

Figure – Principe de l'expérience des fentes d'Young avec des électrons.

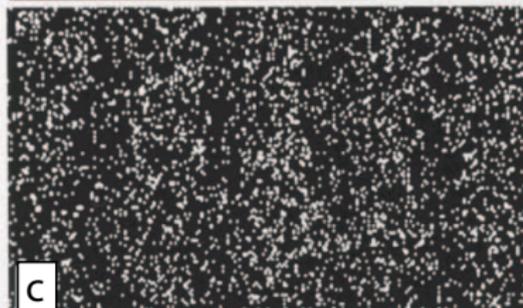
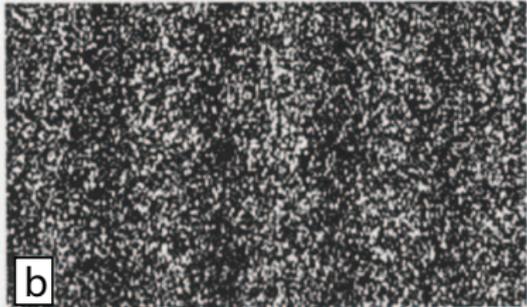


Figure – Nombre d'électrons détectés : 8 (a) ; 270 (b) ; 2000 (c) ; 60000 (d)
Tonomura et al., Am. J. Phys., 57, 117 (1989).



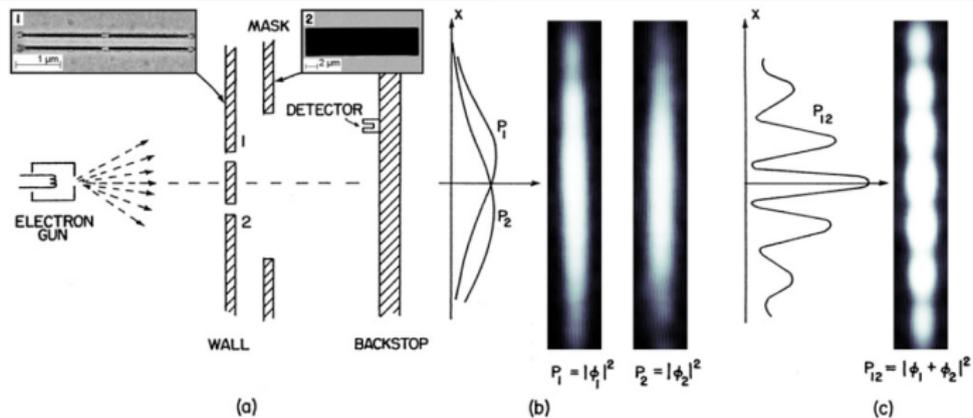
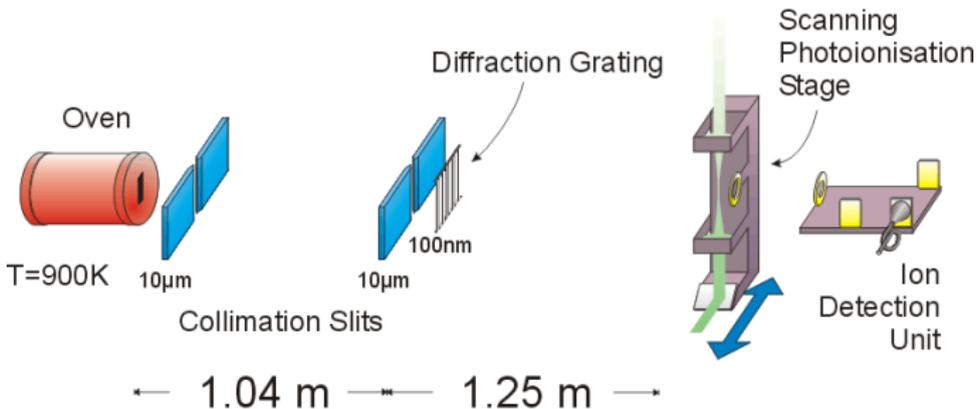
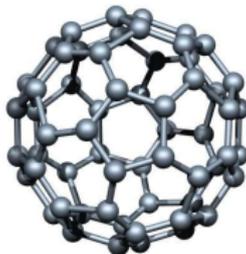


Figure – Expériences des Fentes d'Young avec des électrons, *Controlled double-slit electron diffraction, NJP 2013*





