



Définition :

Le flux thermique ou flux de chaleur, souvent noté Φ , entre deux milieux de températures différentes correspond au transfert thermique δQ qui a eu lieu pendant un intervalle de temps dt entre deux milieux de températures différentes :

$$\Phi = \frac{\delta Q}{dt}$$

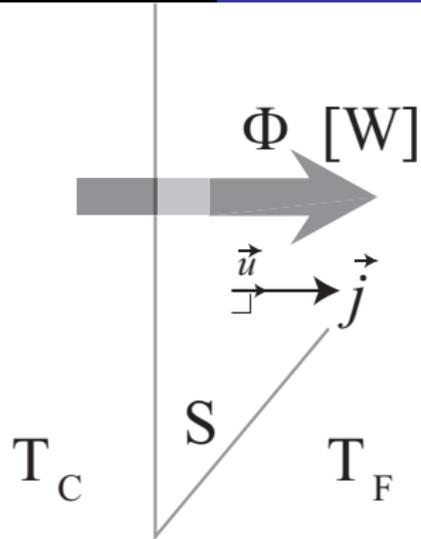


Figure – Flux thermique et densité de flux thermique



Définition :

Lorsque ce flux thermique traverse une surface S de manière uniforme, on peut définir une densité de flux de chaleur notée \vec{j} telle que :

$$\vec{j} = \frac{\Phi}{S} \vec{u}$$

où \vec{u} est un vecteur unitaire orienté selon la direction du flux Φ . Cette densité de flux de chaleur est par conséquent exprimée en watt par mètre carré ($W.m^{-2}$)





Figure – Visualisation de la convection par strioscopie, Harvard Natural Science 2014



Définition :

Le flux thermique surfacique (noté j , énergie transférée par unité de temps et par unité de surface) peut être décrit par la loi de Newton traduisant le fait que le transfert thermique est proportionnel à l'écart de température entre le fluide et la paroi.

$$\vec{j} = h(T_{paroi} - T_{fluide})\vec{u}_{paroi \rightarrow fluide}$$

où h est un coefficient empirique appelé coefficient de transfert convectif exprimé en $W.m^{-2}.K^{-1}$ et $\vec{u}_{paroi \rightarrow fluide}$ est un vecteur unitaire dirigé de la paroi vers le fluide.

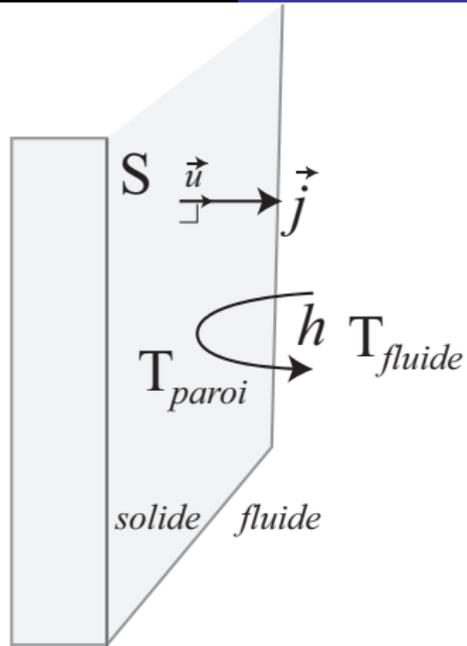


Figure – Densité de flux thermique par convection

Type de transfert	fluide	h ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)
Convection naturelle	eau	100 - 1000
	gaz	5 - 30
Convection forcée	gaz	10 - 300
	eau	300 - 12 000
	huile	50 - 1700

Table – Coefficients conducto-convectif usuels

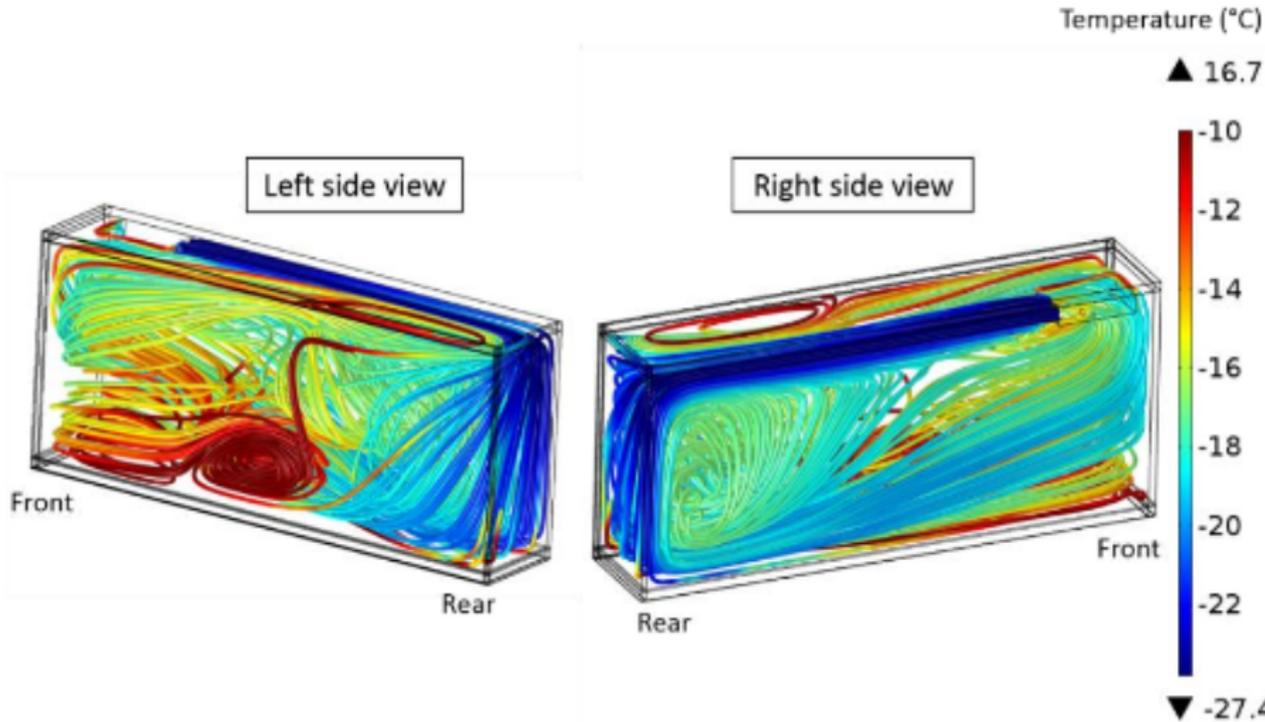


Figure – Simulation numérique de convection par Comsol



Définition :

Dans un solide ou un fluide immobile, la densité de flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température.

$$\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

matériau	λ en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
air	0,024
cuivre	390
fer	82
béton	1
bois	0,2
polystyrène	0,04

