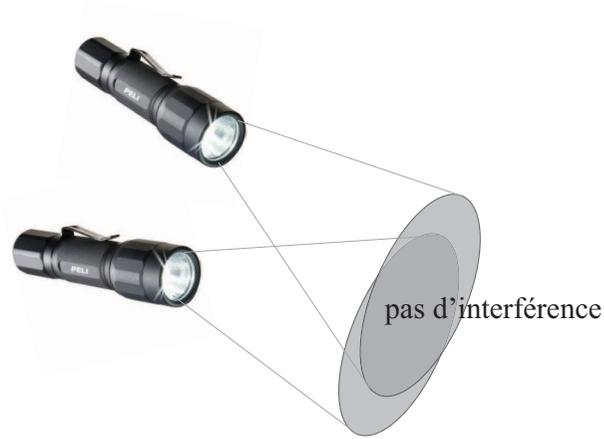


FIGURE 1.17 – Absence d'interférences avec deux sources différentes

le temps de réponse du détecteur, on obtient :

$$\langle \cos(\Phi_2(t) - \Phi_1(t)) \rangle = 0$$

Il n'y a donc pas d'interférence.

Remarque 5 :

Il est possible d'effectuer des interférences avec deux sources lumineuses différentes dans de rare cas où les sources ont des temps de cohérence plus grand que ceux des détecteurs. En 2000, une équipe de chercheurs italiens ont visualisé des interférences avec deux diodes lasers dont le temps de cohérence était de 1 ms grâce à un capteur de temps d'intégration ajustable entre 100 μ s et 1 ms (cf. fig. ??).

d) Notation complexe

La vibration d'une onde monochromatique étant sinusoïdale, il est possible d'utiliser la notation complexe pour simplifier les calculs :

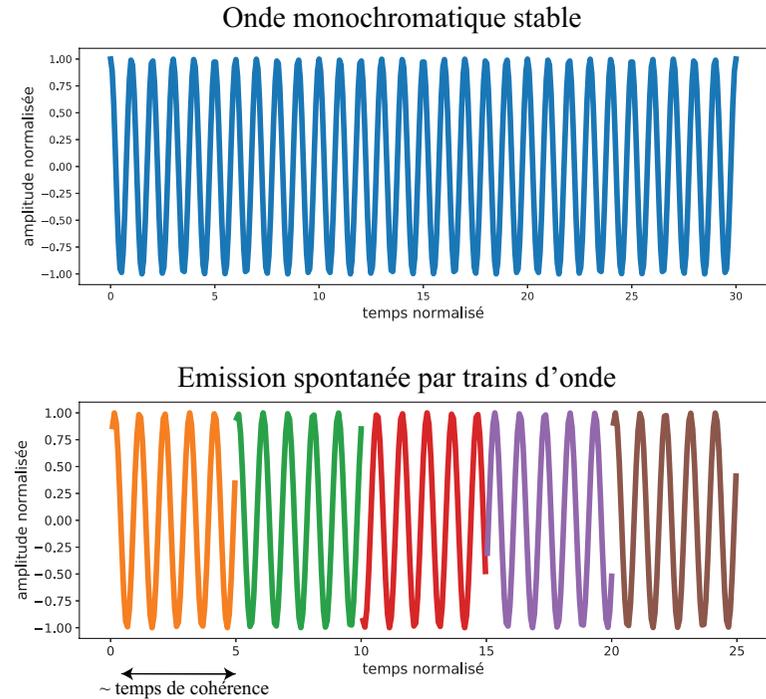


FIGURE 1.18 – Emission spontanée par trains d'onde

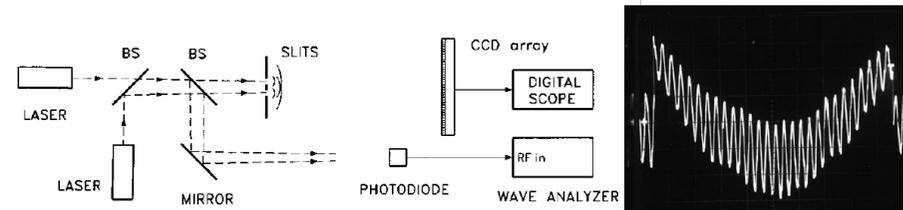


FIGURE 1.19 – Dispositif interférentiel avec deux diodes lasers stabilisés et figure d'interférences. D'après *Interference fringes from stabilized diode lasers*, *AM. J. Phys.* 2000.