Pressure $\sim 5 \cdot 10^{-7}$ mbar

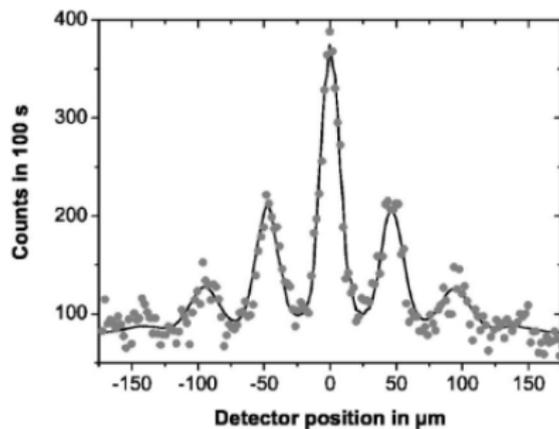


Figure – Dispositif interférentiel avec des molécules de fullerènes. *D'après American Journal of Physics, avril 2003*



Définition :

Un système physique élémentaire étudié par la physique quantique est appelé particule quantique ou quanton.



Définition :

L'état physique d'un quanton est parfaitement précisé par une fonction d'onde complexe $\psi(M, t)$ qui représente une amplitude de probabilité d'état. La probabilité de trouver une particule dans un volume d^3r est donnée par : $|\psi(M, t)|^2 d^3r$.

Exemple 1

On montre que pour une particule quantique d'énergie E_n enfermée dans une boîte de taille L a pour fonction d'onde :

$$\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{iE_n t/\hbar}$$

On admettra que le système est décrit par une seule variable d'espace x . Déterminer la valeur de A .

Exemple 2

Dans l'atome d'hydrogène, l'électron dans son état d'énergie $1s$ possède une fonction d'onde de la forme :

$$\psi(r, t)_{(1s)} = Ce^{-r/a_0} e^{-i\omega_{1s}t}$$

où ω_{1s} est relié à l'énergie de orbitale.

- 1 - Exprimer la probabilité $\mathcal{P}(r)$ d'avoir un électron dans une sphère de rayon r centré sur le noyau.
- 2 - Déterminer le coefficient de normalisation C en fonction de a_0 .

Données : $\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx = 2$

Exemple 3 Pour les orbitales 1s et 2s, les fonctions d'onde de l'électron sont de la forme :

$$\begin{cases} \psi(r, t)_{(1s)} = \frac{1}{\sqrt{4\pi a_0}} e^{-r/a_0} e^{-i\omega_{1s}t} \\ \psi(r, t)_{(2s)} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} e^{-i\omega_{2s}t} \end{cases}$$

1 - Définir la probabilité $d\mathcal{P}(r)$ d'un électron d'être à une distance r du noyau à dr près.

Les densités de probabilité radiale pour les orbitales 1s et 2s sont représentées ci-contre.

2 - Exprimer le rayon le plus probable pour chacune des orbitales.

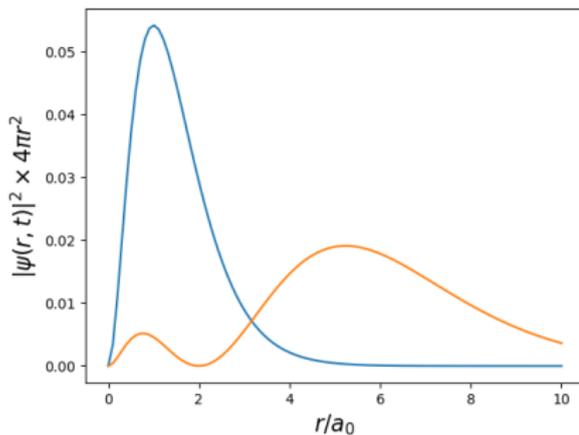


Figure – Densité de probabilité radiale des

4 - Après calcul, on montre que $\langle r_{1s} \rangle = 1,5a_0$ et $\langle r_{2s} \rangle = 5,3a_0$. Comparer ces valeurs par rapport aux densités radiales de probabilité. Le modèle planétaire de Bohr est-il valide pour toutes les orbitales.





