

## Le dipole électrostatique

Dans les chapitres précédents, nous avons caractérisé le champ électrique généré par une charge ponctuelle ou une distribution de charges. Une distribution de charge neutre peut aussi générer un champ électrique lorsque les barycentres des charges positives et négatives ne sont pas confondus, définissant un dipôle. C'est notamment le cas dans les molécules polaires (notion de dipôle permanent) ou bien lorsque le nuage électronique se déforme sous l'action d'un champ électrique (notion de dipôle induit). Le concept de dipôle électrostatique permet de décrire simplement les interactions moléculaires, les phénomènes de polarisation de la matière mais aussi les interactions lumière-matière.

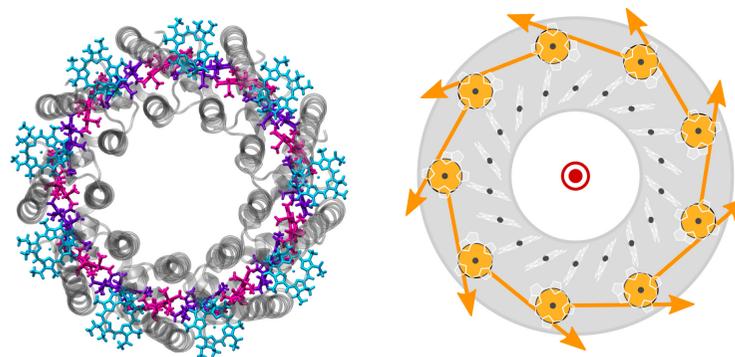


FIGURE 1.1 – Lors de la photosynthèse, le transfert d'énergie se produit au sein du complexe LH2 et s'interprète comme un couplage des dipôles moléculaires (représentés par les vecteurs sur la figure de droite). D'après *Chem. Sci.* **9**, 6219 (2018).

# I. Champ et potentiel créés par un dipôle

## 1 - Notion de dipôle

### a) Dipôle permanent

**Définition :**  
 Un dipôle est un ensemble de deux charges électriques ponctuelles opposées  $+q$  et  $-q$ , séparées par une distance  $a$  très inférieure à la distance  $r$  au point M où l'on observe leurs effets. Si la distance entre les deux charges reste constante, le dipôle est *rigide*.

Les dipôles électrostatiques se rencontrent fréquemment dans des molécules composées de deux atomes différents. Dans une liaison, le doublet électronique peut ne pas être partagé équitablement entre les deux atomes : l'un des deux atomes peut avoir une force d'attraction sur le nuage électronique plus grande que l'autre. On appelle *électronégativité* cette capacité pour les atomes à attirer le nuage électronique. Ce partage inéquitable de la charge électronique transforme alors le couple atomique en dipôle. Tout se passe alors comme s'il y avait un transfert électronique partiel de l'atome le moins électronégatif vers l'atome le plus électronégatif.



FIGURE 1.2 – Molécule HF assimilable à un dipôle rigide.

**Définition :**  
 Le moment dipolaire, généralement noté  $\vec{p}$  d'un dipôle constitué de deux charges  $-q$  en N et  $+q$  en P est défini par <sup>a</sup>

$$\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$$

a. La convention est d'orienter le dipôle du pôle négatif vers le pôle positif. Pour des raisons historiques, on trouve parfois la convention inverse dans la littérature.

Dans le système d'unité internationale, le moment dipolaire  $p$  s'exprime en C.m. Cette unité étant très grande, on utilise le debye (D) <sup>1</sup> :

$$1 \text{ D} = 3,3310^{-30} \text{ C.m}$$

**Exemple 1** La molécule d'acide fluorhydrique HF a pour moment dipolaire :  $p = 1.826 \text{ D}$ . La distance interatomique est de  $a = 92 \text{ pm}$ . Déterminer la charge partielle portée par chacun des atomes et l'exprimer en pourcentage de la charge d'un électron.

*Pour s'entraîner : exercice*

En utilisant la définition du Debye :

$$q = \frac{p}{a} = \frac{1,826 \times 1/3 \times 10^{-29}}{92 \cdot 10^{-12}} = 6,6 \cdot 10^{-12}$$

La proportion de charge correspondante est donc de  $q/e = 41\%$ .

### b) Notion de polarisabilité

Un atome ou une molécule non polaire présente tout de même un moment dipolaire mais de valeur moyenne temporelle nulle due aux mouvements des électrons :

$$\langle \vec{p} \rangle = \vec{0}$$

1. Ce facteur de conversion étrange provient d'une conversion à partir du système CGS utilisant le dyne pour la force et le statcoulomb au lieu du Coulomb.

La plupart des molécules et atomes peuvent donc être considérés comme des dipôles électrostatique lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique extérieur. Le barycentre N des charges négatives est soumis à une force  $\vec{F}_N$  opposée à celle exercée sur le barycentre P des charges positives (cf. fig. 1.3). La distance entre N et P peut être abordé à partir du modèle de Thomson de l'atome.

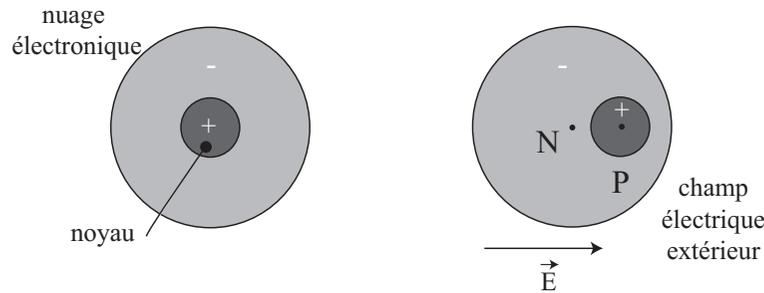


FIGURE 1.3 – Illustration de la polarisabilité.

