

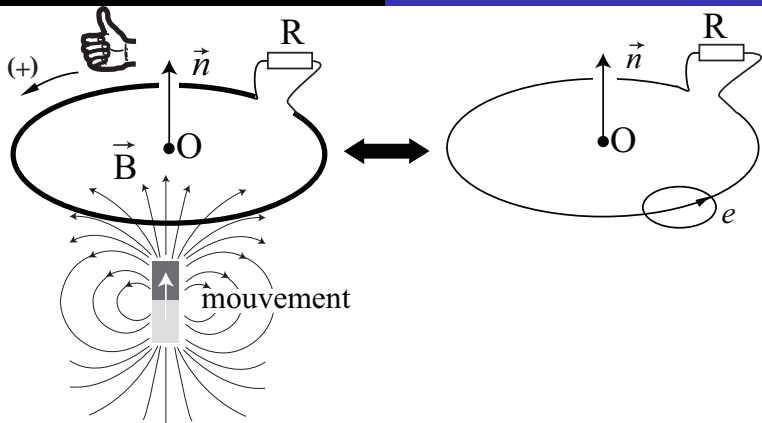


Figure – Principe de la loi de Faraday.



Définition : *Loi de Faraday*

Un circuit $\mathcal{C}$, fermant une surface S orientée à travers laquelle existe une variation de flux de magnétique, est le siège d'une force électromotrice (f.e.m.) d'induction donnée par :

$$e = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

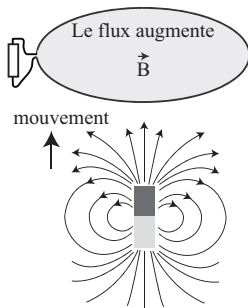
où $\Phi_S(\vec{B})$ est le flux de champ magnétique à travers la surface S générée par le circuit $\mathcal{C}$. La f.e.m induite s'exprime en Volt pour un champ en Tesla et une surface en m^2 .



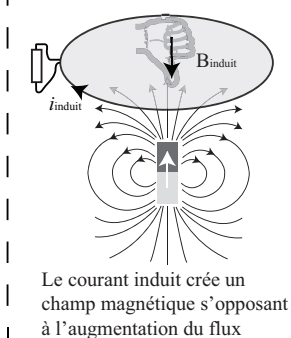
Définition : *Loi de Lenz*

Le courant induit s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

a) Induction



b) Loi de Lenz



c) Loi de Faraday

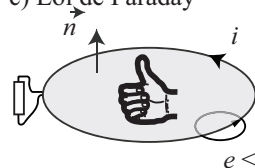


Figure – Principe de la loi de Lenz et de Faraday.



Définition :

Le flux du champ magnétique $\vec{B}$ au travers une surface S est donné par

$$\Phi_S(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Le vecteur $d\vec{S} = dS\vec{n}$ est perpendiculaire à S . Il oriente cette surface ainsi que la f.e.m induite (cf. fig. 1). Le flux s'exprime en $T \cdot m^2$ (ou Weber - Wb).

Exemple 1

Il existe des lampes de poche rechargeables utilisant le principe d'induction. Un aimant cylindrique générant un champ de $0,50 \text{ T}$ dans son voisinage proche peut coulisser à l'intérieur d'une bobine constituée de $N = 300$ spires.



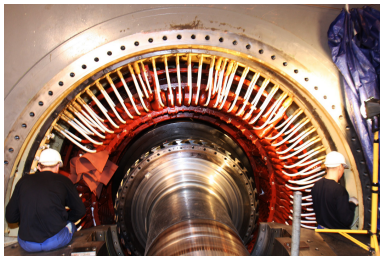
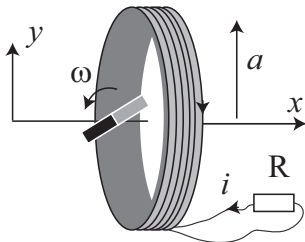
1 - Représenter l'aimant et ses lignes de champ au voisinage de la bobine. Estimer le flux de champ magnétique maximal Φ_0 à travers les spires de rayon $a = 1,0 \text{ cm}$.