Définition :

La dispersion des résultats sera caractérisée par un écart type, ou écart quadratique moyen. En simplifiant le mouvement à un seul axe, on obtient :

$$\langle x \rangle = \int x |\psi(x, t)|^2 dx$$

$$\Delta x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = \int x^2 |\psi(x, t)|^2 dx - \left(\int x |\psi(x, t)|^2 dx \right)^2$$

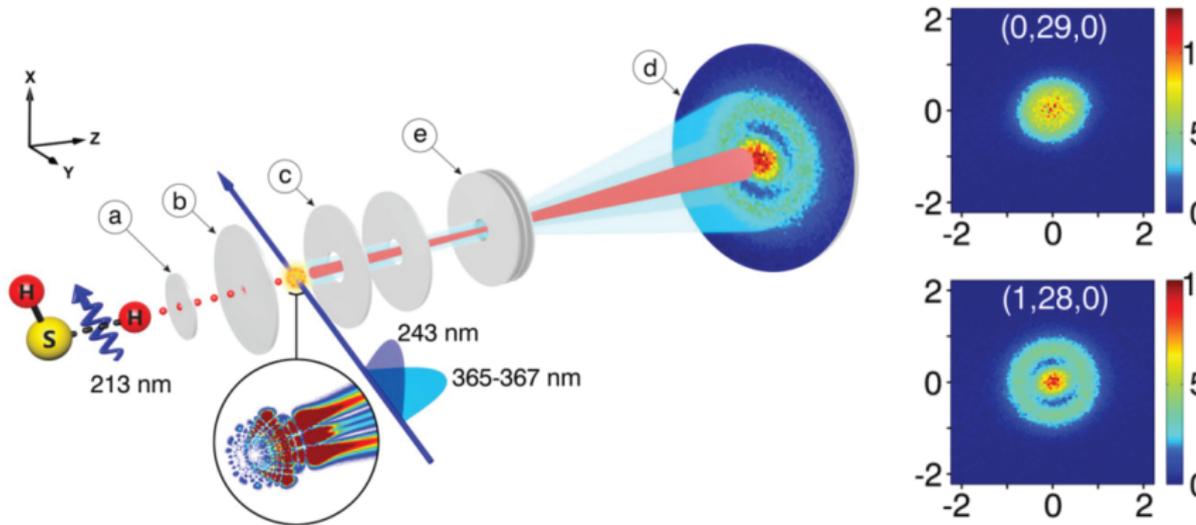


Figure – Visualisation de la densité de probabilité électronique pour l'atome d'Hydrogène. Schematic overview of the experiment. (a) atome d'hydrogène issu de de la dissociation H_2S sélectionné par une ouverture de 3mm, (b) et (c) électrodes, (d) détecteur, (e) lentille Einzel (tiré de *Hydrogen Atoms under Magnification : Direct Observation of the Nodal Structure of Stark States*, Stodolna et al.,PRL 2013)



Définition :

À toute particule matérielle d'énergie E et de quantité de mouvement p , on associe une « onde plane », dont les caractéristiques ondulatoires sont :

$$\omega = E/\hbar \quad \text{et} \quad \vec{k} = \vec{p}/\hbar$$



Définition :

La longueur d'onde (de de Broglie) associée à une particule est définie par :

$$\lambda_{DB} = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{p}$$



Définition :

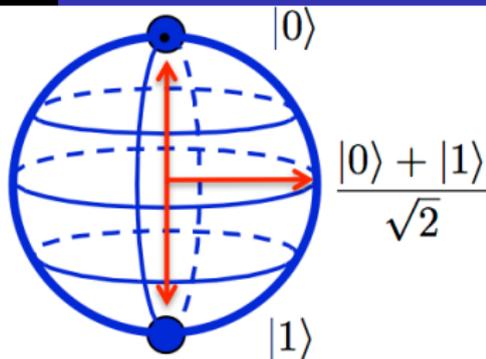
Une fonction d'onde décrivant une particule libre non localisée est de la forme

$$\Psi(M, t) = Ae^{i(\rho x - Et)/\hbar}$$



● 0

● 1



Classical Bit

Qubit

Figure – Superposition d'état pour du calcul quantique avec des Qubits.