Table – Conductivités thermiques usuelles

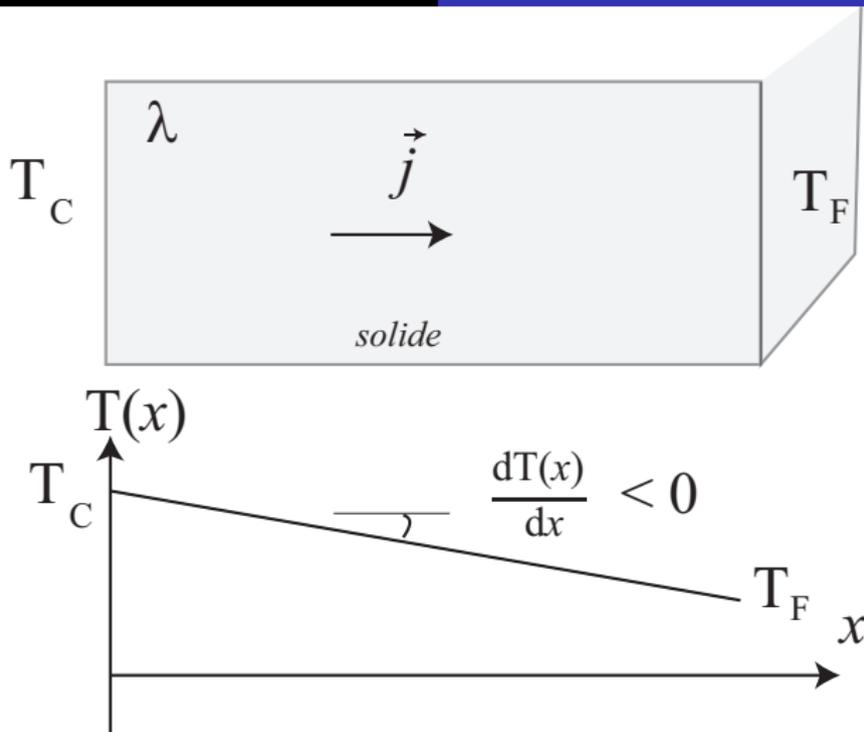


Figure – Densité de flux thermique par conduction

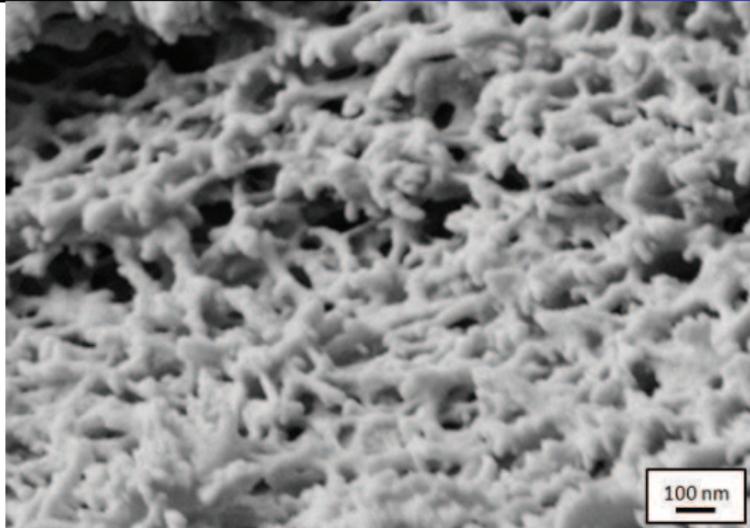




Figure – Projet NANOCEL, les premiers superisolants thermiques biosourcés. La cellulose et ses dérivées sont utilisés pour améliorer les propriétés des silices superisolantes de conductivités inférieures à 0.015 W/m.K . (juin 2013)
Arnaud-Rigacci, Mines ParisTech

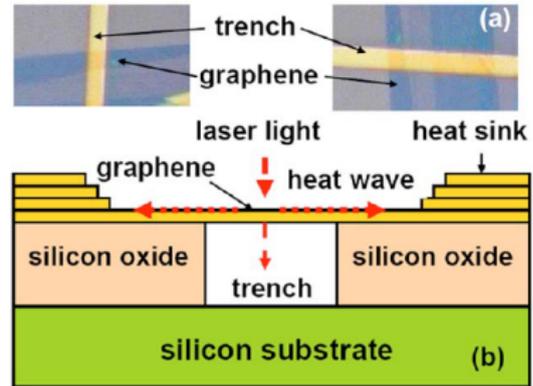
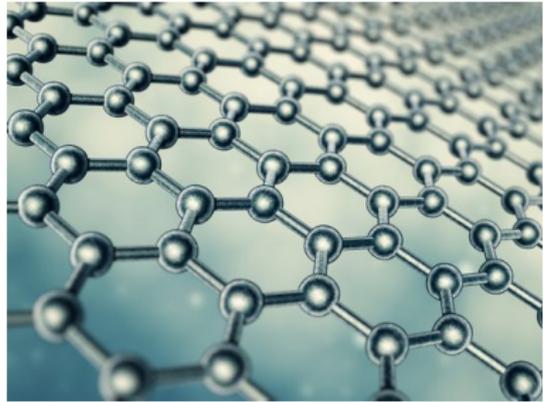


Figure – Représentation du graphène et dispositif de mesure de la conductivité thermique du graphène, Extremely high thermal conductivity of graphene : Prospects for thermal management applications in nanoelectronic circuits, Gosh et al. Applied Phys. Let., 2008.

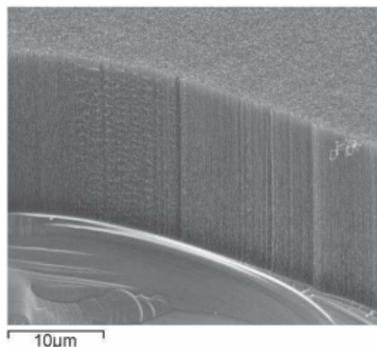
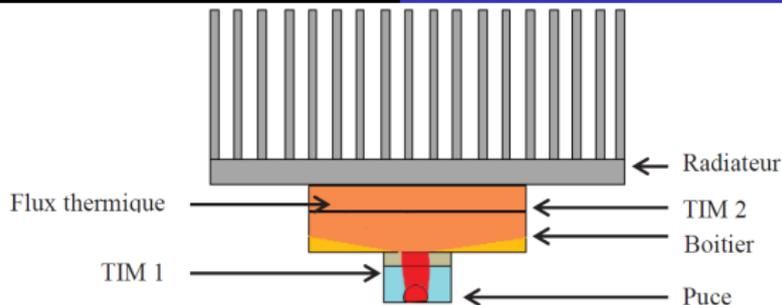


Figure – Présence de Matériaux d'Interface Thermique entre composant électronique de puissance et radiateur. Exemple de TIM par agencement de nanotubes de carbones, Matériaux d'Interface Thermique Nanostructurés, Thèse de J. Daon 2016, École CentraleSupélec.



Définition :

La loi de Stefan permet de relier flux d'énergie émis par un corps noir à sa température :

$$j_{th} = \sigma T^4$$

avec $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$



Figure – Radiateur chauffant de type radiant



Définition :

En régime **stationnaire**, lorsque le flux d'énergie relie deux thermostats de température T_0 et T_1 , il est possible de définir une résistance thermique par

$$R_{th} = \frac{T_C - T_F}{\Phi}$$

R s'exprime en $K.W^{-1}$.

