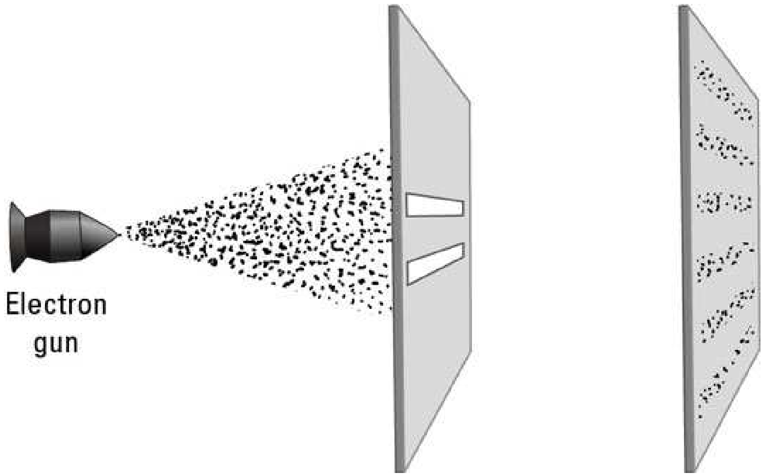



FIGURE 1 – Principe de l'expérience des fentes d'Young avec des électrons.

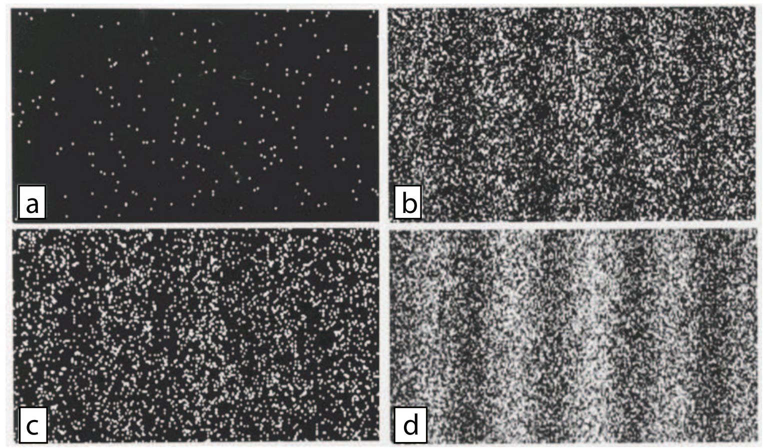



FIGURE 2 – Nombre d'électrons détectés : 8 (a) ; 270 (b) ; 2000 (c) ; 60000 (d) Tonomura et al., Am. J. Phys., 57, 117 (1989).

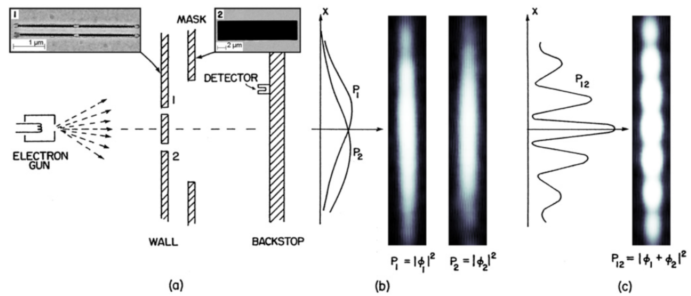



FIGURE 3 – Expériences des Fentes d'Young avec des électrons, *Controlled double-slit electron diffraction, NJP 2013*

**Exemple 1**

On montre que pour une particule quantique d'énergie $\mathrm{E}_n$ enfermée dans une boite de taille L a pour fonction d'onde :

$$\psi(x,t) = \mathrm{A}\sin(\frac{n\pi x}{\mathrm{L}})e^{i\mathrm{E}_n t/\hbar}$$

On admettra que le système est décrit par une seule variable d'espace $x$. Déterminer la valeur de A.

**Exemple 2**

Dans l'atome d'hydrogène, l'électron dans son état d'énergie 1s possède une fonction d'onde de la forme :

$$\psi(r,t)_{(1s)} = \mathrm{C}e^{-r/a_0}e^{-i\omega_{1s}t}$$

où $\omega_{1s}$ est relié à l'énergie de orbitale.

1 - Exprimer la probabilité $\mathcal{P}(r)$ d'avoir un électron dans une sphère de rayon $r$ centré sur le noyau.

2 - Déterminer le coefficient de normalisation C en fonction de de $a_0$.

