

Frottement solide

I. Lois de Coulomb

1 - Action de contact entre deux solides

À la fin du XVIII^e siècle, Charles Auguste Coulomb participe à un concours de l'académie des sciences visant à étudier scientifiquement le frottement solide, notamment entre les cordes et le bois, véritable plaie à l'époque dans la marine. Il décrit alors plus d'une trentaine d'expériences dont une consiste à charger un traineau et à mesurer la force nécessaire pour le faire avancer en évaluant la masse déposée sur un plateau (cf. fig. 1.1).

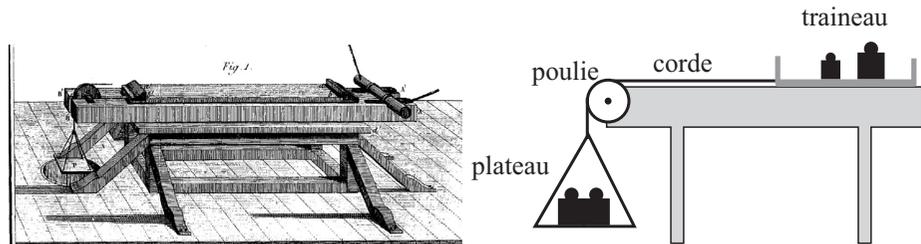


FIGURE 1.1 – Expérience historique de frottement solide, *d'après théorie des machines simples (1781), C.-A. Coulomb.*

dans le plateau. Tant que celui-ci reste immobile, la charge du plateau augmente. Dès que le traineau commence à glisser, la masse présente sur le plateau (multipliée par g) donne la valeur de la force de traction qui compense les frottements du support sur le traineau. Cette force peut alors être étudiée en fonction de la masse du traineau ou encore de la surface de contact entre la table et le traineau.

L'action de la table sur le traineau peut se décrire comme une force \vec{R} possédant deux composantes : l'une perpendiculaire à la surface de contact (notée \vec{N}) qui empêche l'objet de traverser le support et l'autre tangente à cette surface (notée \vec{T}) qui correspond à la friction du traineau sur la table (cf. fig. 1.2).

◆ Définition :

Notons \vec{R} la force exercée par le support sur un solide. L'action de contact entre deux solides se décompose de la manière suivante :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$$

- \vec{T} est la force de frottement de glissement et s'oriente à l'opposé du mouvement. Cette composante est dans le plan de contact ;
- \vec{N} est la composante normale de l'action de contact, perpendiculaire à la surface de contact entre les solides.

Une fois le traineau chargé, l'expérimentateur dépose petit à petit des masses

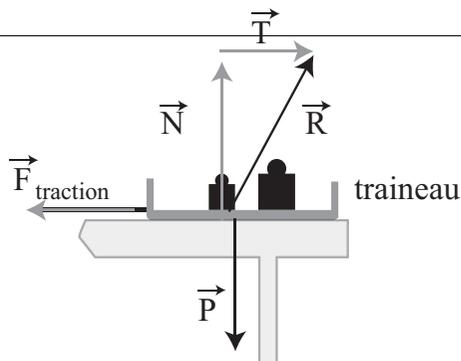


FIGURE 1.2 – Bilan des forces exercées sur un traineau.

2 - Glissement entre solides

L'expérience originelle de Coulomb prenait comme critère le fait que le traineau commence à glisser sur la table. Afin de définir si un solide glisse ou non, on peut définir la vitesse de glissement correspondant à la vitesse relative d'un solide par rapport à l'autre.

◆ Définition :

La vitesse de glissement d'un solide (1) par rapport à un solide (2) est donnée par :

$$\vec{v}_g(1/2) = \vec{v}(1)|_{\mathcal{R}} - \vec{v}(2)|_{\mathcal{R}}$$

où $\vec{v}(1)|_{\mathcal{R}}$ et $\vec{v}(2)|_{\mathcal{R}}$ sont les vitesses des solides (1) et (2) dans le référentiel d'étude \mathcal{R} .

En pratique, le solide (2) est le support, très souvent immobile. La vitesse de glissement correspond donc simplement à la vitesse du solide étudié. Dans l'expérience de Coulomb, le solide (2) est la table, immobile, et le solide (1) est le traineau.

■ Propriété :

On parle de **glissement** si $\vec{v}_g \neq \vec{0}$, et de **non-glissement** si $\vec{v}_g = \vec{0}$.

📌 Remarque 1 :

La vitesse de glissement est indépendante du référentiel d'étude puisqu'il s'agit d'une vitesse d'un solide par rapport à un autre.