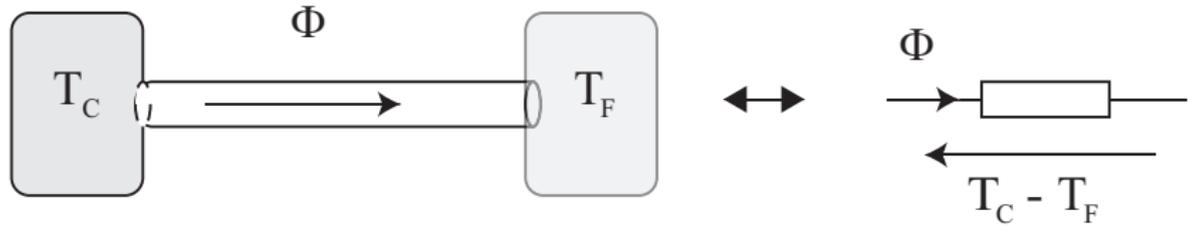


Figure – Modélisation de résistance thermique

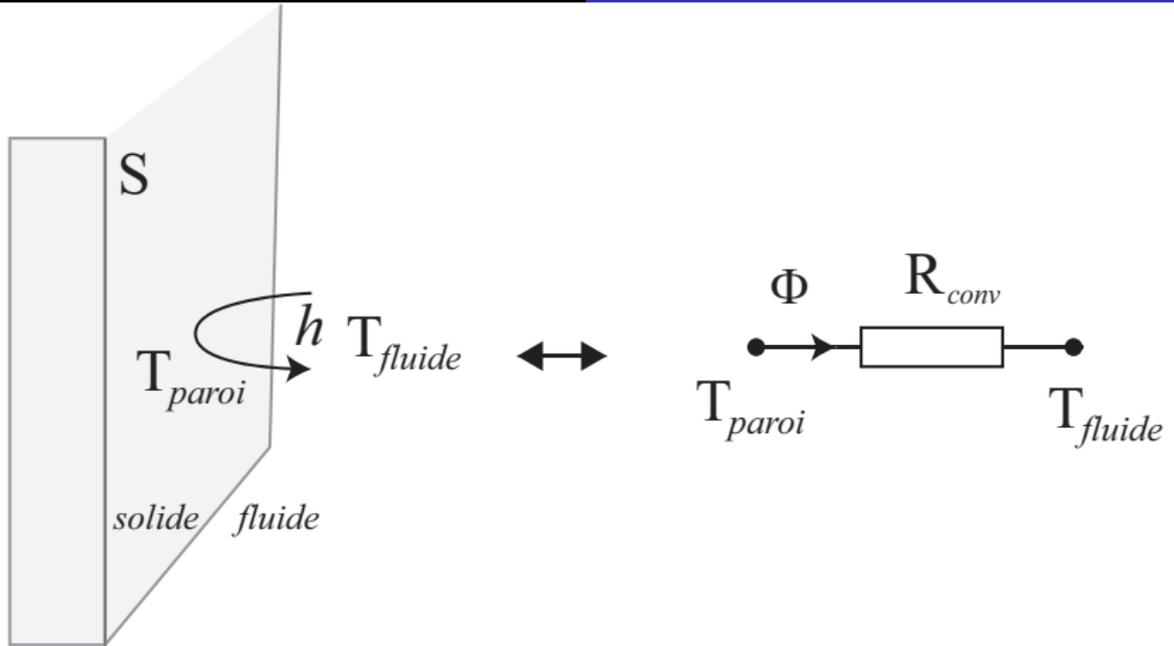


Figure – Modèle de résistance équivalente à la convection



Définition :

Pour un matériau plan d'épaisseur e et de surface S , on retiendra que la résistance thermique de conduction est donc donnée par :

$$R_{cond} = \frac{T_C - T_F}{\Phi} = \frac{e}{\lambda S}$$

où λ est la conductivité du matériau

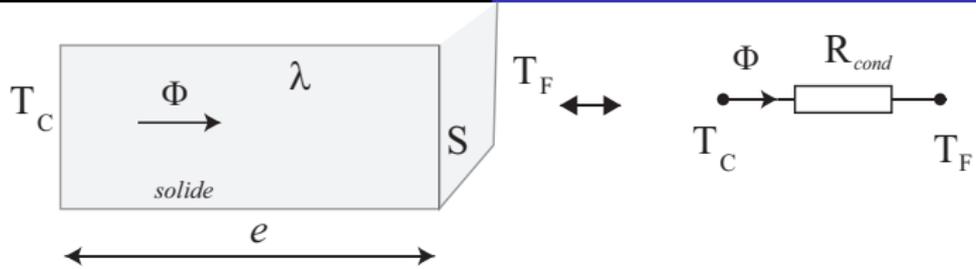


Figure – Modèle de résistance équivalente à la conduction



Figure – Laine de verre commerciale de résistance thermique "surfaccique"
 $R = 5 \text{ K.W}^{-1}.\text{m}^2$

 **Exemple 1** La surface d'échange thermique d'une habitation située sous les toits est de $S = 15 \text{ m}^2$. Le toit n'est pas isolé et assimilable à une résistance thermique par convection de coefficient $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

1 - Effectuer un schéma équivalent à l'aide de résistances thermiques.

2 - Déterminer la puissance du chauffage à installer pour maintenir une température intérieure de $\theta_{int} = 20^\circ \text{C}$ lorsque la température extérieure est de $\theta_{ext} = 0^\circ \text{C}$.

3 - Pour respecter les normes de rénovation énergétique (RT-2012) l'épaisseur de laine de verre à poser est de 10 cm. Estimer le gain économique sur 1 mois d'hiver (30 j) si le local est chauffé par un radiateur électrique.

Données :

- conductivité de l'isolant :

$$\lambda_{isover} = 40.10^{-3} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

- Coût de l'électricité : 1 kWh = 0,16 euros

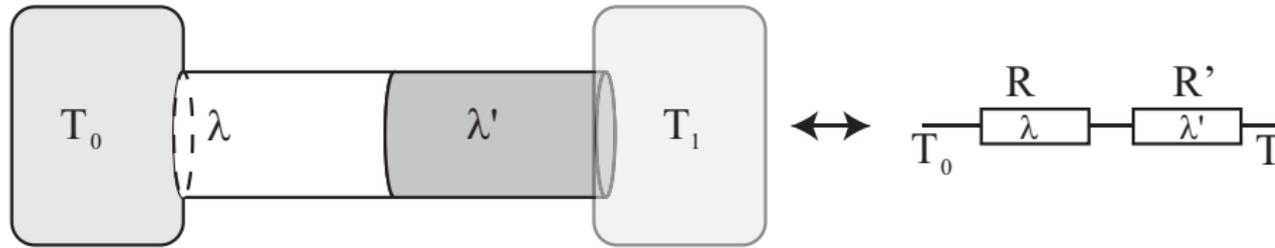


Figure – Loi d'association en série

Exemple 2

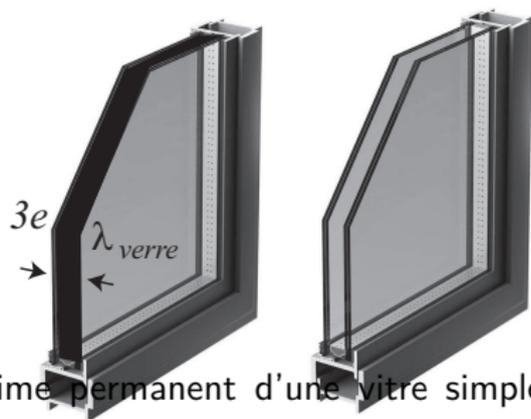
On considère dans un premier temps une vitre d'épaisseur $3e = 6 \text{ mm}$ et de surface $S = 1,5 \text{ m}^2$. La longueur caractéristique de la surface de la fenêtre est supposée grande par rapport à son épaisseur.

1 - Démontrer l'expression de la résistance thermique en régime permanent d'une vitre simple d'épaisseur $3e$ puis la calculer.

2 - On considère maintenant un double vitrage. Le dispositif est formé par deux vitres d'épaisseur e séparées par une lame d'air de même épaisseur. Déterminer puis calculer la résistance thermique de l'ensemble.