 **Exemple 4** On considère une expérience de fentes d'Young avec des électrons. Si seul le trou supérieur est ouvert, la fonction d'onde est de la forme :

$$\psi_1(M, t) = Ae^{i(kz - \omega t + \phi_1(x))}$$

Avec $\phi_1(x)$ un terme de déphasage dû au déplacement vertical. Si seul le trou inférieur est ouvert, la fonction d'onde est de la forme :

$$\psi_2(x, t) = Ae^{i(kz - \omega t + \phi_2(x))}$$

- 1 - Exprimer la fonction d'onde associée à un électron qui traverse le système des deux fentes.
- 2 - En déduire l'expression de la densité de probabilité avec
 - (A) la fonction d'onde associée à un quanton avec le trou supérieur ouvert seul ;
 - (B) la fonction d'onde associée à un quanton avec le trou inférieur ouvert seul ;
 - (C) la fonction d'onde associée à un quanton avec les deux trous ouverts

Exemple 5

Dans l'expérience de de Tonomura, les électrons, émis par une source identique à celle d'un microscope électronique, sont accélérés sous une différence de potentiel de 50 kV. Les fentes seront supposées écartées de $a = 1,0 \mu\text{m}$ et l'écran situé à $D = 1,0 \text{ m}$.

1 - Déterminer la vitesse des électrons par une approche classique. Commenter

2 - En déduire la valeur de la longueur d'onde de de Broglie sans tenir compte de l'aspect relativiste des électrons.

3 - Conclure sur la valeur de l'interfrange de la figure d'interférence. Est elle mesurable du point de vue optique.

Données :

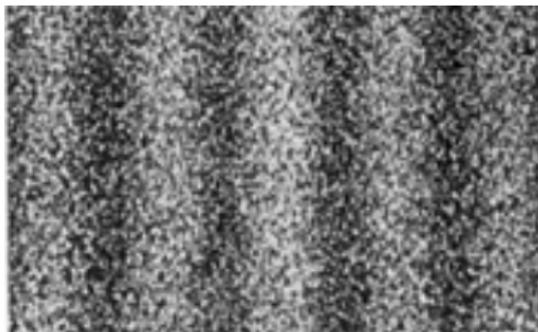


Figure – Nombre d'électrons détectés passant par un système à double fente. A. Tonomura et al., Am. J. Phys., 57, 117 (1989).

- masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ;
- $1,0$ eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J ;
- constante de planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s ;