*Données* : $\int_0^\infty x^2e^{-x}\mathrm{d}x = 2$

**Exemple 3** Pour les orbitales 1$s$ et 2$s$, les fonctions d'onde de l'électron sont de la forme :

$$\begin{cases} \psi(r,t)_{(1s)} = \dfrac{1}{\sqrt{4\pi a_0}} e^{-r/a_0} e^{-i\omega_{1S} t} \\ \psi(r,t)_{(2s)} = \dfrac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^{3/2}} (2 - \dfrac{r}{a_0}) e^{-r/2a_0} e^{-i\omega_{2s} t} \end{cases}$$

1 - Définir la probabilité d$\mathcal{P}(r)$ d'un électron d'être à une distance $r$ du noyau à d$r$ près.
Les densités de probabilité radiale pour les orbitales 1s et 2s sont représentées ci-contre.
2 - Exprimer le rayon le plus probable pour chacune des orbitales.
4 - Après calcul, on montre que $< r_{1s} >= 1{,}5 a_0$ et $< r_{2s} >= 5{,}3 a_0$. Comparer ces valeurs par rapport aux densités radiales de probabilité. Le modèle planétaire de Bohr est il valide pour toutes les orbitales.

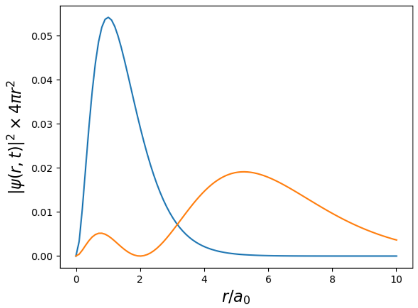



FIGURE 4 – Densité de probabilité radiale des orbitales 1s et 2s

**Exemple 4** On considère une expérience de fentes d'Young avec des électrons. Si seul le trou supérieur est ouvert, la fonction d'onde est de la forme :

$$\psi_1(\mathrm{M},t) = \mathrm{A} e^{i(kz - \omega t + \phi_1(x))}$$

Avec $\phi_1(x)$ un terme de déphasage du au déplacement vertical. Si seul le trou inférieur est ouvert, la fonction d'onde est de la forme :

$$\psi_2(x,t) = \mathrm{A} e^{i(kz - \omega t + \phi_2(x))}$$

1 - Exprimer la fonction d'onde associée à un électron qui traverse le système des deux fentes.
2 - En déduire l'expression de la densité de probabilité avec

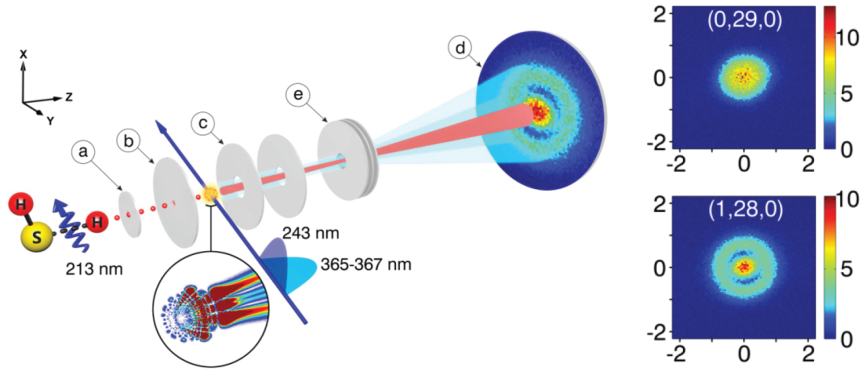
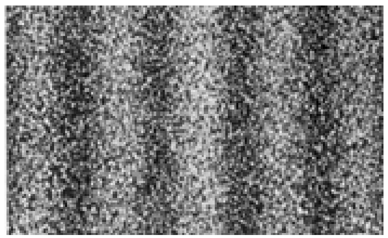



FIGURE 5 – Visualisation de la densité de probabilité électronique pour l'atome d'Hydrogène. Schematic overview of the experiment. (a) atome d'hydrogène issu de de la dissociation $H_2S$ selectionné par une ouverture de 3mm, (b) et (c) electrodes, (d) détecteur, (e) lentille Einzel (tiré de *Hydrogen Atoms under Magnification : Direct Observation of the Nodal Structure of Stark States*, Stodolna et al.,PRL 2013 )

- (A) la fonction d'onde associée à un quanton avec le trou supérieur ouvert seul ;
- (B) la fonction d'onde associée à un quanton avec le trou inférieur ouvert seul ;
- (C) la fonction d'onde associée à un quanton avec les deux trous ouverts

**Exemple 5**
Dans l'expérience de de Tonomura, les électrons, émis par une source identique à celle d'un microscope électronique, sont accélérés sous une différence de potentiel de 50 kV. Les fentes seront supposées écartées de $a = 1{,}0$ $\mu$m et l'écran situé à D = 1,0 m.