Définition :

Une vibration de type $s(M,t) = A(M) \cos(\omega t - \Phi(M))$ peut s'écrire en notation complexe sous la forme :

$$\underline{s}(M,t) = A(M) \exp i(\omega t - \Phi(M)) = \underline{A}(M)e^{i\omega t}$$

avec $\underline{A}(M) = A(M)e^{i\Phi(M)}$

Propriété :

L'intensité lumineuse s'écrit en notation complexe sous la forme suivante :

$$I(M) = \langle s^2(M,t) \rangle = \frac{|\underline{s}(M,t)|^2}{2} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{s} \times \underline{s}^*)$$

où \underline{s}^* est le conjugué de \underline{s} .

Exemple 3 Retrouver la formule de Fresnel en utilisant la notation complexe à partir de deux ondes écrites sous la forme suivante :

$$s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - \Phi_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - \Phi_2)$$

Les vibrations complexes associées sont :

$$\underline{s}_1(M,t) = A_1 e^{i(\omega t - \Phi_1)} \quad \text{et} \quad \underline{s}_2(M,t) = A_2 e^{i(\omega t - \Phi_2)}$$

La vibration totale s'écrit :

$$\underline{s}(M,t) = \underline{s}_1(M,t) + \underline{s}_2(M,t) = A_1 e^{i(\omega t - \Phi_1)} + A_2 e^{i(\omega t - \Phi_2)}$$

On en déduit que l'intensité lumineuse vaut :

$$I(M) = \frac{|\underline{s}(M,t)|^2}{2} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{s} \times \underline{s}^*) = (A_1 e^{i(\omega t - \Phi_1)} + A_2 e^{i(\omega t - \Phi_2)}) \times (A_1 e^{-i(\omega t - \Phi_1)} + A_2 e^{-i(\omega t - \Phi_2)})$$

En développant, il vient :

$$I(M) = A_1^2 + A_1 A_2 e^{i(-\Phi_1 + \Phi_2)} + A_2^2 + A_2 A_1 e^{i(-\Phi_2 + \Phi_1)}$$

On obtient :

$$I(M) = A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 (e^{i(-\Phi_1 + \Phi_2)} + e^{i(\Phi_1 - \Phi_2)})$$

En reconnaissant l'écriture de cos

$$I(M) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\Phi_2 - \Phi_1)$$

3 - Interprétation de la figure d'interférences

a) Description de la figure

Les franges de la figure d'interférence peuvent s'interpréter par le déphasage entre les deux ondes lumineuses issues de chacune des sources. Pour une frange brillante, les ondes lumineuses sont en phase. Pour une frange sombre, les ondes lumineuses sont en opposition de phase.

Définition :

Le déphasage entre deux ondes est relié à l'**ordre d'interférence** par la relation :

$$\Phi_2 - \Phi_1 = 2\pi p$$

Ainsi lorsque l'ordre d'interférence est entier, les ondes sont en phase (déphasage d'un multiple de 2π) et lorsque l'ordre est demi-entier, les ondes sont en opposition de phase (déphasées de $\pi[2\pi]$). Il est alors possible d'interpréter la figure d'interférence en terme de déphasage au point d'observation entre les ondes issues de chacune de sources.