Au chapitre ??, pour un atome d'hydrogène, nous avons montré que l'électron pouvait être considéré comme élastiquement lié au proton par une force de rappel de type :

$$\vec{F} = -\frac{\rho e}{3\epsilon_0} r \vec{e}_r$$

où  $\rho = e/(\frac{4}{3}\pi R^3)$ . En imposant un champ électrique supplémentaire  $\vec{E}_0$ , le déplacement de charge vérifie  $\vec{F} - e\vec{E}_0 = \vec{0}$  soit  $r = \frac{3\epsilon_0}{\rho} E_0$ . On obtient alors un moment dipolaire de la forme :

$$\vec{p} = -e\vec{r} = -\frac{3\epsilon_0 e}{\rho} \vec{E}_0 = \underbrace{4\pi\epsilon_0 R^3}_{\alpha} \vec{E}_0$$

### Définition :

Une molécule placée dans un champ électrique  $\vec{E}$  subit une déformation. Ainsi le barycentre des charges négatives (électrons) se décale légèrement par rapport à celui des charges positives (noyaux). Le moment dipolaire qui en résulte est proportionnelle à au champ appliqué. Le coefficient de proportionnalité est la polarisabilité de la molécule notée  $\alpha$  :

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}$$

### Remarque 1 :

Plus un atome est gros plus il est polarisable, lorsqu'il s'agit du déplacement du centre de masse moyen de l'électron, on parle de polarisabilité électronique.

Pour un atome,  $R \sim 1 \cdot 10^{-10}$  m, on obtient alors

$$\alpha = 4\pi\epsilon_0 R^3 = 10 \times 10^{-11} \times (10^{-10})^3 = 1 \cdot 10^{-40} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{C}^2$$

La polarisabilité d'un atome est corrélée à son électronégativité. Les alcalins par exemple ont tendance à perdre facilement leur électron périphérique d'où de fortes valeurs. Les gaz rares au contraire ont des électrons fortement liés qu'il est difficile de déplacer, d'où de faibles polarisabilités. D'autre part, à même nombre d'électrons autour d'un noyau, on peut prévoir que la polarisabilité décroît lorsque la charge électrique positive du noyau augmente.

Atomes	Li	Be	C	O	Ne	Al	Si	P	Cl
Z	3	4	6	8	10	13	14	15	17
$\alpha$ ( $\times 1 \cdot 10^{40} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{C}^2$ )	13,6	10	1,7	0,8	0,15	9,8	6,12	3,9	2,7

TABLE 1.1 – Polarisation électronique des atomes

**Remarque 2 :**

La polarisabilité peut également être due à l'orientation des dipôles, on parle alors de polarisabilité d'orientation. Il existe également un lien avec la constante diélectrique relative d'un matériau.

## 2 - Potentiel électrostatique

### a) Approximation à grande distance

On considère un dipôle NP centré en O tel que  $NP = a$ . On utilise les coordonnées sphériques, l'invariance par rotation du dipôle autour de l'axe Oz permet de se placer uniquement dans le plan  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .

D'après le principe de superposition, le potentiel en un point M est donné par l'ajout du potentiel d'une charge ponctuelle  $-q$  en N et  $+q$  en P :

$$\begin{aligned} V(M) &= V_P(M) + V_N(M) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 NM} \end{aligned}$$

L'approximation dipolaire consiste à se placer à grande distance devant la taille du dipôle<sup>2</sup> :

$$OM = r \gg a$$

Dans ces conditions, l'écriture peut se simplifier en utilisant la décomposition vectorielle suivante :

$$PM = \|\vec{PM}\| = \|\vec{PO} + \vec{OM}\| = \|\vec{OP} + \vec{OM}\|$$

2. Plus précisément, l'approximation électrostatique néglige les effets de propagation dans le temps et correspond à supposer que la vitesse de la lumière  $c \rightarrow \infty$ . Nous aborderons au chap. ?? le rayonnement d'un dipôle oscillant (et non statique) en tenant compte des effets de propagation.

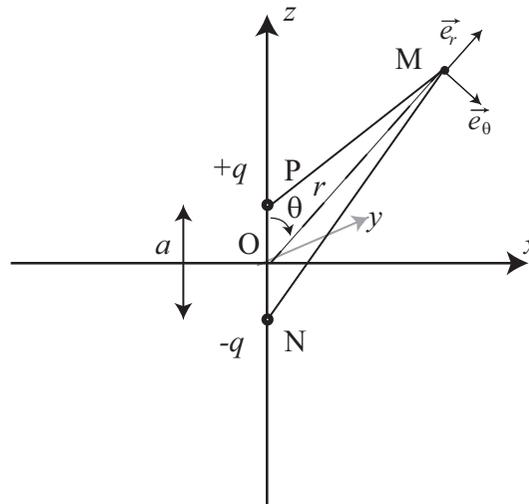


FIGURE 1.4 – Notations.

Par définition de la norme d'un vecteur, la distance peut donc s'écrire :

$$PM = \sqrt{(-\vec{OP} + \vec{OM})^2} = \sqrt{OP^2 + OM^2 - 2\vec{OP} \cdot \vec{OM}}$$

En utilisant la définition du produit scalaire :  $\vec{OP} \cdot \vec{OM} = OP \times OM \times \cos \widehat{POM}$ , il vient :

$$PM = \sqrt{\frac{a^2}{4} + r^2 - ar \cos \theta}$$

Factorisons par le terme prépondérant ( $r \gg a$ ) :

$$PM = r \sqrt{1 + \frac{a^2}{4r^2} - \frac{a}{r} \cos \theta}$$

On rappelle que  $\sqrt{1+x} = 1 + x/2 + o(x)$ . Un développement limité à l'ordre 1 en  $a/r$  conduit à :

$$PM = r \left( 1 - \frac{a}{2r} \cos \theta + o(a/r) \right)$$

On rappelle que  $1/(1+x) = 1 - x + o(x)$ . Un développement limité à l'ordre 1 en  $a/r$  conduit à :

$$\frac{1}{PM} = \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{a}{2r} \cos \theta + o(a/r) \right)$$

Un raisonnement analogue pour NM donne le résultat suivant avec l'inter-version de signe :

$$\frac{1}{NM} = \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{a}{2r} \cos \theta + o(a/r) \right)$$

En remplaçant dans l'expression du potentiel, on en déduit que

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left( 1 + \frac{a}{2r} \cos \theta + o(a/r) \right) - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left( 1 - \frac{a}{2r} \cos \theta + o(a/r) \right)$$

Après simplification, il vient :  $V(M) \approx \frac{qa \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

**Propriété :**

Le potentiel dipolaire décroît plus vite ( $\propto 1/r^2$ ) que pour une seule charge ponctuelle ( $\propto 1/r$ ) car la présence de deux charges opposées réduit la portée de l'interaction.