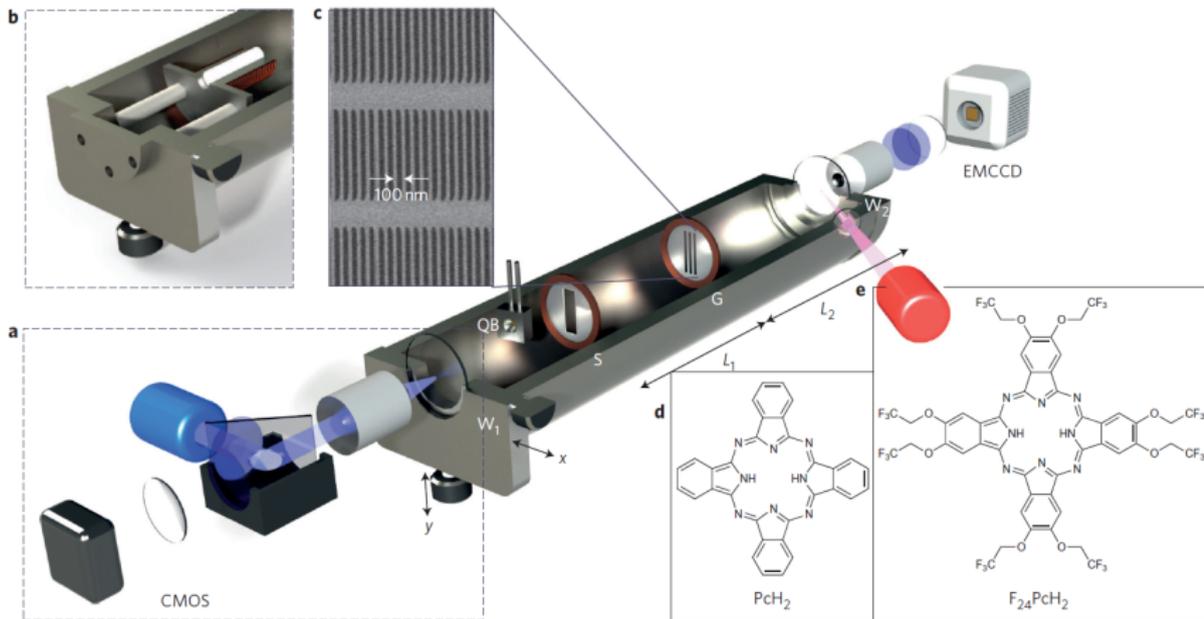


Figure – Dispositif expérimental permettant les interférences de molécules (d). (a) évaporateur, (c) réseau de fentes, (e) excitation des molécules déposées sur le quartz par diode laser. (tiré de *real-Time single molecule imaging of quantum interference*, Nature Nanotechnology, Juffmann et al. 2012)



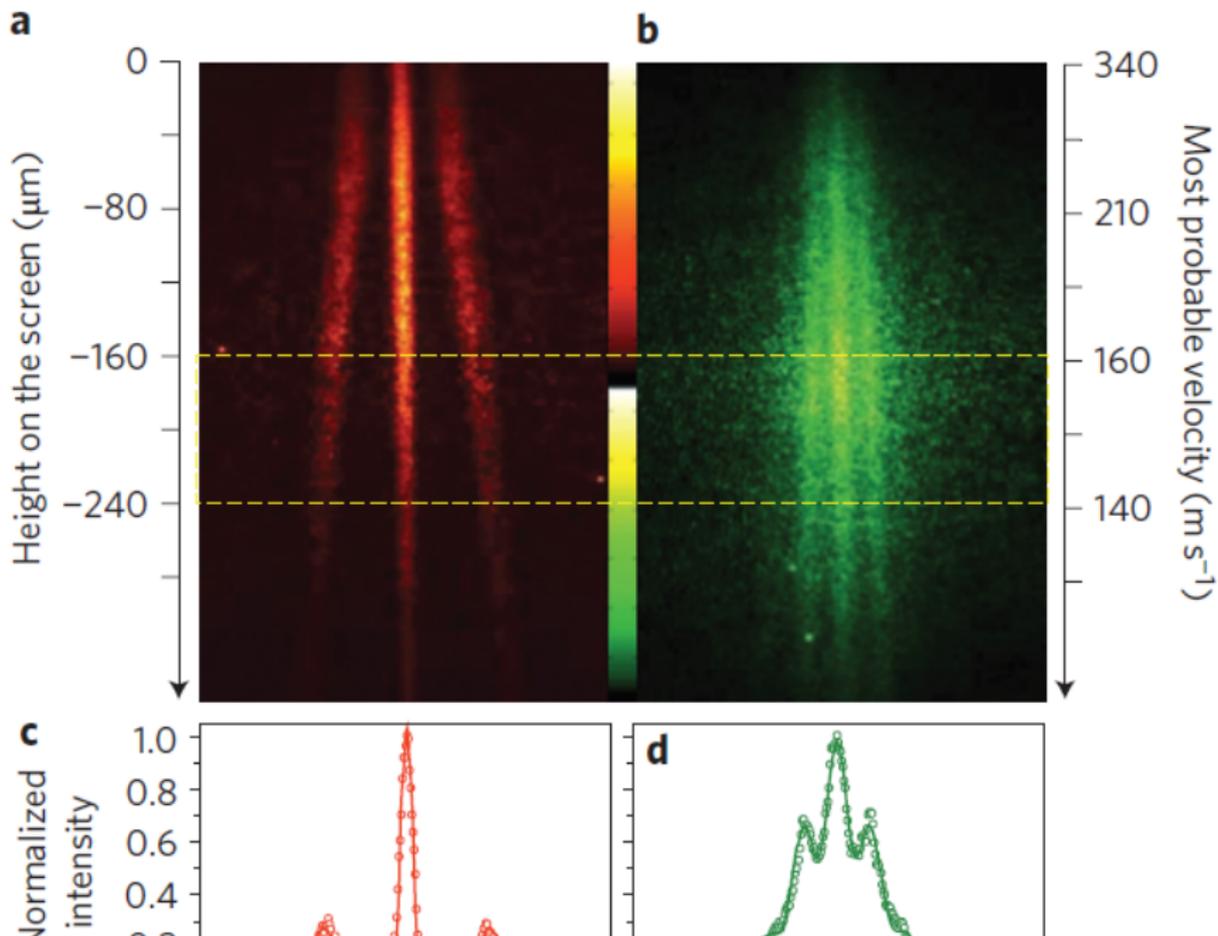
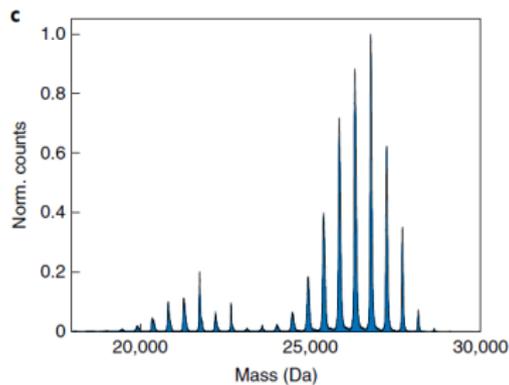
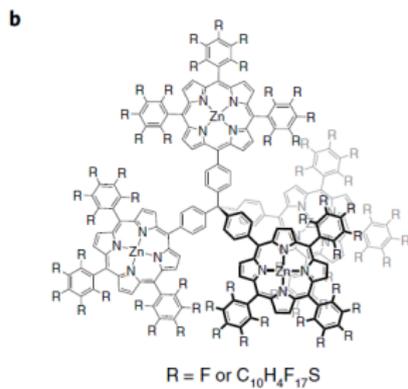
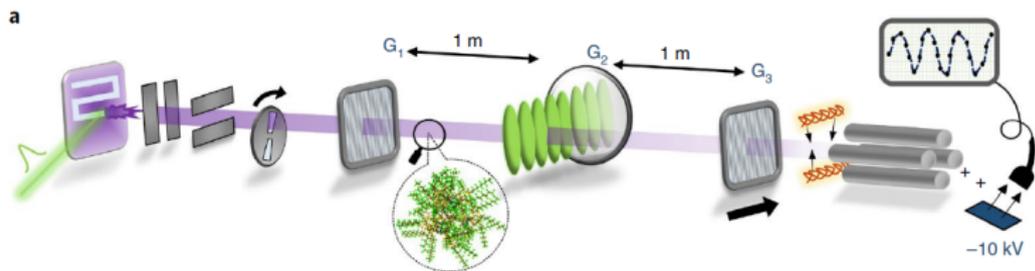