Propriétés :

- Si p est entier ($p \in \mathbb{Z}$), les interférences sont **constructives**, l'éclairement présente un maximum, on observe une frange **brillante**.
- Si p est demi-entier ($p \in \mathbb{Z} + 1 = 2$), les interférences sont **destructives**, l'éclairement présente un minimum, on observe une frange **sombre**.

Dans la figure ci-dessous, au point A, l'ordre est demi-entier, l'onde issue de S_1 et en opposition de phase avec l'onde issue de S_2 . En revanche au point B les deux ondes sont en phase.

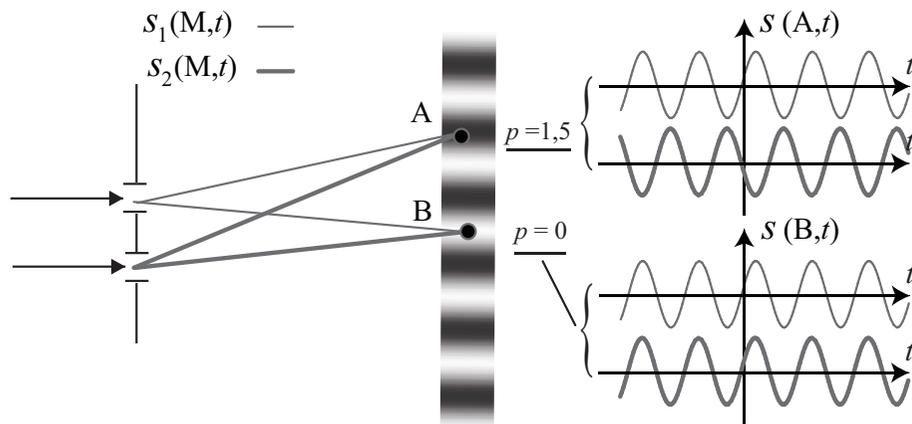


FIGURE 1.20 – Interprétation des franges par l'ordre d'interférence

b) Déphasage et différence de marche

Définition :

On définit la différence de marche en un point M notée $\delta(M)$ entre deux sources S_1 et S_2 comme la différence de chemin optique pour parvenir des sources jusqu'à M :

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$$

En utilisant la définition du chemin optique et celle du retard de phase, il est possible de relier le déphasage avec la différence de chemin optique. Ainsi le déphasage entre deux ondes peut s'écrire sous la forme :

$$\Phi_2(M) - \Phi_1(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda}$$

Propriété :

Un déphasage de π correspond à une différence de marche de $\lambda/2$

L'obtention de la différence de marche en fonction de la position du point d'observation permet d'obtenir l'expression analytique de l'intensité lumineuse.

4 - Calcul de la différence de marche

a) Calcul direct

Évaluons le chemin optique de chacun des rayons en calculant la distance à l'aide des coordonnées de chacun des points :

$$S_1 = \begin{pmatrix} a/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} -a/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$

:

$$(S_1M) = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2 + y^2} \quad \text{et} \quad (S_2M) = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2 + y^2}$$

Les ordres de grandeurs pour une figure de diffraction sont :

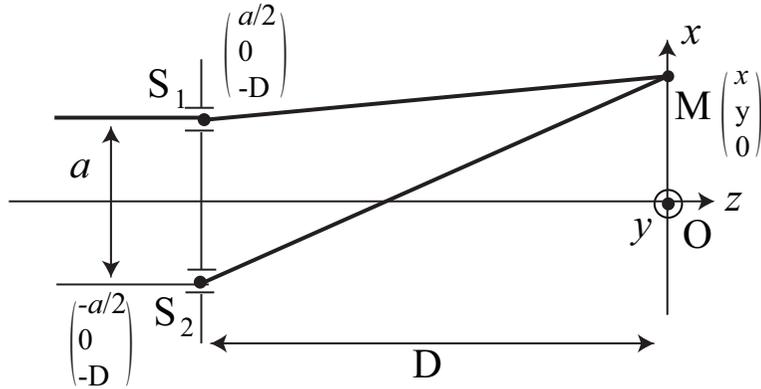


FIGURE 1.21 – Illustration du calcul direct de la différence de marche.