Données :

- conductivité thermique de l'air : $\lambda_{\text{air}} = 0,024 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$



- conductivité thermique du verre : $\lambda_{\text{verre}} = 1,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

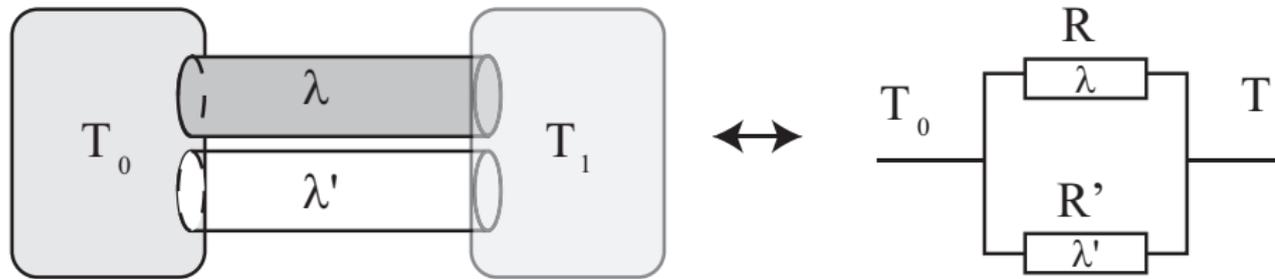


Figure – Loi d'association en parallèle

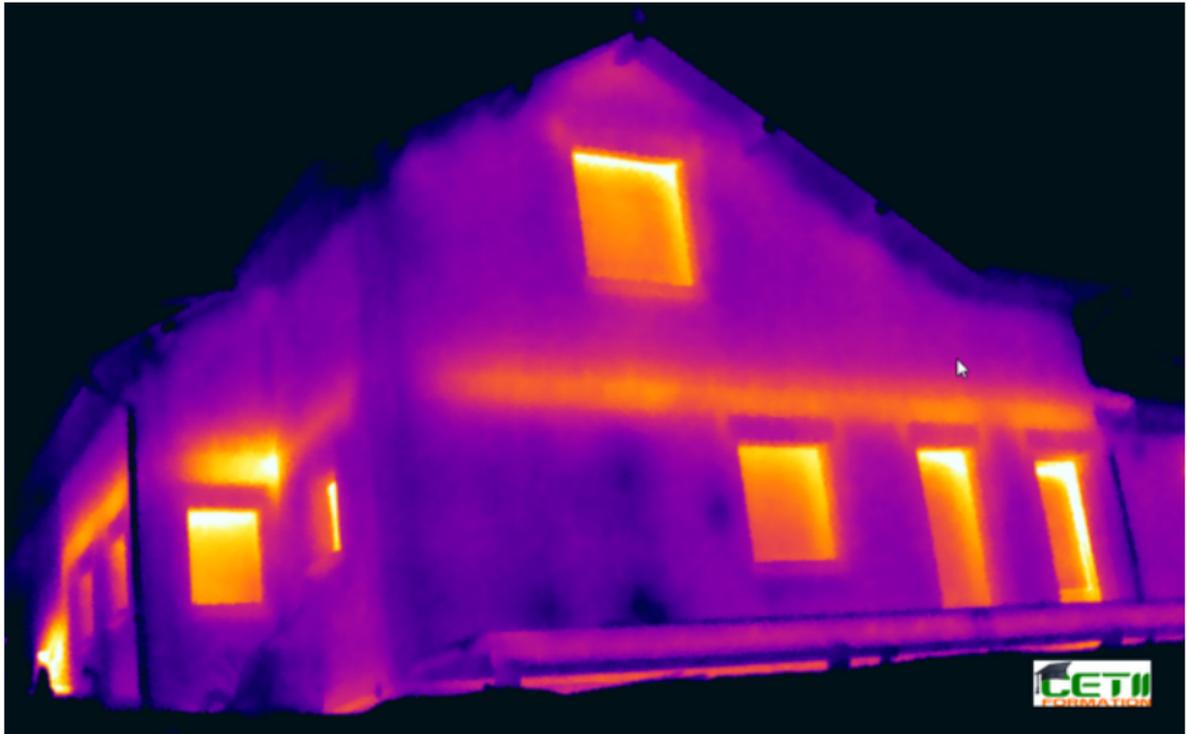


Figure – Ponts thermiques visibles sur les fenêtres et la dalle du premier étage d'une maison

Exemple 3

On considère un mug contenant une masse $m = 200 \text{ g}$ de boisson chaude de température $\theta_C = 60^\circ \text{C}$ posé sur une table. L'air extérieur est de $\theta_{\text{ext}} = 20^\circ \text{C}$.

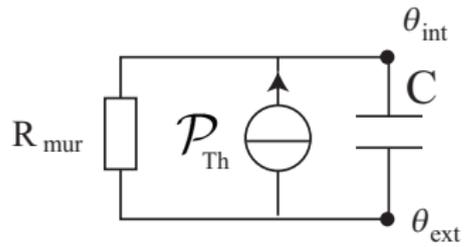
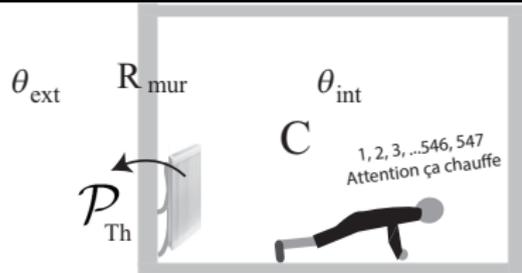
- 1 - Estimer la résistance thermique associée à la surface latérale du mug.
- 2 - Déterminer la résistance thermique associée à la surface d'échange supérieure. Conclure sur le mode d'échange principal entre le mug et l'air extérieur.
- 3 - En déduire une équation différentielle sur la température du contenu du mug.
- 4 - Représenter l'allure de l'évolution de la température en fonction du temps.

Données :

- Caractéristiques géométriques du mug



- Surface latérale $S_{lat} = 200 \text{ cm}^2$
- Surface supérieure $S_{sup} = 30 \text{ cm}^2$
- épaisseur de céramique $e = 5,0 \text{ mm}$
- Valeurs thermodynamiques
 - coefficient conducto-convectif de l'air $h = 10 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$
 - conductivité de la céramique $\lambda = 5,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 - capacité thermique de l'eau $c = 4,2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$



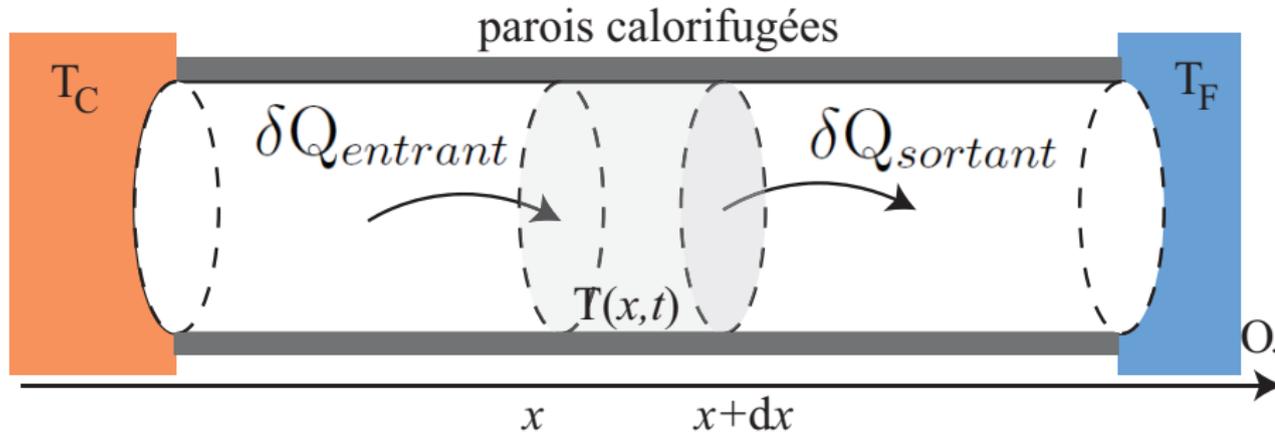


Figure – Notation pour une diffusion à une dimension



Définition :

Pour une géométrie quelconque, l'équation de la chaleur sans terme source peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T$$

où Δ . est l'opérateur Laplacien.