Figure – Franges d'interférences des molécules poids atomique 514 et 1028
(tiré de *real-Time single molecule imaging of quantum interference*, Nature
Nanotechnology, Juffmann et al. 2012)





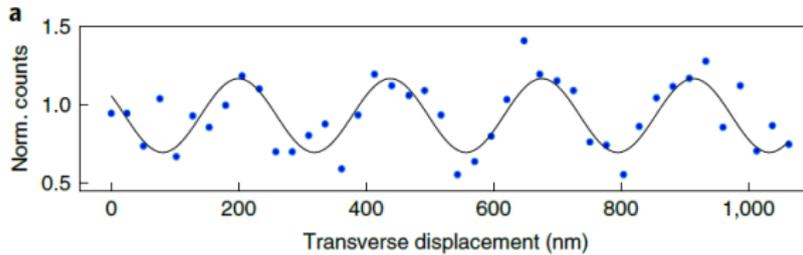


Figure – Dispositif expérimental , Nature physics Letters, Fein et al. 2019)

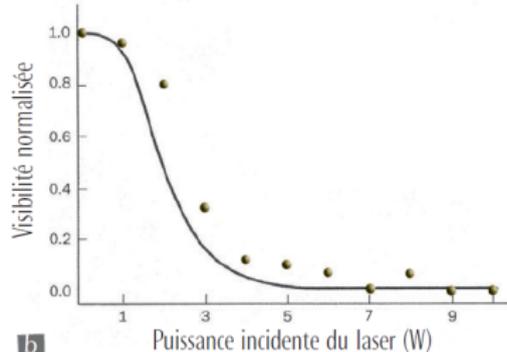
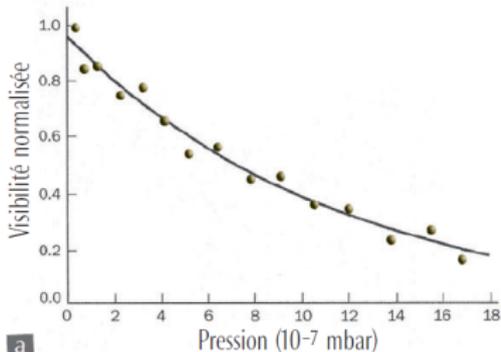
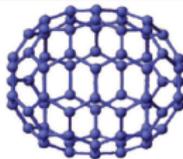