**b) Surfaces équipotentielles**

La grandeur  $q \times a$  n'est autre que le moment dipolaire. Le potentiel peut alors s'écrire sous la forme :

$$V(M) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

où  $\vec{u} = \overrightarrow{OM}/OM$  est un vecteur unitaire dirigé de O vers le point d'observation M. Les équations des surfaces équipotentielles définies par  $V(M) = C^{te}$ , sont représentées ci-contre<sup>3</sup>. La ligne horizontale correspond au plan médian  $Oxy$ . Ce dernier étant un plan d'antisymétrie pour le dipôle, le potentiel est nul dans ce plan.

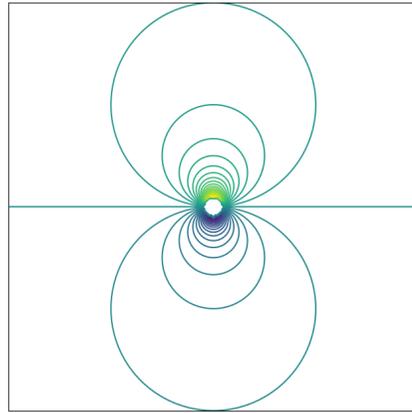


FIGURE 1.5 – Lignes équipotentielles pour un dipôle vertical.

**Remarque 3 :**

Le cœur en fonctionnement s'apparente à un dipôle dont l'orientation change en fonction du temps. L'électrocardiographie permet, à partir de la mesure de la différence de potentiel entre deux électrodes placées sur un patient de visualiser les fluctuations d'orientation de ce dipôle et ainsi de détecter d'éventuelles maladie (cf. fig. 1.6)

3. Les équipotentielles vérifient  $\frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = C^{te}$  donc  $\frac{\cos \theta}{r^2} = C^{te}$  et ont donc pour équation polaire  $r(\theta) = r_0 \sqrt{|\cos \theta|}$ .

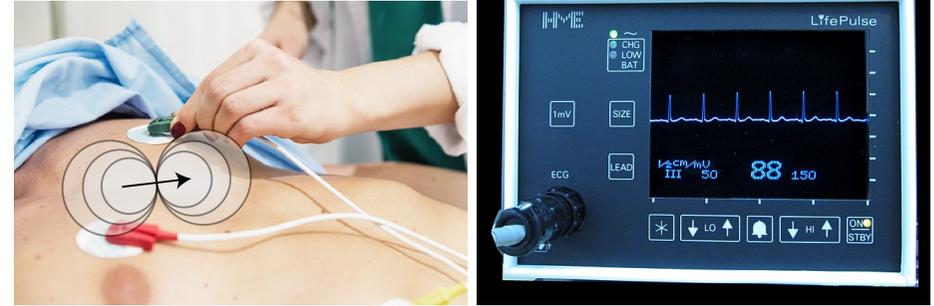


FIGURE 1.6 – Positionnement des électrodes (gauche) pour l'utilisation d'un ECG commercial (droite) ©.

**3 - Champ électrique à grande distance**

En électrostatique, le potentiel et le champ électrique sont reliés par :

$$\vec{E} = -\text{grad } V$$

L'opérateur  $\text{grad}$  en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\text{grad } X = \frac{\partial X}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial X}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial X}{\partial \phi} \vec{e}_\phi$$

En utilisant l'expression du potentiel électrique  $V(M) = \frac{qa \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , on obtient

$$\vec{E} = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta$$

Le champ électrique d'un dipôle décroît en  $r^3$ , il s'atténue donc très vite avec la distance. Le champ électrique est superposé aux courbes équipotentielles sur la figure ci-contre.

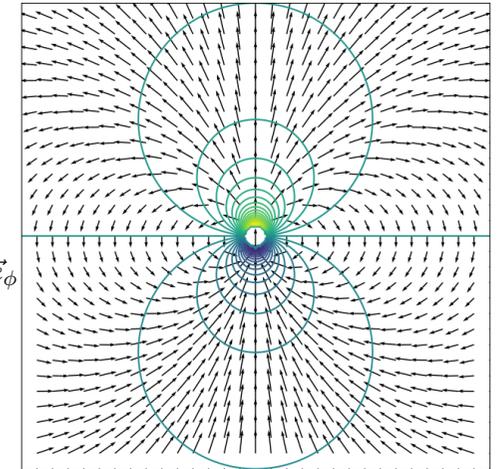


FIGURE 1.7 – Carte de champ électrique pour un dipôle.

**Remarque 4 :**

Le FRET (Fluorescence Resonant Energy Transfer) est un transfert d'énergie entre deux molécules fluorescentes par couplage dipôle-dipôle. La première molécule (donneur D) est excitée (ici dans le bleu) et peut émettre (ici dans le vert). Si une deuxième molécule (accepteur A) peut absorber dans le vert, et se trouve suffisamment proche, alors un transfert d'énergie non radiatif (c'est-à-dire sans que D émette) a lieu entre D et A. Et seule la molécule A émet (ici dans le rouge). La mesure de l'émission de fluorescence dans le rouge est donc une mesure du transfert d'énergie entre D et A. La décroissance rapide du champ électrique généré par un dipôle se traduit par un transfert d'énergie entre les deux molécules fluorescentes qui n'est efficace qu'à très courte distance et varie en  $1/r^6$  (l'excitation de A dépend du champ électrique généré par D et varie en  $1/r^3$ . L'émission de A est proportionnelle au carré de l'excitation d'où la dépendance en  $1/r^6$ ). Cela permet de caractériser des interactions à l'échelle du nanomètre et est beaucoup utilisé pour étudier les interactions au sein de protéines (repliement par exemple) ou des interactions entre protéines (corps-anticorps par exemple).