3 - Énoncé des lois de Coulomb

Parmi les facteurs dont peuvent dépendre le frottement, Coulomb prend en compte la nature des matériaux en contact, la charge appliquée, la rugosité et l'étendue des zones de contact, la vitesse de glissement, la durée du contact préalable à l'essai, et encore l'utilisation éventuelle de lubrifiants. Parmi les conclusions de Coulomb, nous retiendrons les plus remarquables, transcrites en langage moderne :

- La force de frottement est proportionnelle au poids du solide posé sur le plateau horizontal.
- Pour un poids P donné, cette force ne dépend pas de l'étendue des surfaces de contact, mais seulement de la nature de ces surfaces (bois poli ou rugueux, bois ou métal, etc.).

Les lois de Coulomb donnent des informations sur la force de frottement selon que le solide glisse ou non. On notera $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$ l'action du support sur un solide. \vec{T} est la composante tangentielle à la surface de contact, due aux frottements et \vec{N} la composante normale.

Définition : : lois de Coulomb

Dans le cas du glissement ($\vec{v}_g(2/1) \neq \vec{0}$), la force de frottement solide \vec{T} s'oppose au mouvement du solide. Elle est colinéaire et de sens opposé à la vitesse de glissement du solide par rapport à son support. Sa norme vérifie :

$$\|\vec{T}\| = f_d \|\vec{N}\|$$

où f_d est appelée coefficient de frottement dynamique.

Dans le cas du non-glissement ($\vec{v}_g(2/1) = \vec{0}$) alors

$$\|\vec{T}\| \leq f_s \|\vec{N}\|$$

où f_s est appelée coefficient de frottement statique.

Ces forces ne dépendent pas de la surface de contact.

Le coefficient de frottement statique f_s est, en général, supérieur au coefficient de frottement dynamique f_d . On les confond souvent pour simplifier les études mécaniques et on ne parle plus que du *coefficient de frottement* noté simplement f .

| Matériaux en contact | f_s | f_d |
|------------------------------|---------|---------|
| Acier sur acier | 0,1 | 0,1 |
| Caoutchouc sur acier | 0,4 | 0,3 |
| Caoutchouc sur bitume sec | 0,6-0,8 | 0,6-0,8 |
| Caoutchouc sur bitume humide | 0,3 | 0,1 |

TABLE 1.1 – Coefficients de frottements usuels

Pour les objets usuels, le coefficient de frottement est en général inférieur à 1. Dans certains cas plus exotiques, le coefficient peut être supérieur. Par exemple, on estime que le coefficient de frottement pour les pneus de formule 1 vaut $f = 1,5$. On comprend mieux pourquoi une Formule 1 est capable de prendre des virages serrés à des vitesses très élevées sans déraiper !

Définition :

Le coefficient de frottement statique peut encore se définir par l'angle maximal ϕ que pourra faire le vecteur \vec{R} avec sa composante normale \vec{N} :

$$\tan \phi \leq f$$

ϕ est alors appelée l'angle du cône de frottement. La force \vec{R} est contenue dans le cône d'angle ϕ et de sommet le point de contact (cf. fig. 1.3).

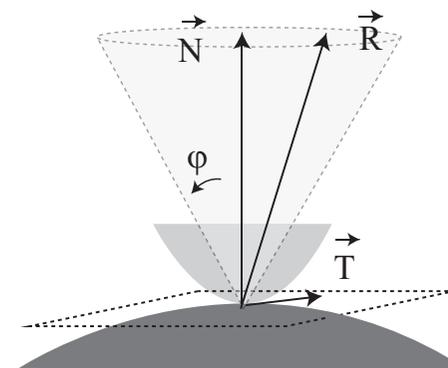
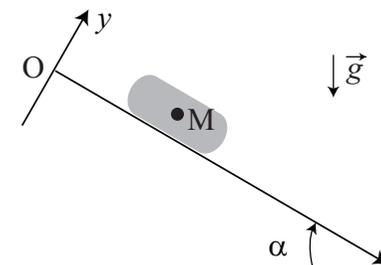


FIGURE 1.3 – Cone de frottement

Exemple 1

On pose sur une plaque de verre inclinée d'un angle α variable, un morceau de bois de masse m . On note $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$ la réaction du sol sur l'objet.



1 - En supposant que le morceau de bois soit immobile, exprimer \vec{T} et \vec{N} en fonction de m , α et g , l'accélération de la pesanteur.

2 - Le morceau de bois commence à glisser si $\alpha = 35^\circ$, en déduire la valeur de f .