Figure – Brouillage des interférences en raison des collisions entre molécules et de l'émission de photon. Tiré des Reflets de la physique, Michel Le Bellac, 2009

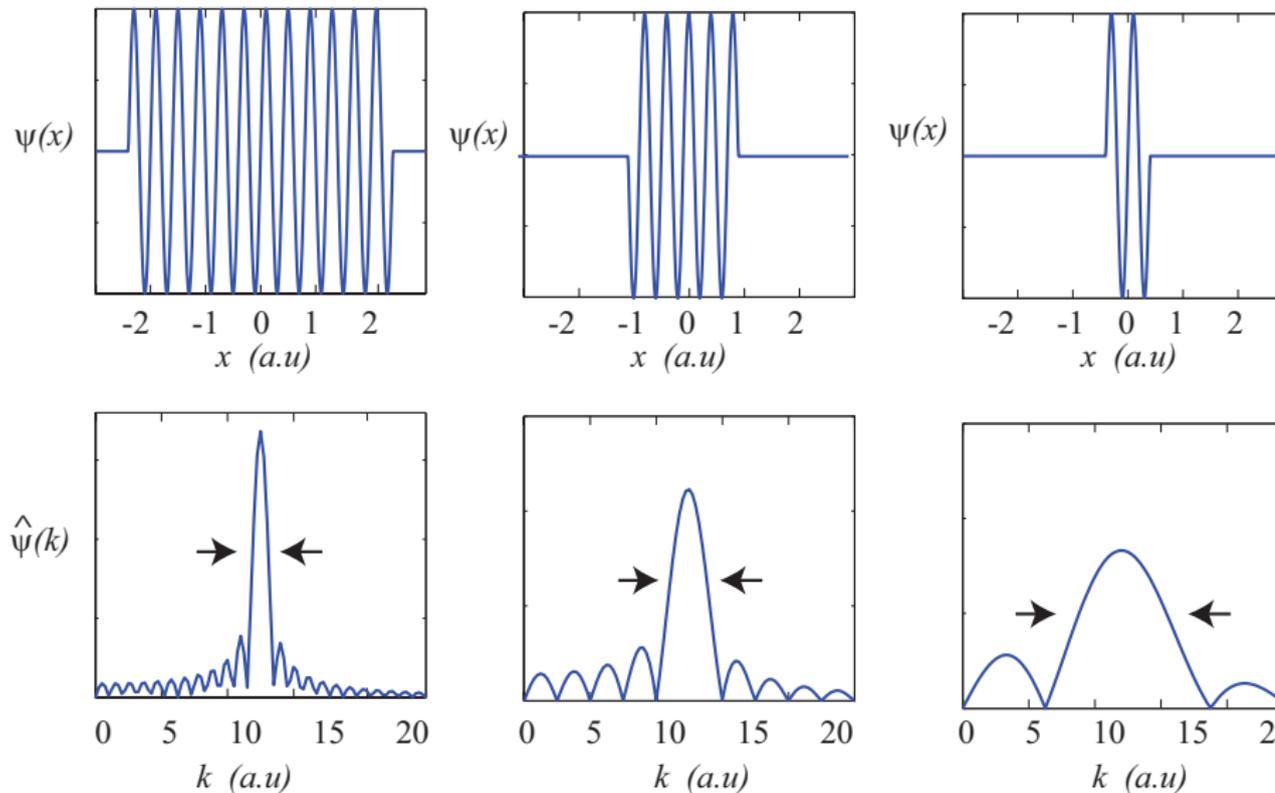


Figure – Effet de la localisation d'une particule



Définition :

La mesure à un instant donné quelconque de la position x et de l'impulsion p_x d'un quanton (en projection sur un axe (Ox) quelconque) présente des indéterminations fondamentales respectives Δx et Δp_x vérifiant **l'inégalité d'Heisenberg** :