**Propriété :**

Le plan horizontal  $Oxy$  est un plan d'antisymétrie du dipôle. Dans ce plan, le champ électrique est perpendiculaire donc porté par  $\vec{e}_z$ . Le champ électrique est porté également par  $\vec{e}_z$  le long de l'axe vertical. En effet, tous les plans contenant  $Oz$  sont des plans de symétrie du dipole, le champ est contenu dans l'intersection de tous ces plans.

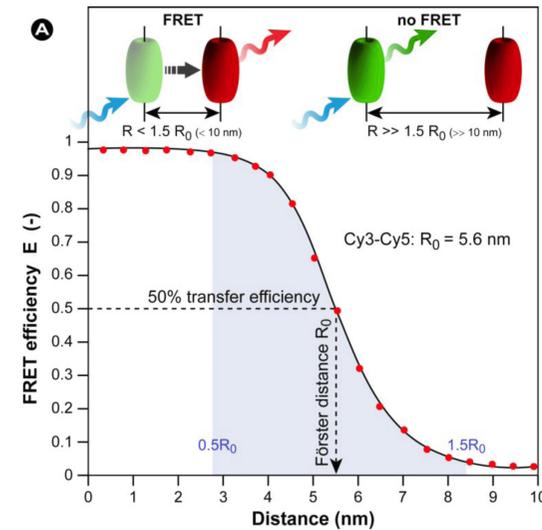
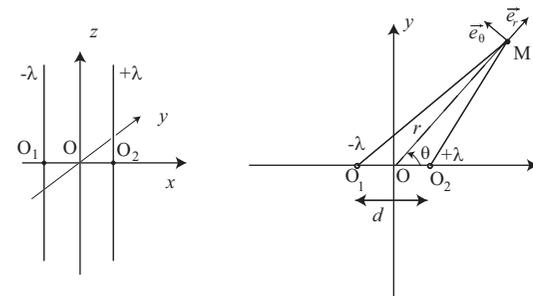


FIGURE 1.8 – Décroissance rapide du transfert d'énergie entre deux molécules fluorescentes. D'après *Advanced Fluorescence Microscopy Techniques—FRAP, FLIP, FLAP, FRET and FLIM*, *Molecules* **17**, 4047 (2012).

**4 - Application**

**Exemple 2** Deux fils infinis, 1 et 2, d'axe  $\vec{e}_z$ , sont disposés dans le vide et portent des charges linéiques opposées  $\lambda$  et  $-\lambda$



- 1 - Analyser les symétries et les invariances de cette distribution de charges. Que peut-on en conclure concernant le potentiel et le champ ?
- 2 - Calculer le potentiel électrostatique  $V(M)$  en  $M$  en fonction de  $r_1 =$

- $O_1M$  et  $r_2 = O_2M$ . On prendra  $V = 0$  sur  $Oy$  par convention.  
 3 - On suppose que la distance  $d$  des axes des deux fils est telle que  $r \gg d$ . Exprimer le potentiel  $V$  en fonction  $r = OM$ ,  $d$  et  $\theta = \widehat{\vec{e}_y, \vec{e}_r}$   
 4 - En déduire les composantes  $E_r$  et  $E_\theta$  du champ électrostatique  $\vec{E}$ .  
 5 - Tracer l'allure des lignes de champ et des équipotentielles.

Pour s'entraîner : exercice

1 - Le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan de symétrie de la distribution de charge, on en déduit que le champ électrique est de la forme :

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + E_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta$$

La distribution de charge est invariante par translation selon  $Oz$ , on en déduit que le potentiel et le champ électrique sont indépendants de  $z$ , puis

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta) \vec{e}_r + E_\theta(r, \theta) \vec{e}_\theta \quad \text{et} \quad V(M) = V(r, \theta)$$

2 - Pour un fil infini, le potentiel s'annulant en  $d/2$  est donné par :

$$V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi} \ln(2r/d)$$

D'après le théorème de superposition, on en déduit que :

$$V_{tot}(r, \theta) = -\frac{\lambda}{2\pi} \ln(2O_1M/d) + \frac{\lambda}{2\pi} \ln(2O_2M/d)$$

En utilisant les approximations dipolaires, on en déduit que :

$$O_1M = r\left(1 - \frac{d \cos \theta}{2r}\right) + o\left(\frac{d}{r}\right) \quad \text{et} \quad O_2M = r\left(1 + \frac{d \cos \theta}{2r}\right) + o\left(\frac{d}{r}\right)$$

Avec le développement limité  $\ln(1+u) = u + o(u)$ , on en déduit que :

$$V_{tot}(r, \theta) = -\frac{\lambda d \cos \theta}{2\pi r}$$

4 - Par application de la relation en électrostatique  $\vec{E} = -\text{grad } V$ , on en déduit que :

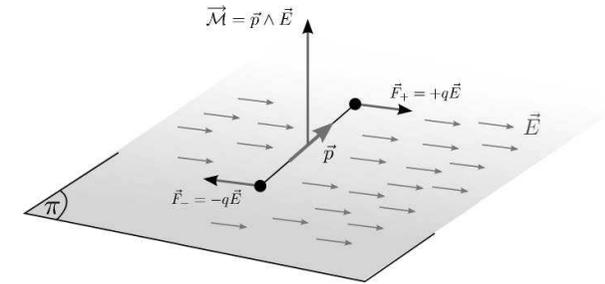
$$\vec{E}(r, \theta) = \frac{\lambda d \cos \theta}{2\pi r^2} \vec{e}_r + \frac{\lambda d \sin \theta}{2\pi r^2} \vec{e}_\theta$$

## II. Action sur un dipôle électrostatique

### 1 - Champ électrique uniforme

Considérons un dipôle rigide pouvant se déplacer et tourner autour d'un axe vertical. Dans un champ électrique extérieur  $\vec{E}$  uniforme, la somme des forces qui s'exercent sur le système des deux charges est nul ( $+q\vec{E}$  sur la charge positive,  $-q\vec{E}$  sur la charge négative).