3 - Le morceau de bois commençant à glisser en $x(t = 0) = x_0$, déter-

miner $x(t)$, en fonction de g , α , f et x_0 .

Pour s'entraîner : exercices ??, ??, ??

1 - Considérons le système {bois} dans le référentiel galiléen du laboratoire, soumis :

- à la réaction du support $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$;
- et à son poids \vec{P} .

Si le morceau de bois est immobile, l'application de la deuxième loi de Newton conduit à :

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

Projetons chacune des forces :

- $\vec{R} = -T\vec{e}_x + N\vec{e}_y$;
- $\vec{P} = mg \cos \alpha \vec{e}_x - mg \sin \alpha \vec{e}_y$

La projection de la deuxième loi de Newton suivant les axes Ox et Oy donne :

$$\begin{cases} N = mg \cos \alpha \\ T = -mg \sin \alpha \end{cases}$$

2 - Si le morceau de bois commence à glisser, alors : $|T| = f|N|$. On en déduit que :

$$\tan \alpha = f \approx 0,7$$

3 - Si le morceau de bois glisse, l'application de la 2^e loi de Newton conduit à

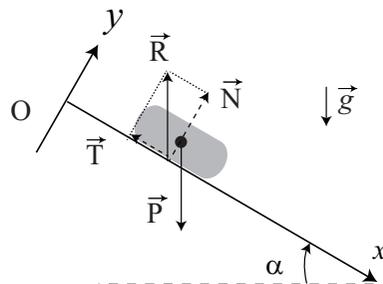
$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$

La projection de ces équations suivant les axes Ox et Oy donne :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = T + mg \sin \alpha \\ m\ddot{y} = N - mg \cos \alpha \end{cases}$$

L'absence de mouvement suivant Oy permet de conclure que

$$N = mg \cos \alpha \quad \text{soit} \quad T = fmg \cos \alpha$$



L'équation différentielle devient :

$$m\ddot{x} = -fmg \cos \alpha + mg \sin \alpha = mg(\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

L'intégration de cette équation avec comme condition initiale $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = 0$ donne :

$$x(t) = \frac{g(\sin \alpha - f \cos \alpha)}{2} t^2 + x_0$$

Le mouvement est uniformément accéléré mais la présence des frottements diminue son accélération d'un facteur $f \cos \alpha$.

Remarque 2 :

Contrairement au frottement visqueux, une force de frottement solide ne donne pas de vitesse limite mais limite l'accélération.

Remarque 3 :

On retiendra que dans une situation de glissement, si l'on arrive à connaître la composante normale \vec{N} de la force de contact, alors on connaît aussitôt la norme de la force tangentielle $|T|$. Ceci est très important dans le cadre de la résolution d'un problème de mécanique.

La diminution du coefficient de frottement est un enjeu majeur pour réduire l'usure de pièces mobiles. L'utilisation de nano-matériau (par exemple des feuilles de graphène) permet d'obtenir des lubrifiants solides de très bonne qualité.

4 - Limites de la loi de Coulomb

La description du frottement solide ne s'arrête pas au XVIII^e siècle. Coulomb avait dégagé l'idée que l'état de surface était très importante pour le frottement. Mais il existe des expériences où des surfaces lisses présentent un coefficient de frottement important. En 1950, Bowden et Tabor continuent les recherches sur le frottement et démontrent les lois de

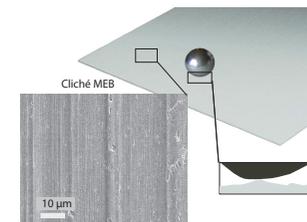


FIGURE 1.5 - Al-lure d'une surface en contact, d'après cliché

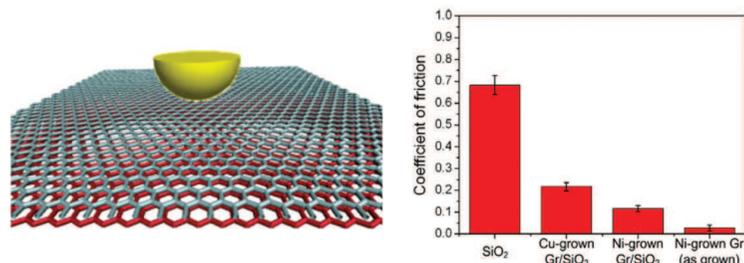


FIGURE 1.4 – Coefficient de friction avec un dépôt de graphène comme lubrifiant solide, d'après *Chemical Vapor Deposition-Grown Graphene : The Thinnest Solid Lubricant*, Kim et al. *ACS Nano*, 2011

Coulomb en utilisant la déformation des matériaux lors de la charge. L'utilisation de microscope électronique permet d'observer que lorsque deux objets sont en contact, la zone de contact n'est pas ponctuelle. En effet, la surface d'un matériau n'est en générale pas lisse du point de vue atomique, il existe de nombreux défaut de surface (cf. fig. 1.5). De plus, au niveau de la zone de contact, on observe une déformation dépendante de la charge qui donne une surface de contact plutôt qu'un contact ponctuel. Au contraire, la structuration de nano-matériau permet d'obtenir des surfaces avec des coefficients de frottement important (supérieur à 1 pour le gecko).