$$D \sim 1 \text{ m}, \quad x, y \sim 1 \text{ cm} \quad \text{et} \quad a \sim 0,1 \text{ mm}$$

La valeur de D est supérieure à toutes les autres, on obtient donc en factorisant par D :

$$(S_1M) = D\sqrt{1 + \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{D^2}} \quad \text{et} \quad (S_2M) = D\sqrt{1 + \frac{(x + a/2)^2 + y^2}{D^2}}$$

Utilisons, $\sqrt{1+u} = 1 + u/2 + o(u)$, avec $u = \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{D^2}$. Dans un souci de simplification des notations, on notera ici $o(u) = o(x^2/D^2)$ il vient :

$$(S_1P) = D\sqrt{1 + \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{D^2}} \quad \text{et} \quad (S_2P) = D\sqrt{1 + \frac{(x + a/2)^2 + y^2}{D^2}}$$

$$(S_1M) = D\left(1 + \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{2D^2} + o(x^2/D^2)\right)$$

$$(S_2M) = D\left(1 + \frac{(x + a/2)^2 + y^2}{2D^2} + o(x^2/D^2)\right)$$

Ainsi la différence de marche entre les deux rayons vaut :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = D\left(\frac{(x + a/2)^2 + y^2}{2D^2} - \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{2D^2} + o(x^2/D^2)\right)$$

En développant les expressions, la simplification de cette relation conduit à :

$$\delta = D\left(\frac{(x^2 + a^2/4 + ax - x^2 - a^2/4 + ax)}{2D^2} + o(x^2/D^2)\right)$$

On obtient alors :

$$\delta = \frac{ax}{D}$$

b) Théorème de Malus

Les ordres de grandeurs pour une figure de diffraction sont tels que l'on peut supposer que les rayons issus de S_1 et S_2 et arrivant en M sont quasi-parallèles. Cette approximation découle de l'axiome de mathématiques : « deux droites parallèles se rejoignent à l'infini ». Une rupture d'échelle est représentée ci-dessous pour faire apparaître des rayons quasi-parallèles.

L'utilisation du principe du retour inverse de la lumière permet de simplifier grandement les calculs de la différence de marche

Définition :

Le chemin optique suivi par la lumière entre deux points situés sur un même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points.

Ainsi, considérons une source au point M . Appliquons le théorème de Malus à partir du point S_1 , on en déduit que deux sources placées en S_1 et H émettent des vibrations lumineuses qui n'auraient aucune différence de marche en arrivant au point M .

$$(S_1M) = (HM)$$

En décomposant les chemins optique, la différence de marche entre S_1 et S_2 se simplifie par

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = (S_2H)$$

Dans le triangle rectangle S_2HS_1 , on peut écrire :

$$\delta = a \sin \alpha$$

Dans le triangle rectangle $OO'M$, on peut écrire :

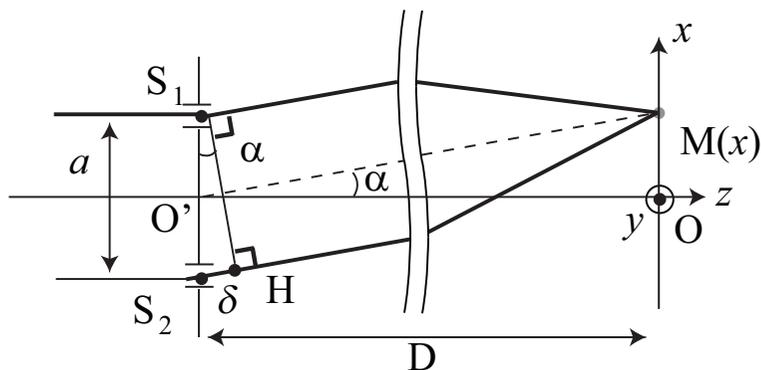


FIGURE 1.22 – Illustration du calcul de la différence de marche d'après le théorème de Malus.