Il reste un couple dont le moment est la somme des moments des deux forces appliquées à chacune des deux charges. Appelons N le point où est située la charge  $-q$  et P celui où est située  $+q$ . Le moment s'écrit :



$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{OP} \wedge \vec{F}^+ + \vec{ON} \wedge \vec{F}^- = \vec{OP} \wedge (q\vec{E}) + \vec{ON} \wedge (-q\vec{E}) = q (\vec{OP} - \vec{ON}) \wedge \vec{E}$$

On obtient alors :

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = q \vec{NP} \wedge \vec{E} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Ce moment tend à orienter le moment dipolaire électrique dans la direction et le sens du champ électrique extérieur appliqué (cf. fig. ci-contre).

**Remarque 5 :**

Dans un champ électrique, le dipôle tend à s'aligner avec le champ. Ce phénomène est utilisé pour chauffer les aliments dans un four micro ondes. Un champ électrique oscillant conduit à la rotation des molécules d'eau (qui absorbent efficacement des ondes de fréquence 2,450 GHz dans le domaine micro-onde) dont le moment dipolaire suit l'orientation du champ électrique. Le mouvement des molécules conduit à une élévation de température (agitation thermique) et la chaleur se diffuse ensuite à l'ensemble de l'aliment. Les molécules d'eau doivent être libre de mouvement s'est pourquoi il est difficile de faire fondre de la glace dans un microonde. Le mode décongélation est une alternance de chauffage micro onde pour générer de l'eau liquide et de phases sans micro onde pour laisser le temps à la chaleur de diffuser.

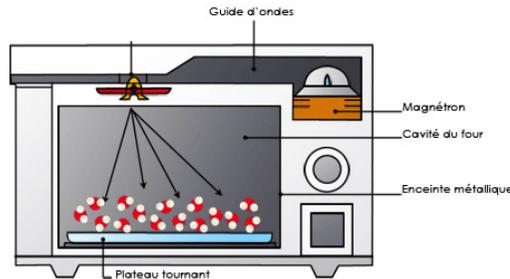
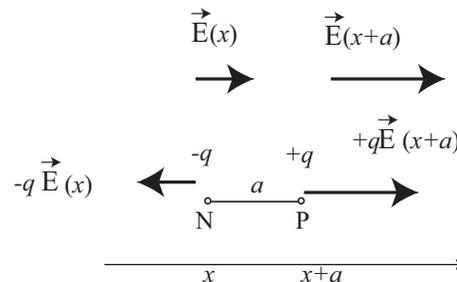


FIGURE 1.9 – Principe du four micro onde. Tiré de <https://aide.spareka.fr/four-micro-ondes/>.

**2 - Champ électrique non-uniforme**

Considérons un dipôle déjà aligné selon une ligne de champ électrique  $Ox$ . On supposera que le champ est croissant selon l'axe  $Ox$ . La résultante des forces s'exerçant sur le dipôle est de la forme :



$$\vec{F} = \vec{F}^+ + \vec{F}^- = q\vec{E}(P) - q\vec{E}(N)$$

soit  $\vec{F} = q\vec{E}(x+a) - q\vec{E}(x)$

FIGURE 1.10 – Force exercée par un champ électrique non uniforme sur un dipole.

d'où 
$$\vec{F} = qa \times \frac{\vec{E}(x+a) - q\vec{E}(x)}{a} \approx qa \frac{d\vec{E}}{dx} \vec{e}_x = \vec{p} \cdot \frac{d\vec{E}}{dx}$$

On en déduit que la force est orienté vers l' Cette formule faisant intervenir la dérivée du champ magnétique selon l'axe du dipole peut se généraliser à l'aide de l'opérateur gradient <sup>4</sup> :

**Propriété :**

Un dipôle rigide  $\vec{p}$  dans un champ électrique  $\vec{E}$  est soumis à une résultante des forces :

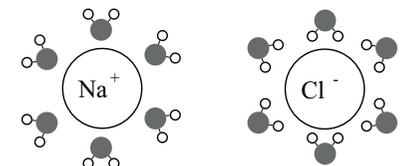
$$\vec{F} = \text{grad}(\vec{p} \cdot \vec{E})$$

La force est orientée vers les zones de champ fort.

**Exemple 3** Lors de la dissolution du sel NaCl dans l'eau, les ions se séparent et sont entourés de molécules d'eau.

1 - Tracer qualitativement les lignes de champ du champ électrique généré par un cation  $\text{Na}^+$  d'une part et par un anion  $\text{Cl}^-$  d'autre part.

2 - Représenter schématiquement le moment dipolaire associé à une molécule d'eau sachant qu'un atome d'oxygène est plus électronégatif qu'un atome d'hydrogène.



3 - Interpréter la figure ci-contre en justifiant l'orientation et la proximité des molécules d'eau avec les ions.

1 - Les lignes de champ générées par une charge sont radiales, orientées s'éloignant de la charge si la charge est positive (cation sodium  $\text{Na}^+$ , fig. 1.11a) et vers la charge si elle est négative (anion chlorure  $\text{Cl}^-$ , fig. 1.11b).

<sup>4</sup> Dans le cas d'un dipôle induit (non constant), l'expression est différente  $\vec{F} = \frac{1}{2} \text{grad}(\vec{p}_{\text{induit}} \cdot \vec{E})$ . Voir l'annexe ??).

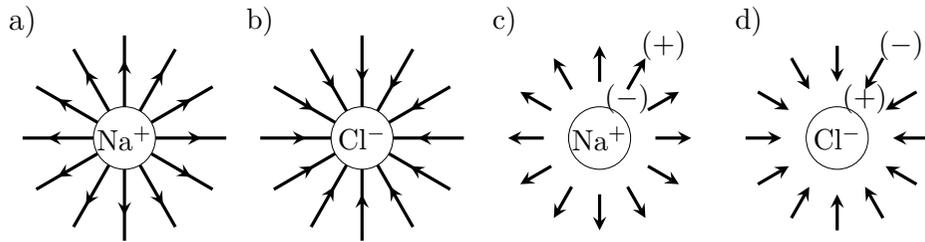
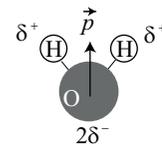


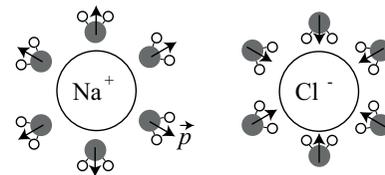
FIGURE 1.11 – Solvation de NaCl. a,b) Lignes de champ générées par les ions. c,d) Orientation des dipôles. Le signe des charges associées aux dipôles est indiqué sur un des dipôles dans chaque cas.