Des chercheurs de l'université d'Akron (Ohio, USA) fabriquent des adhésifs "gecko-inspirés" autonettoyants, composés de nanoparticules de carbone de 200-500 μm de long, synthétisés à 750 $^{\circ}\text{C}$ à base d'éthylène et d'hydrogène. L'idée de créer des gants adhérent aux surfaces lisses a également germé et des chercheurs américains de l'UMass Amherst ont créé des "gants geckos" (Geckskin's adhesive pads) à base de polydiméthylsiloxane. Il s'agit de sortes de peaux adhésives sèches, robustes, bon marché et résistantes dans le temps. Selon les calculs, de tels gants seraient capables de permettre à un homme de 80 kg de se hisser sur une surface vitrée sans risque de chute. Des prototypes sont à l'essai à l'université Cornell, mais c'est une autre histoire...

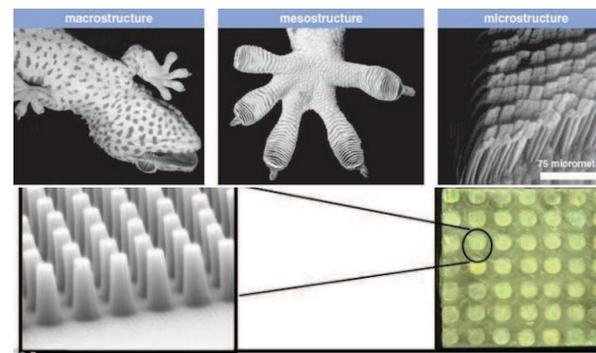


FIGURE 1.6 – Nanostructuration de la surface de la peau d'un Gecko. D'après *Frictional adhesion : a new angle on gecko attachment*, K. A et al. *Journal of Experimental Biology* 2006

II. Mouvement et frottement solide

1 - Aspect énergétique

Considérons un solide glissant sur un support avec une vitesse \vec{v} . La puissance de l'action de contact \vec{R} s'écrit simplement en fonction de sa composante tangentielle \vec{T} puisque la composante normale est perpendiculaire au déplacement :

$$\mathcal{P} = \vec{R} \cdot \vec{v} = (\vec{N} + \vec{T}) \cdot \vec{v} = \underbrace{\vec{N} \cdot \vec{v}}_{\vec{0}} + \vec{T} \cdot \vec{v}$$

Propriété :

Seule la composante tangentielle \vec{T} de l'action de contact entre solides travaille : $W_{AB}(\vec{R}) = \vec{T} \cdot \vec{A}\vec{B}$ et $\mathcal{P}(\vec{R}) = \vec{T} \cdot \vec{v}$



FIGURE 1.7 – Geckskin, une start-up américaine propose des adhésifs repositionnables avec une adhésion exceptionnelle. D'après <https://geckskin.umass.edu/>

Exemple 2

Pour passer, le code de la route, on peut lire les informations suivantes sur un site d'auto-école :

Distance d'arrêt = Distance parcourue avant réaction (1 s) + Distance de freinage. Je multiplie le chiffre des dizaines de km/h (vitesse à laquelle je roule) par lui-même. Exemple :

- Je circule à 50 km/h, mon véhicule s'arrête en $5 \times 5 = 25$ m.
- Je circule à 90 km/h, mon véhicule s'arrête en $9 \times 9 = 81$ m.
- Je circule à 110 km/h, mon véhicule s'arrête en $11 \times 11 = 121$ m.

Sur chaussée mouillée, la distance d'arrêt est multipliée par 1,5 !

1 - Effectuer un schéma légendé en faisant apparaître les forces lors des différentes phases du mouvement d'une voiture.

2 - À l'aide du théorème de l'énergie cinétique, exprimer la distance d'arrêt en fonction de la vitesse du véhicule.