$$\tan \alpha = \frac{x}{D}$$

En utilisant l'approximation des petits angles :

$$\delta \approx a\alpha = \frac{ax}{D}$$

5 - Interfrange

◆ Définition :

Pour une figure d'interférences possédant une alternance périodique de franges claires et sombres, l'interfrange est définie comme la distance entre deux franges de même nature.

Pratiquement, on utilisera des franges sombres car l'oeil est plus sensible à leur détection.

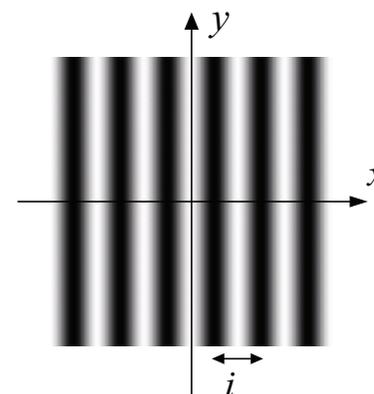


FIGURE 1.23 – Interfrange pour un éclairage périodique

■ Propriété :

L'interfrange est la périodicité spatiale de l'intensité lumineuse. En identifiant la variable, on peut déterminer rapidement la valeur de l'interfrange :

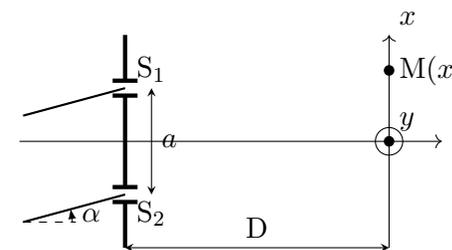
$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right]$$

variable 1/i variable
ax ax

🍃 Exemple 4

Un laser, de longueur d'onde dans le vide λ , émet un faisceau lumineux cylindrique incliné d'un angle α par rapport à l'axe Oz . Il éclaire entièrement et de manière uniforme les deux ouvertures de faibles dimensions et distantes de a . Cette distance est très petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M est proche du point O . On peut considérer que a, x, y sont très petits devant D .

D'après CCP 07



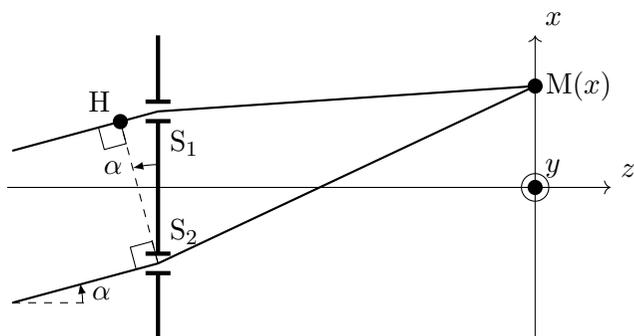
1 - Calculer la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M entre deux rayons issus du laser et passant par chacune des ouvertures, en fonction de α , a , x et D .

2 - En déduire, l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ et représenter graphiquement $I(x)$.

3 - Déterminer la position de la frange d'ordre 0. Dans quel sens se déplace la figure d'interférences en fonction de α ?