2 - ULa molécule d'eau présente un dipôle orienté de l'oxygène vers le centre entre les deux atomes d'hydrogène (voir la figure ci-contre).



3 - Un dipôle s'oriente le long des lignes de champ, dans le sens du champ électrique. On peut remarquer que cela correspond au pôle négatif du dipôle en vis à vis de la charge positive  $\text{Na}^+$  (fig. 1.11c) ou au pôle positif du dipôle en vis à vis de la charge négative  $\text{Cl}^-$  (fig. 1.11d), expliquant que cette configuration est favorisée. De plus, le champ électrique étant plus intense au voisinage des ions, ces derniers attirent les molécules d'eau.

Finalement, les molécules d'eau forment un écran éloignant les ions les uns des autres et diminuent les interactions électrostatiques entre cation et anion. Ceci se traduit par une constante diélectrique élevée ( $\epsilon_r \approx 80$ , voir chap. ??).



### Remarque 6 :

Il est possible de manipuler des nanoparticules avec un laser. Pour un faisceau focalisé, le champ électrique émis par le laser décroît en s'éloignant du centre de focalisation. Il en résulte une force de rappel constituant une « pince optique ». Ce dispositif est couramment utilisé pour manipuler des nanoobjets tels que les brins d'ADN, les cellules ... soumis à des forces de l'ordre du picoNewton (cf. fig. 1.12).

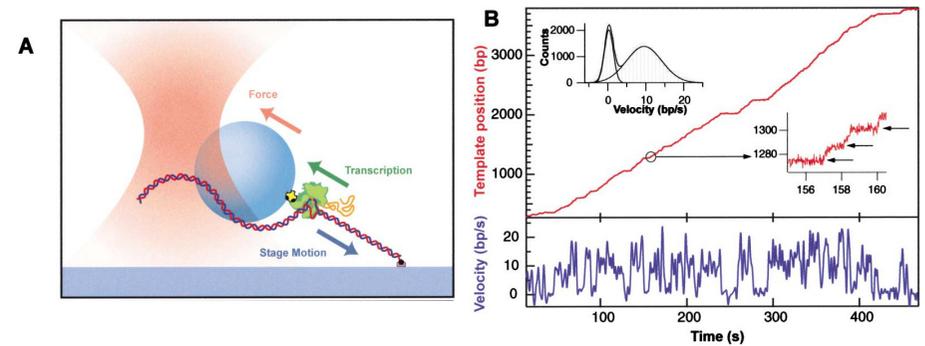


FIGURE 1.12 – A) Sphère attirée par un faisceau laser avec un brin d'ADN (double hélice) fixée à sa surface par une protéine ARNp. Pendant la transcription, la polymérase avance le long de l'ADN pour ajouter des nucléotides à l'ARN. B) Mesure des déplacements de la bille dans le piège. Cela permet de caractériser le déplacement de l'ARNp le long de l'ADN (position et déplacement fig. B. bp signifie paire de bases). La vitesse moyenne est de l'ordre de  $9 \text{ bp} \cdot \text{s}^{-1}$  avec des pauses de l'ordre de la seconde (repérée par les flèches). D'après Neuman *et al*, *Cell*, **115**, 437 (2003).

### 3 - Énergie potentielle d'interaction

Par l'opérateur gradient, la force précédente dérive de la grandeur  $-\vec{p} \cdot \vec{E}$ . Il s'agit donc de l'énergie potentielle d'interaction entre un dipôle  $\vec{p}$  et un champ électrique  $\vec{E}$ .

#### Propriété :

Un dipôle rigide  $\vec{p}$  dans un champ électrique  $\vec{E}$  possède une énergie potentielle :

$$\mathcal{E}_P = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

La figure 1.13 représente l'énergie potentielle en fonction de l'orientation du dipôle dans le champ électrique. L'énergie minimale correspond à un dipôle aligné le long du champ électrique et orienté comme le champ et correspond à un état d'équilibre stable. L'énergie potentielle est maximale lorsque le dipôle

est opposé au champ électrique. On a considéré des grandeurs réalistes pour donner des ordres de grandeur mais la forme de la courbe est générale.

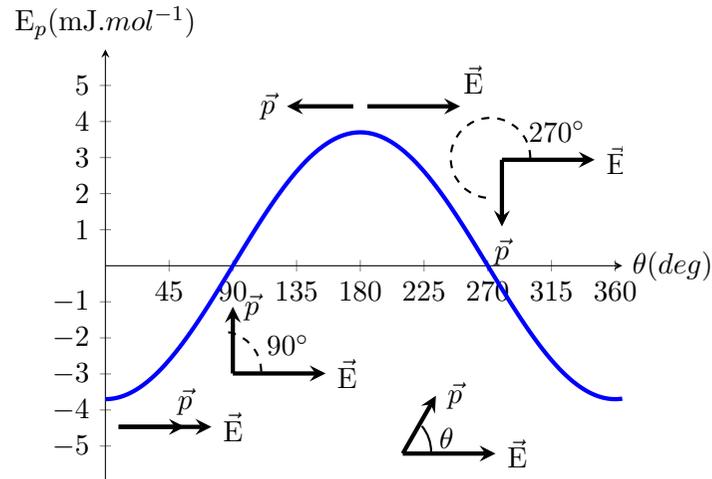
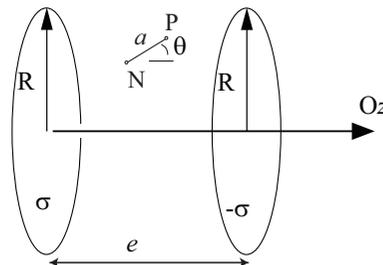


FIGURE 1.13 – Energie potentielle d’une mole de molécules d’eau ( $p=1,85 \text{ D}=6,20 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ ) plongées dans un champ électrostatique  $E = 1000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ , en fonction de l’orientation  $\theta$  des dipôles.  $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta$ . On reconnaît les états stable (dipôle aligné avec le champ,  $\theta = 0$ ), instable (dipôle opposé au le champ,  $\theta = 180^\circ$ ), et sans interaction (dipôle perpendiculaire au champ,  $\theta = 90^\circ$  ou  $270^\circ$ ).