1 - Déterminer la vitesse des électrons par une approche classique. Commenter
2 - En déduire la valeur de la longueur d'onde de de Broglie sans tenir compte de l'aspect relativiste des électrons.
3 - Conclure sur la valeur de l'interfrange de la figure d'interférence. Est elle mesurable du point de vue optique.
*Données :*

- masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ;
- 1,0 eV $= 1{,}6.10^{-19}$ J ;
- constante de planck : $h = 6{,}63.10^{-34}$ J.s ;

.

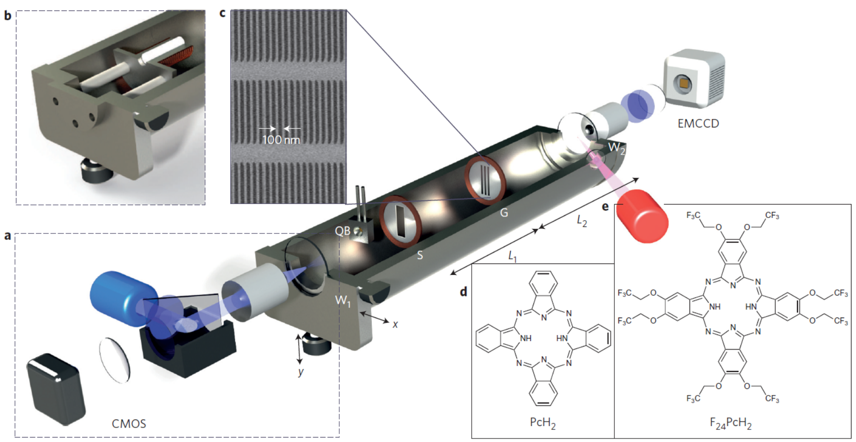



FIGURE 6 – Dispositif expérimental permettant les interférences de molécules (d). (a) évaporateur, (c) réseau de fentes, (e) excitation des molécules déposées sur la quartz par diode laser. (tiré de *real-Time single molecule imaging of quantum interference*, Nature Nanotecnhology, Juffmann et al. 2012 )

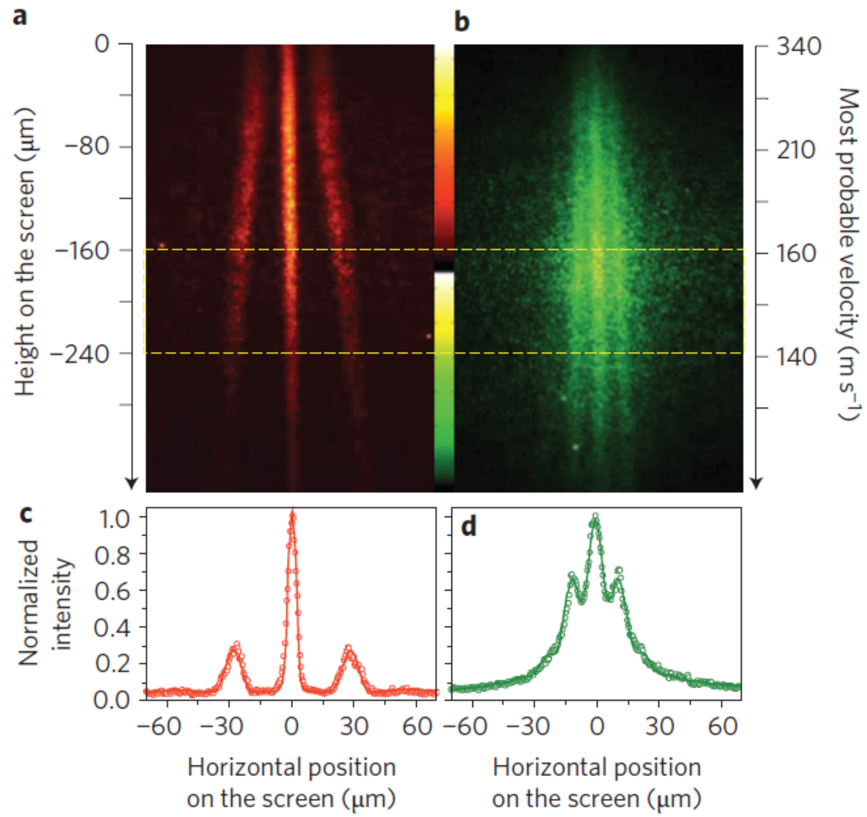



FIGURE 7 – Franges d'interférences des molécules poids atomique 514 et 1028 (tiré de *real-Time single molecule imaging of quantum interference*, Nature Nanotecnhology, Juffmann et al. 2012 )