3 - Commenter les valeurs numériques proposées avec $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et une masse de voiture $m = 1,2 \cdot 10^3$ kg. On pourra représenter les valeurs obtenues à l'aide d'un tableau pour comparaison.

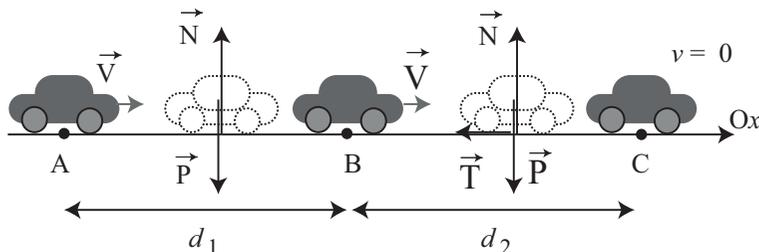
Données : coefficient de frottement du caoutchouc

- sur bitume sec : $f = 0,6$
- sur bitume mouillé : $f = 0,3$

Pour s'entraîner : exercices ?? , ??, ??, ??

1 - Le mouvement se décompose en deux phases :

- une phase de réaction à vitesse constante (de A à B) ;
- une phase de freinage où intervient la composante tangentielle au support \vec{T} (de B à C).



2 - Durant la phase de réaction, la distance parcourue pour une vitesse V pendant le temps $t_1 = 1$ s est : $d_1 = V \times t_1$. Durant la phase de freinage, la force de frottement maximale est donnée lorsque les roues sont bloquées par :

$$T = f_d \times N$$

La route est horizontale, $N = mg$, le travail de la force de frottement vaut :

$$W_{BC}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{BC} = -f_d mg \times d_2$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant où la voiture roule à la vitesse V (état B) et lorsqu'elle est arrêtée (état C), on obtient :

$$E_C(C) - E_C(B) = W_{BC}(\vec{T}) + W_{BC}(\vec{N}) + W_{BC}(\vec{P})$$

Le poids et la composante normale sont perpendiculaires au déplacement, il reste :

$$0 - \frac{1}{2}mV^2 = -f_d mg \times d_2 + 0 + 0$$

où d_2 est la distance parcourue pendant le freinage. La distance totale d'arrêt est donc de :

$$d = d_1 + d_2 = Vt_1 + \frac{V^2}{2f_d g}$$

On remarque également que le résultat est indépendant de la masse et donc dépend uniquement du type de pneu.

3 - On obtient les résultats suivants :

| distance d'arrêt (m) | 50 km.h ⁻¹ | 90 km.h ⁻¹ | 110 km.h ⁻¹ |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| auto-école | 25 | 81 | 121 |
| route sèche | 30 | 77 | 108 |
| route humide | 46 | 129 | 186 |

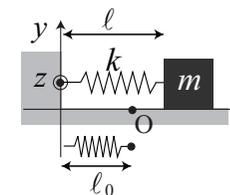
L'ordre de grandeur est cohérent mais les valeurs sont surestimées à basse vitesse et sous-estimée à haute vitesse car le temps de réaction est proportionnel à la vitesse et non au carré de la vitesse. Concernant une chaussée humide, les distances d'arrêt sont presque doublées à haute vitesse en raison d'une diminution d'un facteur 2 du coefficient de frottement.

2 - Oscillateur amorti par frottement solide

Pour un mobile oscillant avec frottement, l'amplitude des oscillations diminue avec le temps. Dans le cas du frottement visqueux, les oscillations diminuent avec une enveloppe exponentielle. L'exercice suivant propose de décrire le mouvement en présence d'un frottement solide. La difficulté de l'étude d'un mouvement oscillant vient du fait que la force de frottement \vec{T} change de sens en fonction du déplacement du mobile. Si le mobile se déplace vers la gauche, la force est orientée vers la droite et inversement.

Exemple 3

On considère une masse m accrochée à une ressort et oscillant sur un plan horizontal. On note f le coefficient de frottement entre le support et le mobile. Le mouvement du mobile est repéré par $x(t)$, l'origine O de l'axe Ox coïncide avec la position du mobile lorsque le ressort est au repos.



1 - Déterminer l'élongation minimale et maximale permettant la mise en oscillation. On posera $x_c = fmg/k$.

2 - Cette condition étant réalisée, déterminer l'équation horaire $x(t)$ lorsque le mobile se déplace de la droite vers la gauche. On prendra comme condition initiale : $x(0) = h$ et $\dot{x}(0) = 0$ et on posera $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

3 - En déduire l'équation horaire lorsque le mobile se déplace vers la droite et conclure sur l'évolution de l'amplitude des oscillations.