#### Exemple 4

Soit un condensateur plan dont les armatures sont perpendiculaires à un axe  $Oz$  horizontal. L’armature négative porte la densité de charge  $-\sigma$  et coupe l’axe  $Oz$  à l’abscisse  $z = e$ , l’armature positive porte la charge  $+\sigma$  et coupe l’axe  $Oz$  à l’abscisse  $z = 0$ .

On place un dipôle électrostatique de moment dipolaire  $\vec{p}$  au centre de ce condensateur faisant un angle  $\theta$  avec l’axe  $Oz$ .



- 1 - Donner l’expression de l’énergie potentielle de ce dipôle.
- 2 - Trouvez ses positions d’équilibre et déterminez leur stabilité.
- 3 - Pourquoi ne se déplace-t-il pas dans le condensateur ?

Pour s’entraîner : exercice

1 - Dans un condensateur, le champ électrique est uniforme et vaut :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z$$

L’énergie potentielle du dipole a donc pour expression :

$$\mathcal{E}_P = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -\frac{p\sigma}{\epsilon_0} \cos \theta$$

2 - Les positions d’équilibre sont données par :

$$\frac{d\mathcal{E}_P}{d\theta} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{p\sigma}{\epsilon_0} \sin \theta = 0$$

d’où  $\theta_{eq} = 0[\pi]$

On obtient la stabilité pour

$$\frac{d^2\mathcal{E}_P}{d\theta^2}(\theta_{eq}) \geq 0$$

On en déduit que les positions  $\theta_{eq} = 2k\pi$  sont stables (dipôle selon  $\vec{e}_z$ ) et les positions  $\theta_{eq} = (2k+1)\pi$  sont instables (dipôle selon  $-\vec{e}_z$ ).

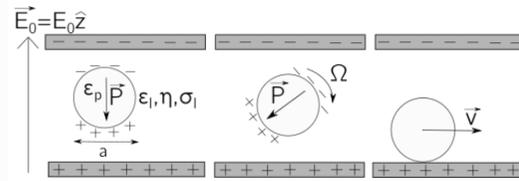
3 - Le champ étant uniforme dans le condensateur la force qui s’exerce sur le dipole est nulle (le gradient s’applique en supposant  $\vec{p}$  constant donc l’angle  $\theta$  est constant) :

$$\vec{F} = \text{grad}(\vec{p} \cdot \vec{E}) = \vec{0}$$

Le dipôle ne se déplace pas.

**Remarque 7 :**

Les rouleurs de Quincke sont des billes polarisables qui présentent, sous l'action d'un champ électrique, un vecteur polarisation de sens opposé. La position étant instable, les billes se mettent à tourner pour orienter leur moment dipolaire selon l'axe du champ électrique. Par un choix judicieux des temps de relaxation du champ électrique, ce dispositif permet de faire déplacer des billes microscopiques. Des études récentes montrent un phénomène d'auto-organisation lorsque les billes sont nombreuses (cf. fig. ??b). Par effet de proximité, les billes d'un même voisinage se déplacent de conserve.



#### 4 - Interactions de van der Waals

Bien qu'électriquement neutre, les molécules sont soumises à de faibles interactions électrostatiques de type dipôle-dipôle, appelées interactions de van der Waals. Ces interactions sont par exemple responsables de la cohésion des cristaux liquides et moléculaires. Les phénomènes de tension de surface reposent également sur cette force.

On distingue trois contributions selon la nature des molécules :

- Interaction de Keesom (la plus forte) : interaction de type dipôle permanent-dipôle permanent pour deux molécules polaires.
- Interaction de Debye : Interaction de type dipôle permanent-dipôle induit entre une molécule polaire et une molécule apolaire.
- Interaction de London (la plus faible) : Interaction de type dipôle instantané-dipôle induit entre deux molécules apolaires. Ces molécules ne présentent a priori aucun dipôle mais leur nuage électronique ne sont pas figés ce qui conduit à l'apparition d'un dipôle instantané fluctuant (de moyenne nulle) pouvant induire un dipôle au niveau de la seconde molécule. des molécules sont perturbés à courte distance ce qui génère des dipôles fluctuant.

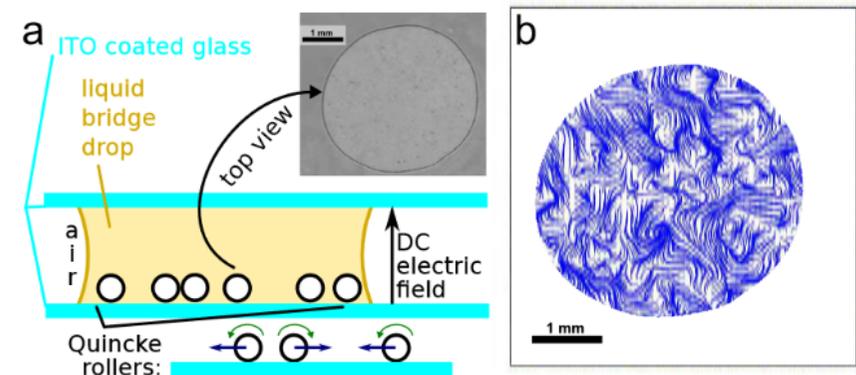


FIGURE 1.14 – a. Motorisation de colloïdes par effet Quincke. b. Représentation du champ de vitesse. D'après *Spontaneous Self-propulsion and Nonequilibrium Shape Fluctuations of a Droplet Enclosing Active Particles*, 2021. ©