1 - D'après le théorème de Malus, les rayons venant du laser arrivent en phase au point S_2 et en H. La différence de marche pour arriver au point M s'écrit donc :

$$\delta = (S_2M) - (HM)$$



La différence de marche peut alors se décomposer de la manière suivante :

$$\delta = (S_2M) - (HS_1) - (S_1M)$$

Dans le triangle HS_1S_2 , on obtient :

$$HS_1 = a \sin \alpha \approx a\alpha$$

Évaluons ensuite le chemin optique à partir des fentes :

$$(S_1M) = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2} \quad \text{et} \quad (S_2M) = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2}$$

Au premier ordre en a/D , il vient :

$$(S_1M)_{approx} D + \frac{(x - a/2)^2}{2D} \quad \text{et} \quad (S_2M) = D + \frac{(x + a/2)^2}{2D}$$

Ainsi la différence de chemin optique après les sources vaut :

$$(S_2M) - (S_1M) = \frac{ax}{D}$$

On obtient alors que la différence de marche jusqu'au point M vaut :

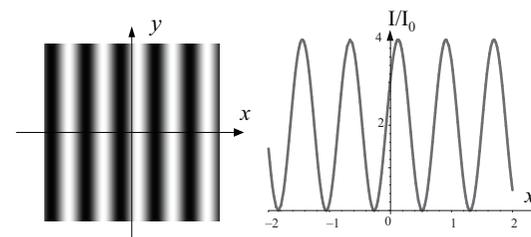
$$\delta = \frac{ax}{D} - a\alpha$$

2 - Pour deux ondes de même amplitude, l'intensité lumineuse vaut

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda} \right)$$

En remplaçant la différence de marche, on obtient

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} - \frac{2\pi a\alpha}{\lambda} \right) \right]$$



3 - L'ordre d'interférence est donné par :

$$p = \frac{ax}{\lambda D} - \frac{a\alpha}{\lambda}$$

L'ordre 0 vérifiant $p = 0$, on en déduit que

$$x_{p=0} = \alpha D$$

En l'absence d'inclinaison ($\alpha = 0$), la figure est centrée ($x_{p=0} = 0$), la figure se déplace donc selon les x croissants lorsqu'on incline le laser.

III. Quelques dispositifs interférentiels équivalents aux fentes d'Young

1 - Miroir de Lloyd

Au XIX^e siècle, de nombreux physiciens se penchent alors sur la possibilité de réaliser des interférences en imaginant de nombreux dispositifs. En 1833, Humphrey Lloyd utilise un simple miroir pour obtenir des interférences.

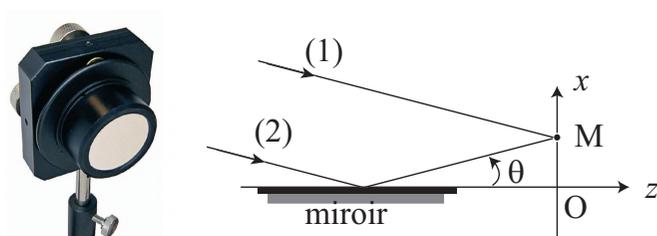


FIGURE 1.24 – Miroir de Lloyd commercial et schéma optique

Exemple 5 On considère un faisceau parallèle de lumière parvenant sur un miroir plan idéal avec un angle θ . La source est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$. Un détecteur (M), placé sur un axe (Ox) perpendiculaire au plan du miroir, peut donc superposer une onde directe (rayon 1) et une onde réfléchi (rayon 2), tout en donnant une détection quadratique.

1 - Déterminer la différence de marche géométrique entre deux rayons interférant au point M.

2 - On admet que l'onde subit un déphasage de π lors de la réflexion. Exprimer la différence de marche supplémentaire induite par la réflexion.

3 - Exprimer l'ordre d'interférence et justifier la forme des interférences. Quelle est la différence avec un dispositif de type fentes d'Young

4 - Calculer l'interfrange pour un angle $\theta = 10^\circ$.

Remarque 6 :

Les interférences par miroir de Lloyd peuvent être utilisées pour détecter un défaut d'alignement dans les lignes de diodes laser de puissance.