Pour s'entraîner : exercice ??

1 - Dans le référentiel galiléen associé au bâti, appliquons le principe fondamental de la dynamique au mobile. Ce dernier est soumis à :

- la réaction du support : $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$;
- à la force de rappel du ressort : $\vec{F} = -k(\ell - \ell_0) \vec{e}_x = -kx\vec{e}_x$;
- à son poids : $\vec{P} = -mg\vec{e}_y$.

Ainsi,
$$m\vec{a} = \vec{R} + \vec{F} + \vec{P}$$

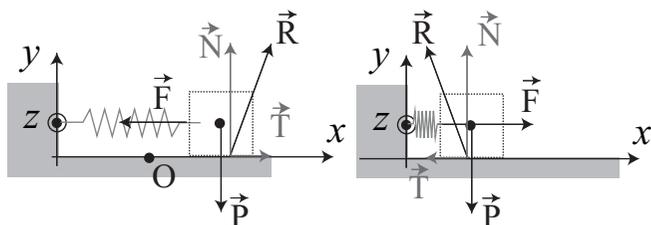


FIGURE 1.8 – Bilan des forces selon le sens de déplacement

Supposons le ressort étiré et la masse m immobile. La force de frottement est orienté selon $+Ox$. La projection de l'équation précédente selon Ox et Oy donne :

$$\begin{cases} 0 = T - k(\ell - \ell_0) \\ 0 = N - mg \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} T = k(\ell - \ell_0) \\ N = mg \end{cases}$$

Plaçons-nous à la limite du glissement, on en déduit que $T = fN$, ainsi il vient :

$$k(\ell - \ell_0) = fmg \quad \text{soit} \quad \ell = \ell_0 + \frac{fmg}{k}$$

On obtient de la même façon l'allongement pour un ressort comprimé (la composante T étant alors orienté selon $-Ox$).

Ainsi,
$$\ell = \ell_0 \pm \frac{fmg}{k} \quad \text{soit} \quad x = \pm \frac{fmg}{k} = \pm x_C$$

2 - Au début du mouvement, le ressort est étiré et le mobile se déplace vers la gauche. On est donc dans le cas où $\dot{x} < 0$, la force de frottement est orientée vers la droite : $T = +fmg$. L'équation selon Ox devient :

$$m\ddot{x} = -kx + fmg \quad \text{soit} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = fg$$

La solution générale de cette équation est : $x(t) = \frac{fmg}{k} + A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$. Appliquons les conditions initiales : $x(0) = h = \frac{fmg}{k} + A$ et $\dot{x}(0) = 0 = \omega_0 B$. En posant $x_C = fmg/k$, il vient : $x(t) = x_C + (h - x_C) \cos \omega_0 t$, l'équation horaire $x(t)$ correspond à une oscillation à la pulsation ω_0 , d'amplitude $h - x_C$ et de valeur moyenne x_C .

3 - Dans le cas où $\dot{x} > 0$, la force de frottement est orienté selon $-Ox$, l'équation selon Ox devient :

$$m\ddot{x} = -kx - fmg \quad \text{soit} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = -fg$$

La solution générale de cette équation, valable tant que $\dot{x} < 0$ est :

$$x(t) = -x_C + A' \cos \omega_0 t + B' \sin \omega_0 t$$

Les valeurs de A' et B' sont obtenues par continuité avec la solution précédente, lorsque $t = \pi/\omega_0$: $x(\pi/\omega_0) = -h + 2x_C$ et $\dot{x}(\pi/\omega_0) = 0$. On obtient alors :

$$x(t) = -x_C + (-h + 3x_C) \cos \omega_0 t$$

L'équation horaire $x(t)$ correspond à une oscillation à la pulsation ω_0 , d'amplitude $h - 2x_C$ et de valeur moyenne $-x_C$.

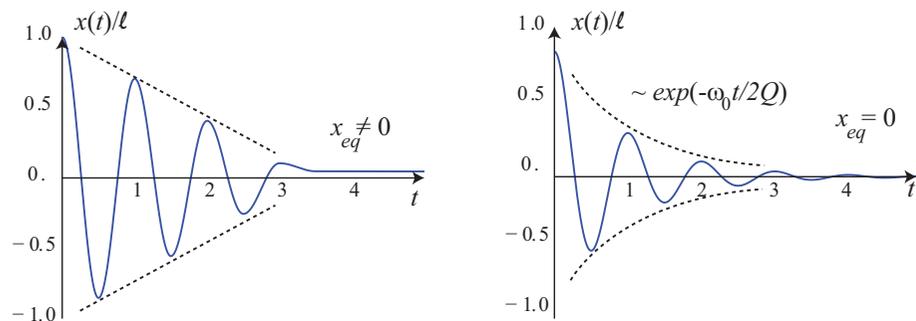


FIGURE 1.9 – Oscillations avec force de frottement solide (gauche) ou visqueux (droite)