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

 **Exemple 6** On considère la superposition d'ondes planes suivante :

$$\psi(x, t) = \frac{e^{i((k+\delta k)x-\omega t)} + e^{i((k-\delta k)x-\omega t)}}{2}$$

- 1 - Calculer la densité de probabilité de présence. La fonction d'onde est-elle normalisée ?
- 2 - Montrer que la localisation de la particule est améliorée par rapport à l'onde plane dans des zones de l'espace que l'on déterminera en fonction de δk

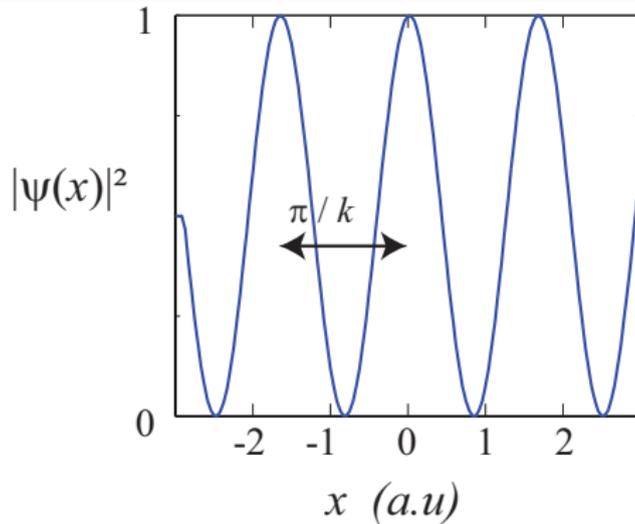
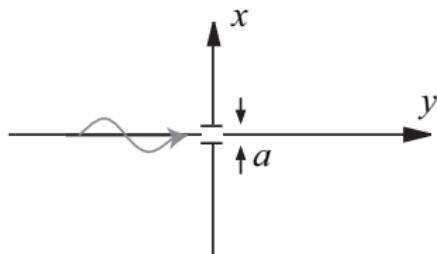


Figure – Densité de probabilité pour une superposition d'onde plane.

Exemple 7 Considérons un photon associé à une longueur d'onde λ passant par une fente de largeur a telle que $a \gg \lambda$.



- 1 - Exprimer l'impulsion du photon en fonction de h et λ puis en fonction de p_x et p_y , composantes de l'impulsion selon Ox et Oy .
- 2 - Si le photon passe par la fente, que dire de p_x et p_y d'après la théorie de la diffraction ?
- 3 - Montrer alors que la localisation du photon est compatible avec le principe d'Heisenberg.

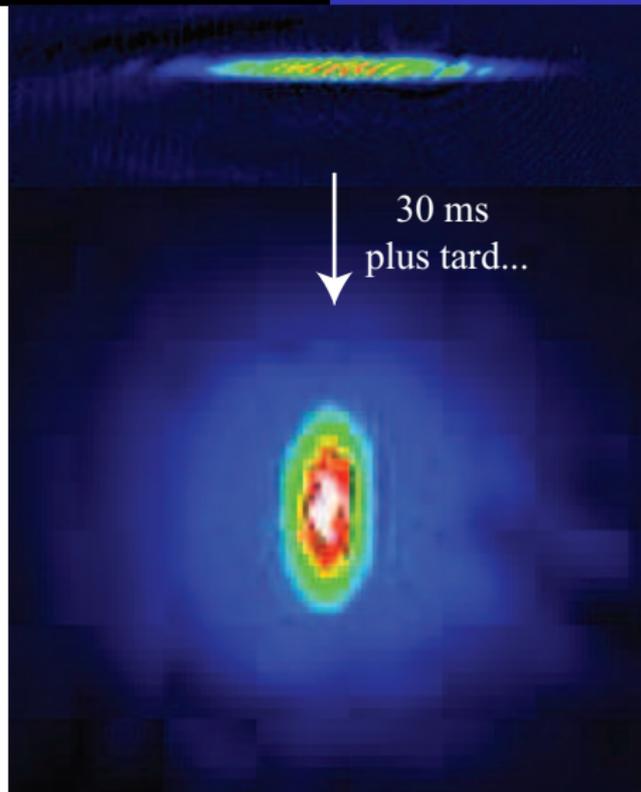


Figure – (Photos de P.Desbiolles, D. Guery-Odelin et J. Söding, ENS).