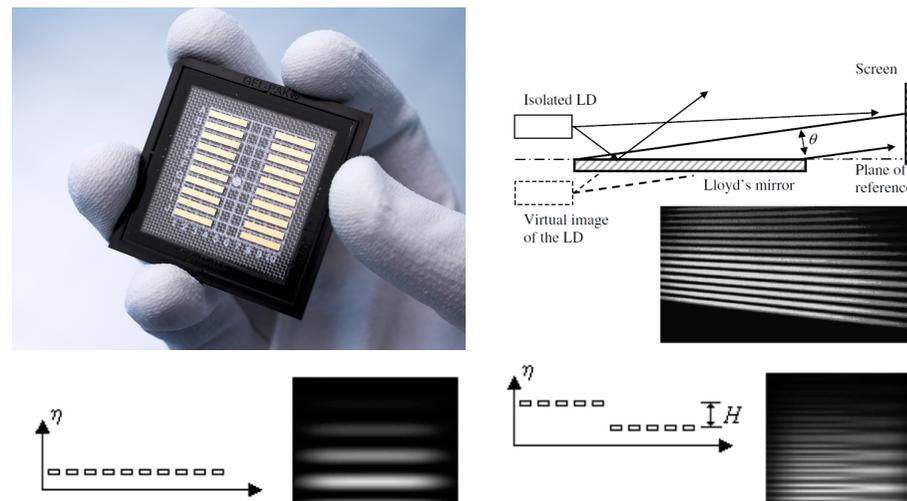


FIGURE 1.25 – Ligne de diodes laser de puissance (500 W)(Jenoptik) et technique de mesures de l'alignement des lasers par interférences (*D'après Interferometric method for characterizing the smile of laser diode bars, 2007, Opt Com*)

2 - Dispositifs de Fresnel

En 1818, Augustin Fresnel utilise deux miroirs dont l'inclinaison est réglable. Éclairés par une source ponctuelle, on obtient une figure d'interférences dont l'interfrange dépend alors de l'angle entre les miroirs.

Il pense également à utiliser deux prismes d'angle au sommet très faible et accolés. Chaque prisme génère une source virtuelle légèrement décalée.

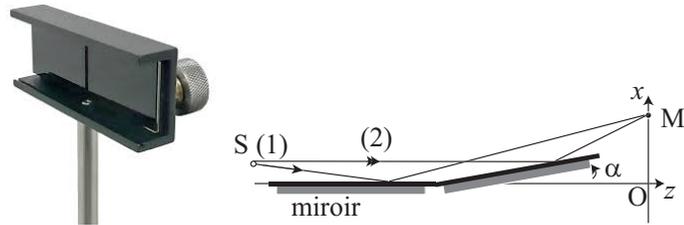


FIGURE 1.26 – Miroirs de Fresnel

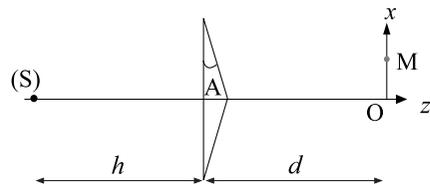


FIGURE 1.27 – Biprisme de Fresnel

3 - Bi-lentille de Billet

Une autre possibilité est effectuée par Félix Billet (professeur à la faculté de Dijon). En 1858, il crée deux sources secondaires en sciant une lentille selon son diamètre et en écartant légèrement ces deux parties.

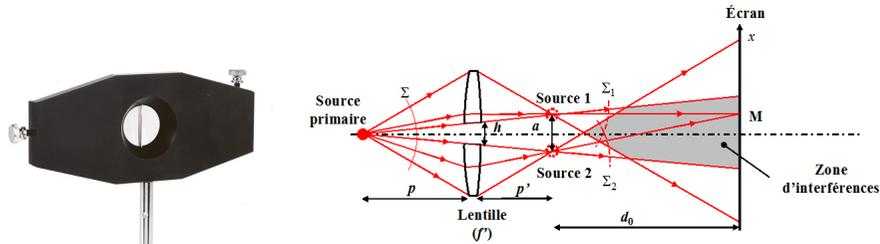


FIGURE 1.28 – Bilentille de billet