Ainsi l'amplitude des oscillations pour $\dot{x} > 0$ est diminuée de $2x_c$ sur une demi-période. Le mobile s'arrête lorsque la force du ressort n'est plus suffisante pour engendrer le glissement au moment où la vitesse est nulle, c'est-à-dire lorsque $|x(n\pi/\omega)| < x_c$. Le nombre maximale d'oscillations est donc donné par ¹ : $N_{\max} = \frac{h}{4x_c}$.

Propriété :

On retiendra que l'enveloppe des oscillations est **linéaire** dans le cas d'un frottement **solide** alors qu'elle est exponentielle pour du frottement fluide.

Remarque 4 :

Des amortisseurs à frottements solide sont utilisés pour dissiper l'énergie dans les bâtiments soumis à des tremblements de terre. Lorsque le bâtiment oscille, le frottement solide entre les différentes pièces de l'amortisseur permet de diminuer l'amplitude de vibration des bâtiments.



FIGURE 1.10 – Friction Damper, d'après *A modified friction damper for diagonal bracing of structures*, H.S.Monir. *Journal of Constructional Steel Research* 2013

1. En résolvant sur chaque demi-période d'indice p , on peut montrer que l'expression générale peut être mise sous la forme : $x(t) = (-1)^p x_c + (-1)^p (h - (2p + 1)x_c) \cos \omega_0 t$

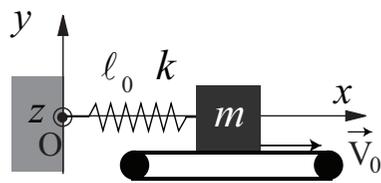
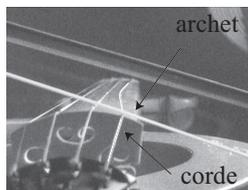
3 - Phénomène de collé-glissé ou stick-slip

En présence de frottement solide, il est possible d'observer un phénomène appelé **collé-glissé** (ou stick-slip) lorsqu'un solide entraîne le mouvement d'un autre. Il peut apparaître une succession de mouvements saccadés où le solide glisse puis reste collé au support. Ce phénomène intervient par exemple dans l'excitation d'une corde de violon par un archet en translation.



FIGURE 1.11 - Phénomène de collé-glissé d'un archet

Exemple 4 On modélise l'action d'un archet de violon sur une corde par un mobile de masse m , accroché à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 est posé sur un tapis roulant se déplaçant à la vitesse V_0 selon Ox . On note f le coefficient de frottement et l'on suppose que le coefficient de frottement statique est identique au coefficient de frottement dynamique.



Initialement le mobile est en $x(0) = \ell_0$ et sa vitesse est celle du tapis roulant : $\dot{x}(0) = V_0$.

- 1 - Déterminer l'instant t_1 à partir duquel le mobile commence à glisser. Exprimer alors la longueur du ressort ℓ_1 en fonction de f , m , k , ℓ_0 et g .
- 2 - On pose $t' = t - t_1$. Déterminer l'équation du mouvement lors de la phase de glissement et donner l'expression de $x(t')$.
- 3 - En déduire une représentation de $x(t)$.

Pour s'entraîner : exercice ??

1 - Dans le référentiel associé au bâti, la masse m se déplace à la vitesse V_0 lorsqu'elle ne glisse pas :

$$x(t) = \ell_0 + V_0 t$$

Le mobile est soumis à

- la force de rappel du ressort : $\vec{F} = -k(x(t) - \ell_0) \vec{e}_x$;
- son poids : $P = -mg \vec{e}_y$;
- la réaction du support : $\vec{R} = T \vec{e}_x + N \vec{e}_y$.