Les énergies potentielles de ces interactions varient en  $1/r^6$  avec la distance (voir ci-dessous)  $E_p = -\frac{C}{r^6}$  ce qui correspond à des forces de van der Waals peuvent être attractives ou répulsives selon la nature des molécules et ont en commun de varier en  $1/r^7$  avec la distance.

$$\vec{F}_{vdW} = -\frac{dE_p}{dr}\vec{u}_r = -\frac{6C}{r^7}\vec{u}_r$$

**Interaction de Keesom** Pour comprendre la nature de ces interactions, considérons l'interaction entre deux dipôles permanents  $\vec{p}_1$  placé en O et  $\vec{p}_2$  placé au point M. Le premier dipôle génère un champ électrique

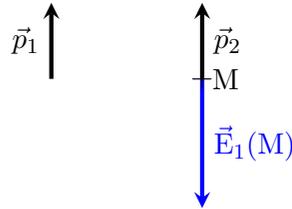


FIGURE 1.15 – Interaction entre deux dipôles permanents.

$$\vec{E}_1(M) = \frac{2p_1 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{p_1 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta$$

Dans la configuration considérée (voir la figure 1.15),  $\theta = \pi/2$  et  $\vec{E}_1(M) = \frac{p_1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta = -\frac{p_1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_z$ . L'énergie potentielle d'interaction avec le second dipôle s'écrit alors

$$E_p = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1(M) = +\frac{p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Du fait de l'agitation thermique, il faut moyenner cette interaction sur toutes les orientations possibles des dipôles. On peut montrer que l'énergie d'interaction moyenne

$$E_{Keesom} = -\frac{2}{3k_B T} \left( \frac{p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{r^6}$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann ( $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) et T la température (en Kelvin).  $k_B T$  représente l'énergie thermique.

TABLE 1.2 – Energies de Keesom, Debye et London à température ambiante.

**Interaction de Debye** entre une molécule polaire et une molécule apolaire. La molécule polaire 1 présente un dipôle permanent qui génère un champ électrique  $\vec{E}_1$  au niveau de la molécule apolaire 2. Cela induit un dipôle  $\vec{p}_2 = \alpha_2 \vec{E}_1$  où  $\alpha$  est la polarisabilité de la molécule apolaire. L'énergie d'interaction se met alors sous la forme

$$E_{Debye} = -\frac{\alpha p_1^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{r^6}$$

**Interaction de London** Interaction de type dipôle instantané-dipôle induit entre deux molécules apolaires. Ces molécules ne présentent a priori aucun dipôle mais leur nuage électronique ne sont pas figés ce qui conduit à l'apparition d'un dipôle instantané fluctuant (de moyenne nulle) pouvant induire un dipôle au niveau de la seconde molécule. L'énergie d'interaction varie aussi en  $1/r^6$  avec la distance et prend la forme

$$E_{London} = -\Lambda \frac{\alpha_1 \alpha_2}{r^6}$$

**Remarque 8 :**

Les forces de Van der Waals décrivent les interactions entre molécules ou atomes neutres à courtes distances. Les liaisons formées par interaction de Van Der Waals sont les dites liaisons secondaires, parce que plus faibles que les liaisons ioniques et covalentes (dites liaisons primaires). Les interactions de Van der Waals déterminent les propriétés de nombreux matériaux et systèmes biologiques. Ainsi, le graphite est constitué de feuillets hexagonaux de carbones. Les liaisons entre atomes de carbones d'un feuillet sont covalentes alors que les interactions entre feuillets sont types de van der Waals. Ces liaisons interfeuillets étant faibles, on dépose facilement des couches de graphite en écrivant avec une mine de graphite. Un feuillet est appelé graphène. On peut extraire assez facilement des couches de graphènes en appliquant simplement un ruban adhésif sur du graphite. Le graphène fait l'objet de nombreuses études car il présente des propriétés mécaniques et électroniques remarquables (fig. ??).

Les forces de Van der Waals sont aussi à l'origine de la forte adhésion des gecko sur des surfaces verticales grâce aux millions de petits poils situés sous leurs pattes (sétules). Le grand nombre de sétules assurent une forte adhésion. En inclinant la patte, le gecko modifie l'adhésion et peut la décoller.

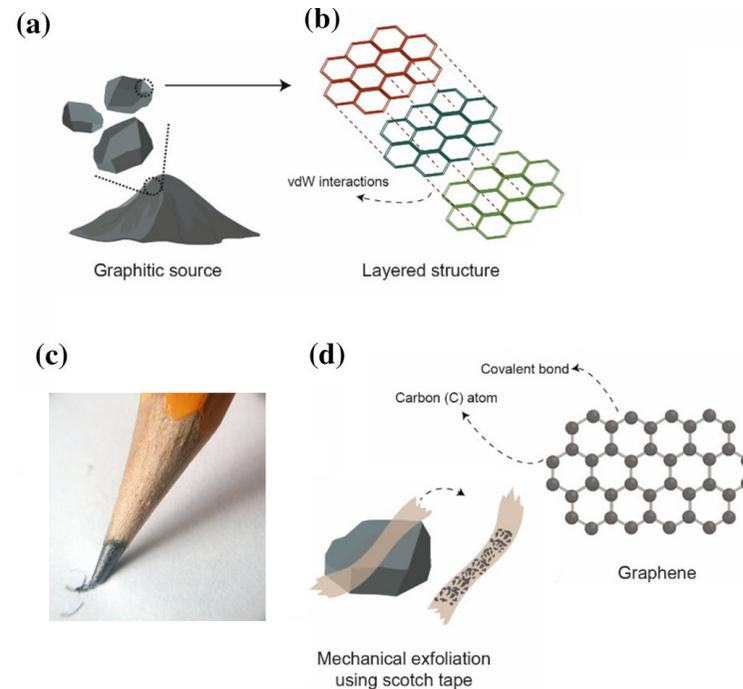


FIGURE 1.16 – Structure du graphite. D'après J. Mater. Sci. **58**, 4359 (2023).