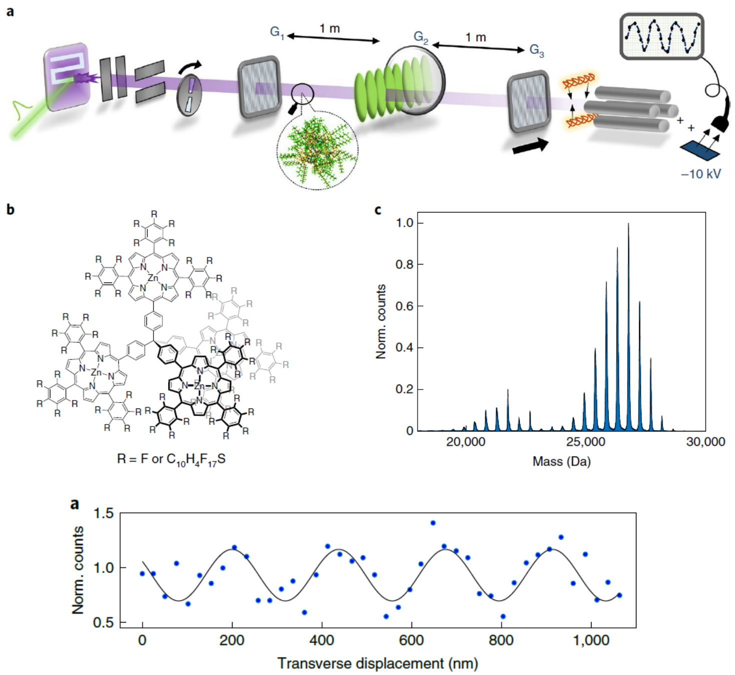



FIGURE 8 – Dispositif expérimental , Nature physics Letters, Fein et al. 2019 )

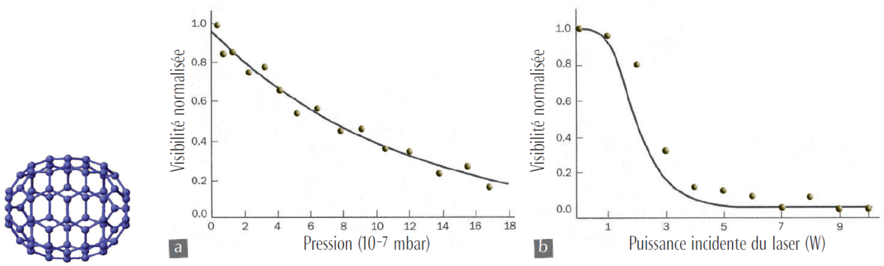



FIGURE 9 – Brouillage des interférences en raison des collisions entre molécules et de l'émission de photon. Tiré des Reflets de la physique, Michel Le Bellac, 2009

**Exemple 6** On considère la superposition d'ondes planes suivante :

$$\psi(x,t) = \frac{e^{i\left((k+\delta k)x-\omega t\right)} + e^{i\left((k-\delta k)x-\omega t\right)}}{2}$$

1 - Calculer la densité de probabilité de présence. La fonction d'onde est-elle normalisée ?

2 - Montrer que la localisation de la particule est améliorée par rapport à l'onde plane dans des zones de l'espace que l'on déterminera en fonction de $\delta k$

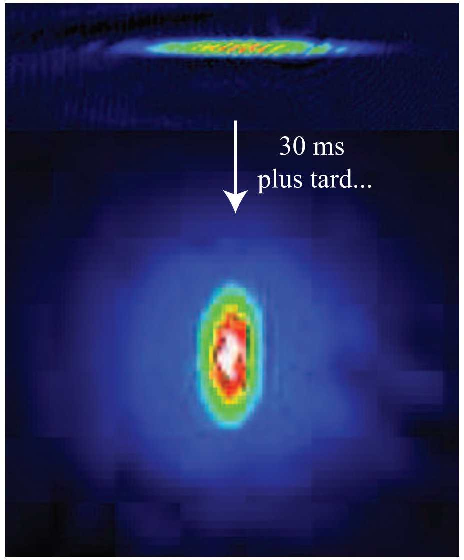



FIGURE 10 – (Photos de P.Desbiolles, D. Guery-Odelin et J. Söding, ENS).