Si le mobile est à vitesse constante, le principe fondamental de la dynamique selon Ox et Oy conduit à :

$$0 = T - k(x(t) - \ell_0) \quad \text{et} \quad 0 = N - mg$$

À la limite du glissement, $T = f \times N$, on en déduit que :

$$T = kV_0 t = fN \quad \text{soit} \quad t_1 = \frac{fmg}{kV_0}$$

La longueur du ressort vaut alors $\ell_1 = \ell_0 + \frac{fmg}{k}$

2 - Lors du glissement, l'équation selon Ox devient :

$$m\ddot{x} = fmg - k(x - \ell_0)$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = fg + \frac{k}{m}\ell_0$$

La solution générale de cette équation est :

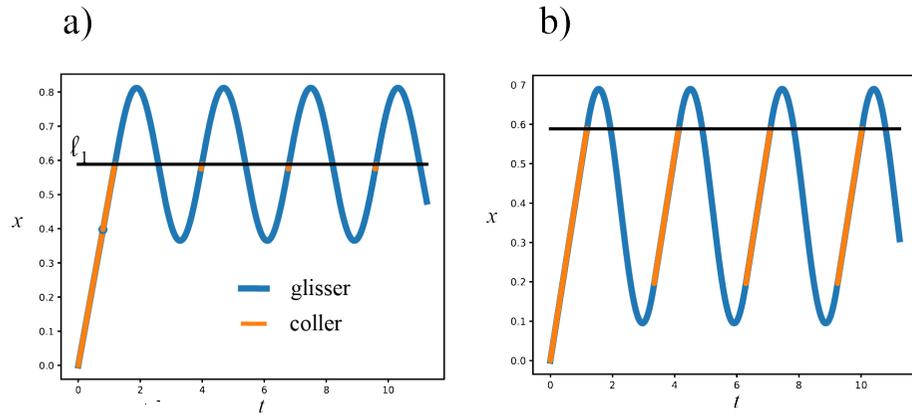
$$x(t') = A \cos \omega_0 t' + B \sin \omega_0 t' + \ell_1$$

Les conditions initiales sont : $x(t' = 0) = \ell_1$ et $\dot{x}(t' = 0) = V_0$. On en déduit que :

$$A + \ell_1 = \ell_1 \quad \text{et} \quad \omega_0 B = V_0$$

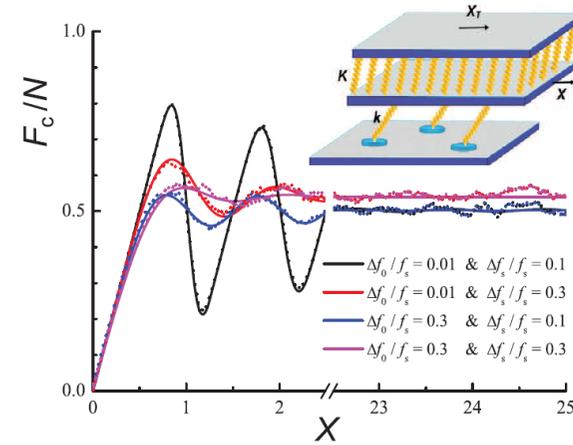
$$x(t') = \frac{V_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t' + \ell_1$$

3 - La phase de glissement s'achève si $\dot{x} = V_0$ et $T \leq fmg$. Or dans ces conditions, on retrouve $x(T_0) = \ell_1$. Le ressort est donc de nouveau à la longueur critique permettant le glissement.


 FIGURE 1.12 – Simulation de collé-glissé (a : $f_s = f_d$, b : $f_s > f_d$)

Remarque 5 :

Le phénomène de collé-glissé est fortement impliqué dans les tremblements de terre. Des chercheurs tentent de comprendre les séismes par des modélisations complexes de l'interface entre les deux plaques tectoniques comprenant des systèmes de ressort et des coefficients de frottement dépendant de la contrainte (cf. fig. 1.13). Les simulations obtenues présentent des oscillations avec un comportement linéaire sur la phase croissante, identiques à l'exercice précédent.


 FIGURE 1.13 – Évolution de la force lors d'un tremblement de terre grâce au phénomène du collé-glissé. D'après *Stick-slip vs. smooth sliding in the multi-contact interface*, *EPL*, 2015

L'essentiel

Notons \vec{R} la force exercée par le support sur un solide. L'action de contact entre deux solides se décompose de la manière suivante :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$$

- \vec{T} est la force de frottement de glissement et s'oriente à l'opposé du mouvement. Cette composante est dans le plan de contact ;
- \vec{N} est la composante normale de l'action de contact, perpendiculaire à la surface de contact entre les solide.
- dans le cas du glissement, $\vec{v}_g(2/1) \neq \vec{0}$ alors

$$\|\vec{T}\| = f_d \|\vec{N}\|$$

- dans le cas du non-glissement, $\vec{v}_g(2/1) = \vec{0}$ alors

$$\|\vec{T}\| \leq f_s \|\vec{N}\|$$

où f_s est appelée coefficient de frottement statique ;