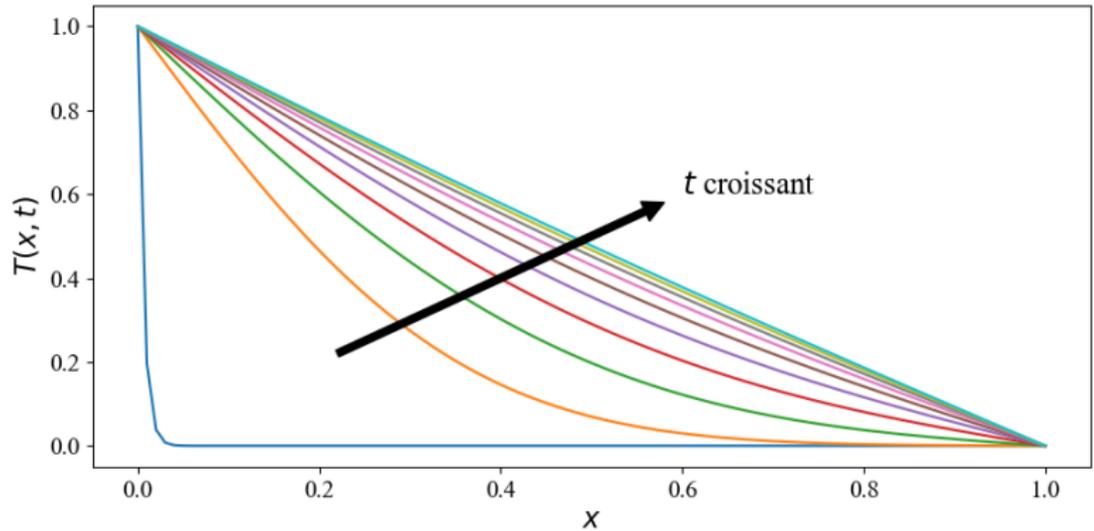


Figure – Simulation de l'évolution temporelle de température



Définition :

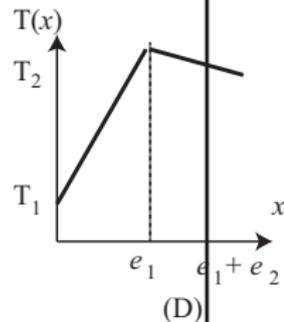
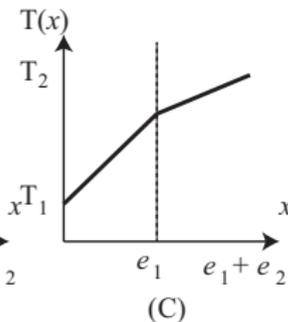
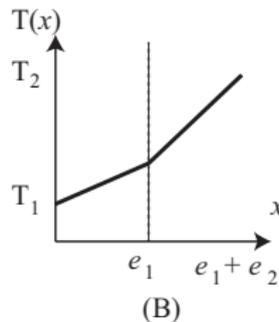
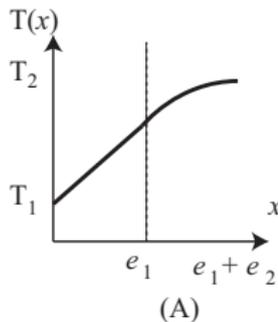
Le régime stationnaire en diffusion thermique est obtenu lorsque $\partial T / \partial t = 0$.



Exemple

4

On considère un mur de béton d'épaisseur e_2 recouvert d'un isolant d'épaisseur e_1 . On note $T_1 = 280$ K la température en $x = 0$ et $T_2 = 300$ K la température en $x = e_1 + e_2$. On suppose que la température ne dépend que de x et que le régime permanent est atteint.



1 - Déterminer, en le justifiant, si chacun des quatre profils de

température proposés ci-dessous est possible ou non.

2 - Précisez le sens du vecteur densité de flux thermique et son expression. En déduire le profil de température exact.

Données : Conductivités :

- conductivité du béton $\lambda_b = 1,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- conductivité de l'isolant $\lambda_i = 0,03 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$



Définition :

La diffusivité thermique est définie par :

$$D_{th} = \frac{\lambda}{\rho C_p}$$



Exemple

5

En cuisine, on utilise des cuillères en bois pour remuer les préparations chaudes. Ces cuillères peuvent être laissées dans la casserole pendant la cuisson.



1 - Calculer la diffusivité thermique D_{th} pour le bois et l'acier.

2 - Estimer le temps de caractéristique pour l'établissement du régime permanent pour une cuillère de longueur $L = 20$ cm.
Conclure.

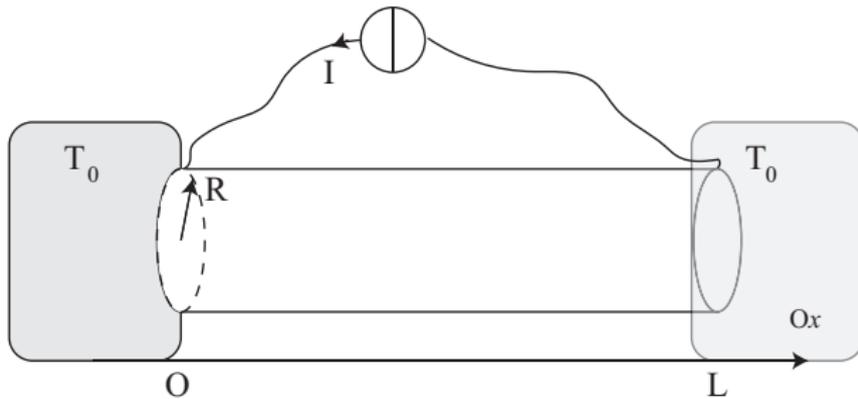
- bois : $\lambda_b = 0,12 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_b = 1,2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $\rho_b = 800 \text{ kg.m}^{-3}$
- acier : $\lambda_a = 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_a = 0,44 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $\rho_a = 7,8.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Exemple 6

D'après Oral Mines 17

Un fusible est constitué d'un cylindre de plomb de rayon $a = 0,2$ mm et de longueur $L = 1$ cm. Chacune de ces extrémités est au contact d'un thermostat à la température $T_0 = 293$ K. On considère que sa surface latérale est calorifugée. Un courant $I = 10$ A traverse le barreau, on note ρ sa résistivité électrique, λ sa conductivité thermique et μ sa masse volumique.





- 1 - Déterminer la puissance de chauffage par effet Joule sur une tranche d'épaisseur dx .
- 2 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$ en régime stationnaire.
- 3 - Représenter le profil de température.
- 4 - Calculer la valeur maximale de $T(x)$ et conclure sur le principe du fusible.

- $\rho_{Pb} = 2 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$

- $\lambda_{Pb} = 35 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- $\theta_{fus}(Pb) = 327 \text{ }^\circ\text{C}$

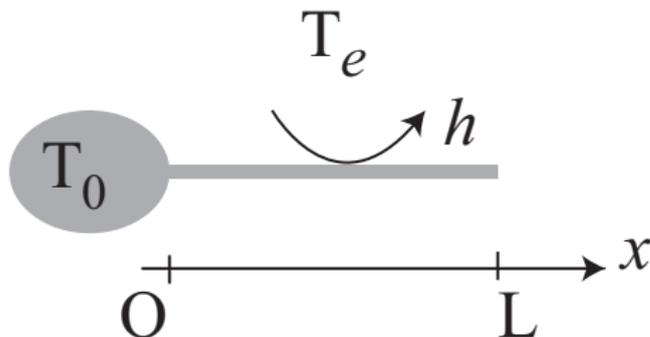


Figure – Tableau électrique contenant des disjoncteurs (norme NFC 15-100)

Exemple 7

D'après Oral CCP 13

On modélise une ailette de refroidissement en aluminium par une tige métallique cylindrique, d'axe Ox , de longueur L , de rayon a et de conductivité thermique λ , au contact par une



de ses extrémités ($x = 0$) avec un corps à la température T_0 . Le reste est en contact avec l'air à la température constante T_e . On note h le coefficient de transfert thermique de surface entre le métal et le fluide. On se place en régime stationnaire.

1 - On veut supposer qu'à l'intérieur de la tige, le gradient radial de température est suffisamment faible pour considérer que, dans la section droite d'abscisse x , la température $T(x)$ est uniforme. Valider cette hypothèse grâce aux caractéristiques géométriques.

2 - Déterminer en régime stationnaire l'équation différentielle vérifiée par la température. On notera $H = \sqrt{a\lambda/2h}$ la longueur caractéristique d'évolution de la température.

3 - Déterminer un critère pour considérer que la barre soit infiniment longue et en déduire l'expression de $T(x)$.

4 - Calculer la puissance dissipée par une ailette de refroidissement. Conclure quant au refroidissement d'un processeur consommant 200 W.

Données : $T_0 = 380$ K , $T_e = 300$ K, $a = 1$ mm et $L = 6$ cm.
Conductivité thermique de l'aluminium : $\lambda = 220$ W.m⁻¹.K⁻¹ ; coefficient de transfert thermique de surface : $h = 6.10^2$ W.m⁻².K⁻¹

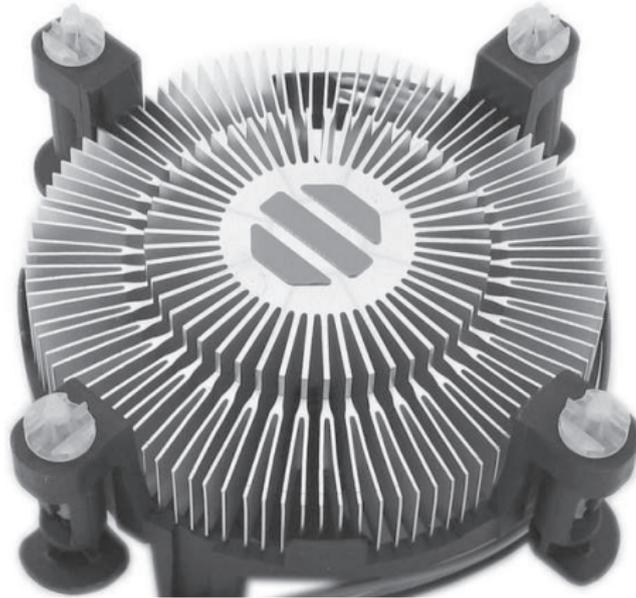


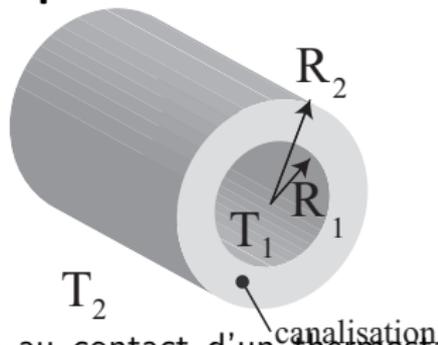
Figure – Radiateur de refroidissement pour microprocesseur



Exemple

8

On considère une canalisation constituée d'un tube de longueur L de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 dans lequel circule un fluide de température T_1 supposée uniforme. L'extérieur est au contact d'un thermostat à la température T_2 . On se place en régime stationnaire.



- 1 - Exprimer le flux thermique pour un rayon r compris entre R_1 et R_2 .
- 2 - En régime stationnaire, comment varie Φ en fonction de r . En déduire la résistance thermique du tube en fonction de R_1 , R_2 , L et λ .
- 3 - Montrer que si l'épaisseur $e = R_2 - R_1$ est négligeable devant R_1 alors la résistance thermique est similaire à celle obtenue en

géométrie cartésienne.

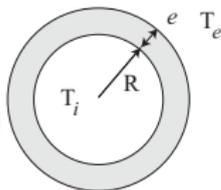


Exemple 9

D'après Veto 18

Un modèle de diffusion thermique pour un animal, très simplifié, mais fournissant malgré tout des résultats qualitativement significatifs, est constitué par une géométrie sphérique.

On suppose que le corps de l'animal est une sphère homogène de centre O , de rayon R et de masse volumique ρ , maintenue à la température corporelle T_i . Il est enveloppé par une couche isolante d'épaisseur e représentant le pelage. On étudie la conduction thermique en régime permanent dans le pelage avec comme conditions aux limites : $T(r = R) = T_i$; $T(r = R + e) = T_e$. La température extérieure T_e est inférieure à T_i .

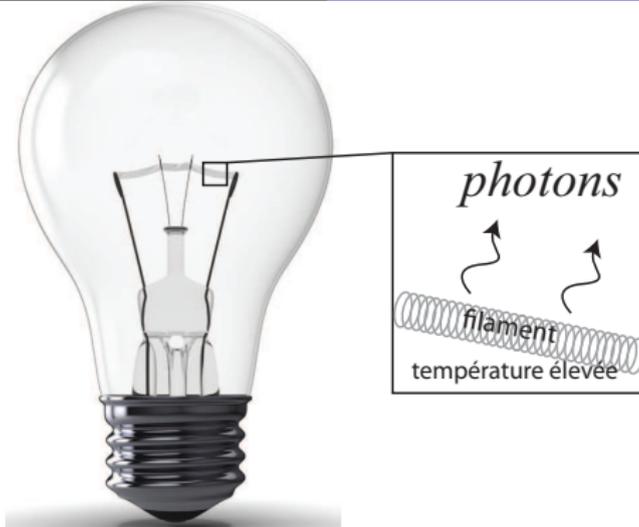


1 - Justifier que la température ne dépend que de r et en déduire le vecteur densité de flux thermique. On notera λ la conductivité thermique. Préciser la direction et le sens de ce vecteur.

2 - Établir l'expression du flux thermique Φ à travers une sphère

de centre O et de rayon r compris entre R et $R + e$, en fonction de λ , r et de la dérivée dT/dr .

3 - Montrer que $T(r) = T_i + \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$



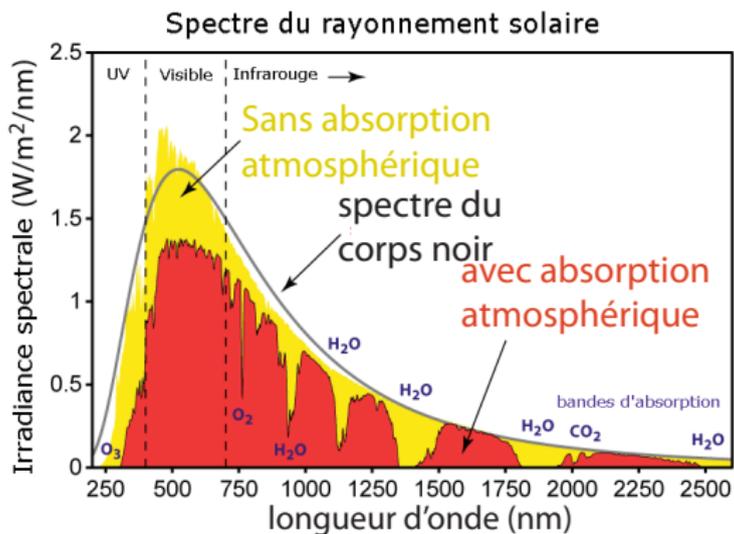


Figure – Principe d'émission de type corps noir et spectre d'émission du soleil

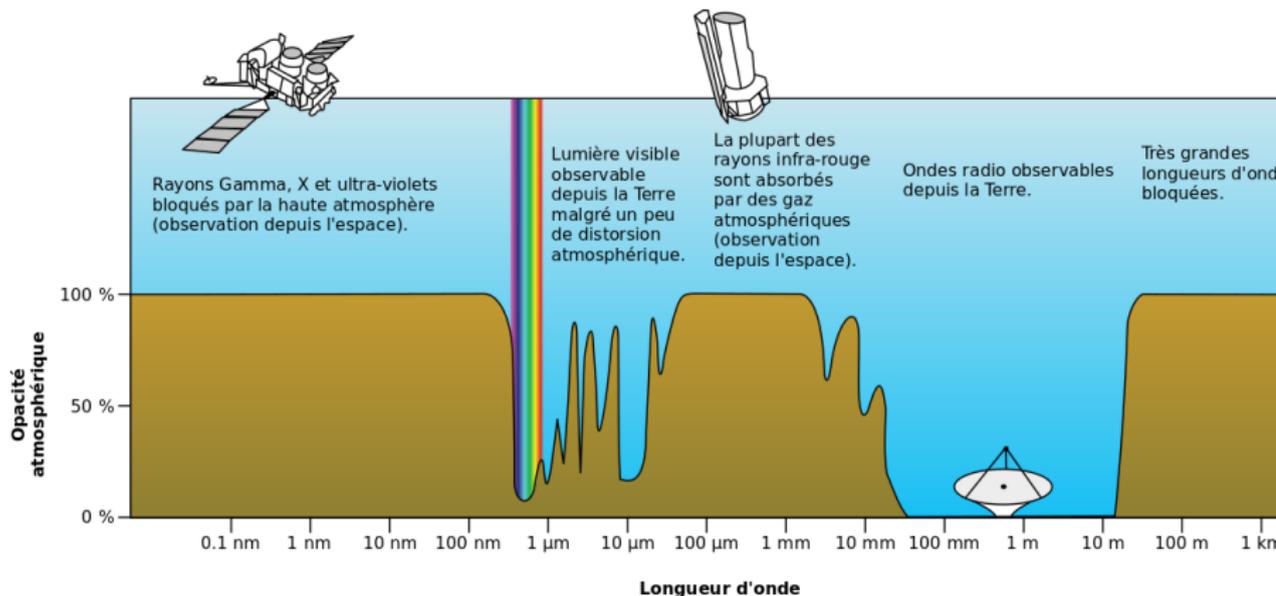
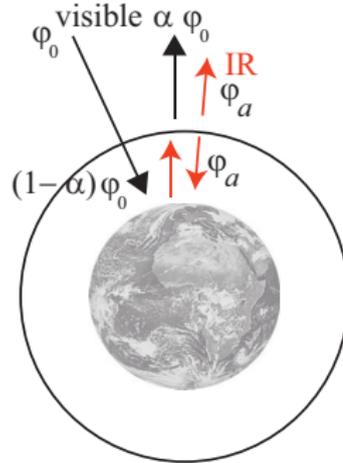
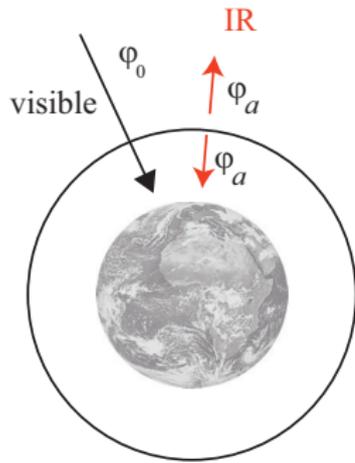
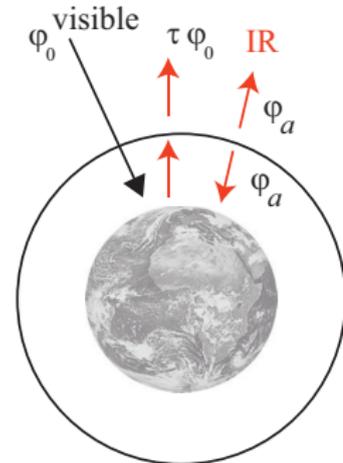


Figure – Opacité atmosphérique, NASA ©



Albédo des nuages



Gaz à effet de serre

Figure – Bilan de puissance.





National Aeronautics and Space Administration

earth's energy *budget*

The Earth's energy budget describes the various kinds and amounts of energy that enter and leave the Earth system. It includes both radiative components (light and heat), that can be measured by CERES, and other components like conduction, convection, and evaporation which also transport heat from Earth's surface. On average, and over the long term, there is a balance at the top of the atmosphere. The amount of energy coming in (from the sun) is the same as the amount going out (from reflection of sunlight and from emission of infrared radiation).

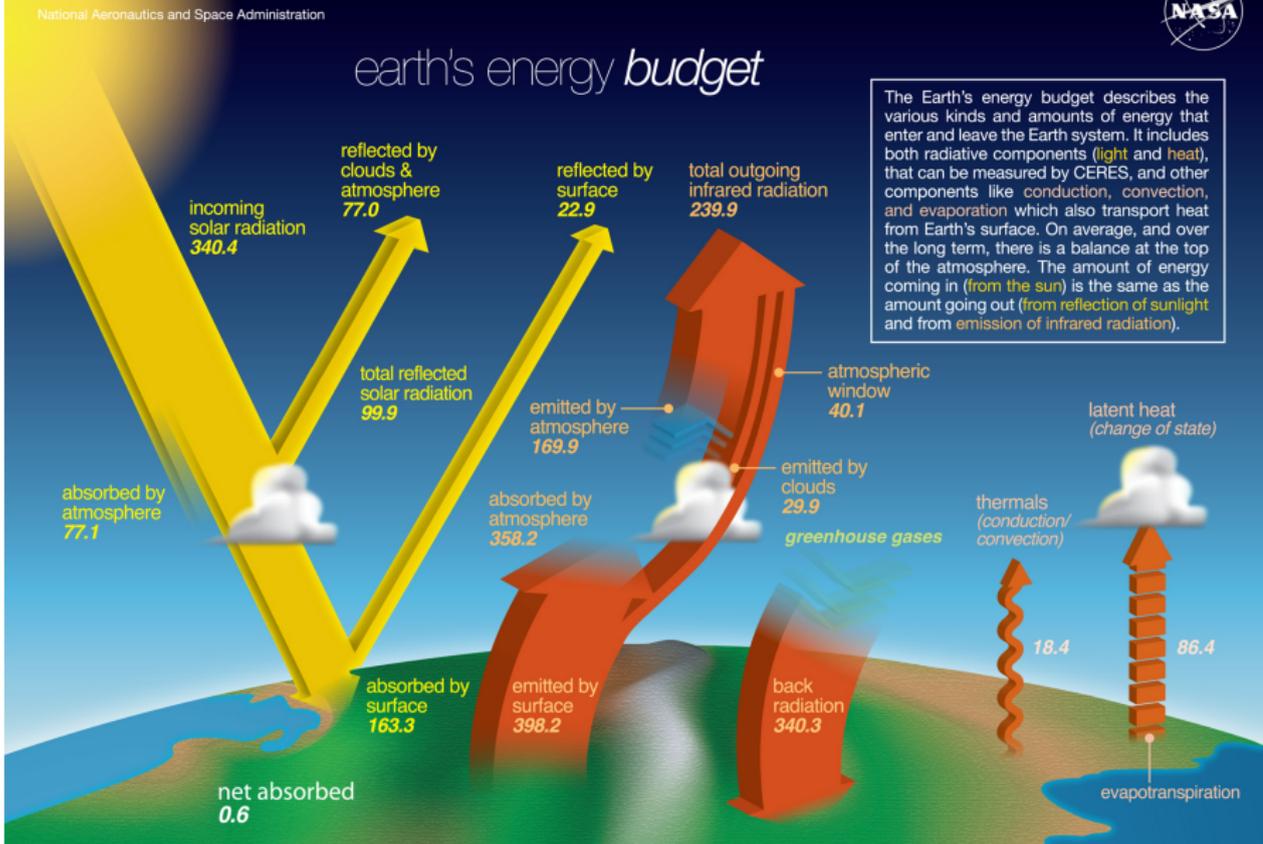
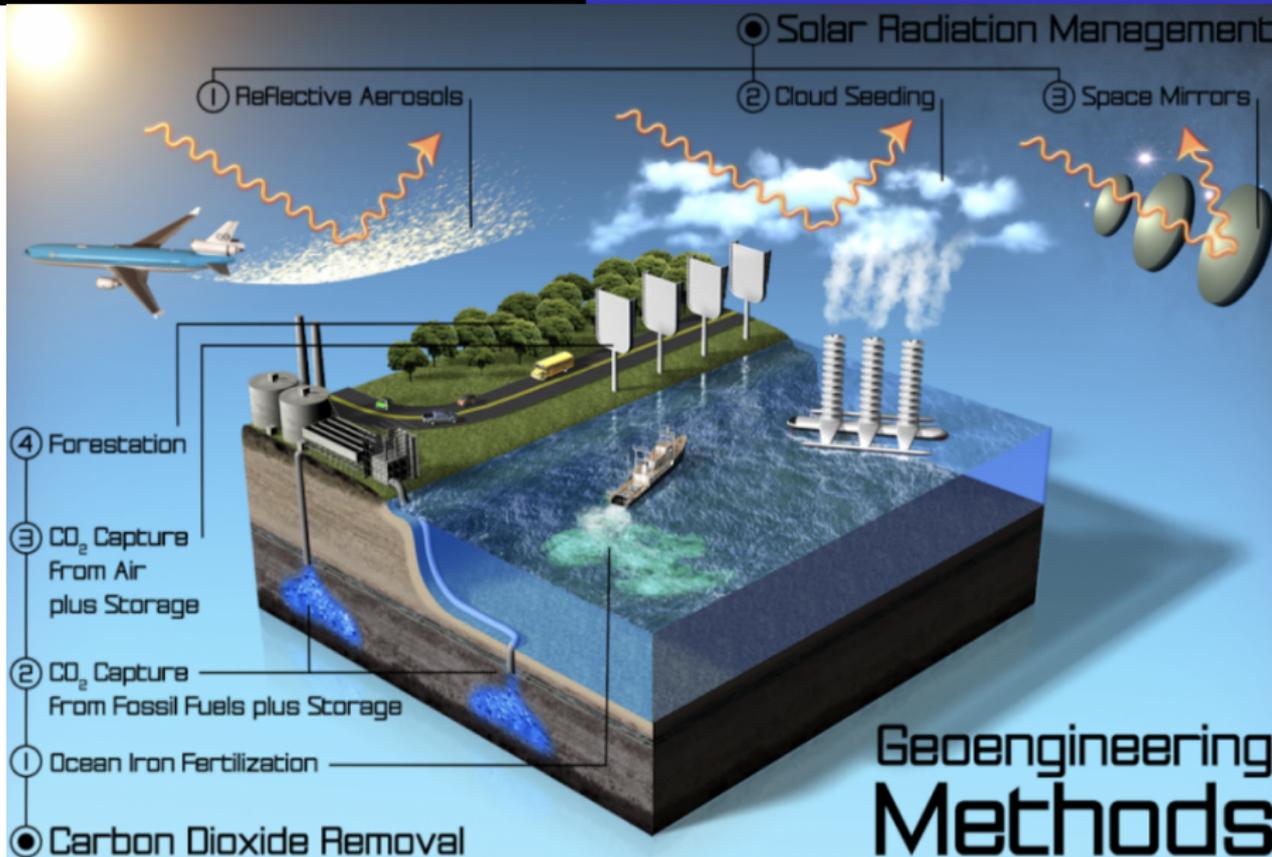


Figure – Budget énergétique de la Terre, NASA ©



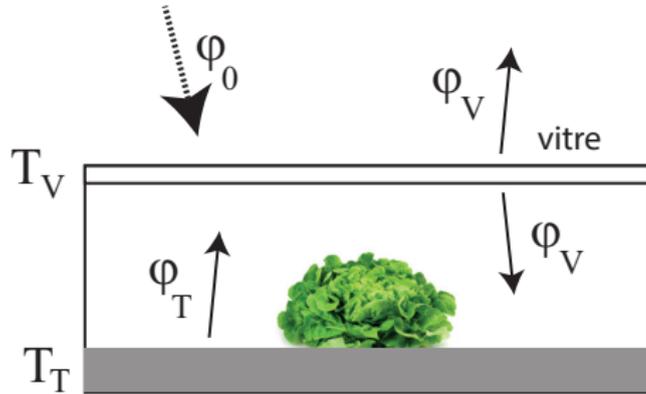
Geoengineering Methods

Figure – Méthodes de changement climatique...



Exemple 10

Considérons une serre, composée de deux systèmes : de la terre (à la température T_T) couverte par une vitre V en verre (à la température T_V). Ces deux objets sont à des températures telles qu'ils émettent (respectivement ϕ_T et ϕ_V) principalement dans l'infrarouge. La vitre est éclairée par le soleil et reçoit un flux surfacique incident ϕ_0 , principalement dans le visible). Le verre absorbe une portion a du flux visible, réfléchit une faible partie r , et en transmet la plus grande partie : $t = 1 - r - a$. La terre se comportant comme un corps noir absorbe tout ce qui est transmis et émis par la vitre. La vitre absorbe tout le rayonnement infrarouge émis par



la terre : elle est opaque à ces longueurs d'onde. En supposant que ces deux corps suivent les lois du corps noir, déterminer la température d'équilibre T_T de la terre initialement à la température $T_0 = 300 \text{ K}$.

Données : $a = 10$, $r = 10\%$, $t = 80\%$.