2 - En secouant la lampe à une fréquence de $f = 2 \text{ Hz}$, estimer l'amplitude de la f.e.m induite dans la bobine.

Exemple 2 Dans une éolienne, le générateur électrique ou alternateur est constitué d'une bobine fixe soumise à un champ magnétique tournant, comme celui d'un aimant fixé sur un rotor. On simplifie le système en considérant que $N = 500$ spires jointives de rayon $a = 0,1\text{ m}$ sont plongées dans un champ magnétique de la forme :

$$\vec{B} = B_0(\cos \omega t \vec{e}_x + \sin \omega t \vec{e}_y)$$

avec $B_0 = 1\text{ T}$ et une fréquence de rotation de $f = \omega/2\pi = 50\text{ Hz}$.



La bobine est reliée à une résistance $R = 20 \, \Omega$. On négligera l'auto-inductance de la bobine^b.

1 - Exprimer le flux de champ magnétique créé par l'aimant à travers la bobine.

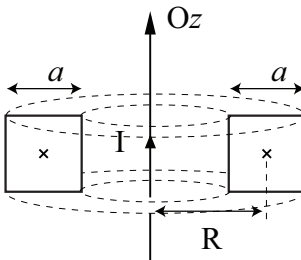
2 - En déduire l'expression du courant $i(t)$.

3 - Conclure sur la valeur de la puissance moyenne dissipée dans la résistance par l'éolienne.

a. Les éoliennes sont équipées d'une boîte de vitesse permettant d'augmenter la vitesse de rotation de l'arbre.

b. En raison du très grand nombre de spires, cette hypothèse est très discutable.

Exemple 3 Si les ampèremètres usuels se branchent en série dans un circuit électrique, une pince ampèremétrique permet de mesurer un courant alternatif sans modifier le circuit électrique. Considérons un fil rectiligne infini d'axe (Oz), parcouru par un courant d'intensité : $i(t) = I_0 \cos \omega t$. On rappelle que le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant i est de la forme : $\vec{B}(r) = \frac{\mu i}{2\pi r} \vec{e}_\theta$.



On entoure le fil d'un bobinage constitué d'un tore de section carrée de côté a et de rayon moyen R , sur lequel sont régulièrement enroulées un nombre $N = 1000$ de spires.

- 1 - Calculer le flux à travers une spire du tore.
- 2 - En déduire l'expression de la f.e.m induite dans le bobinage.
- 3 - Calculer la valeur efficace de cette f.e.m induite.

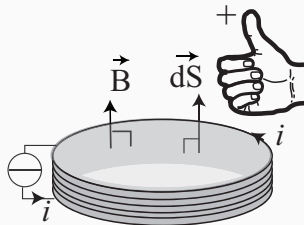
Données :

- Caractéristiques de la pince : $a = 2,0 \text{ cm}$, $R = 5,0 \text{ cm}$
- Courant à mesurer : $I_0 = 40 \text{ A}$ et $\omega = 2\pi f$ avec $f = 50 \text{ Hz}$
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$



Définition :

On appelle **flux propre**, le flux de champ magnétique créée par un circuit électrique à travers lui-même. La surface du flux étant orientée par le sens du courant.



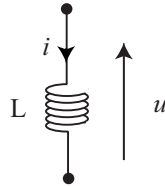
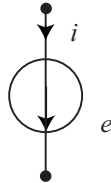
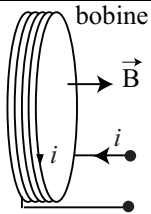


Définition :

On appelle **inductance propre** d'un circuit électrique, le coefficient de proportionnalité entre le flux du champ magnétique au travers ce circuit, et le courant i traversant le circuit et créant le champ magnétique :

$$\Phi_S(\vec{B}) = L \times i$$

L s'exprime en Henry [H].



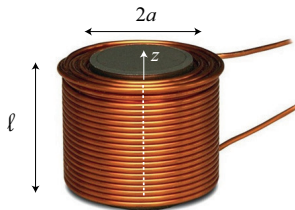
Exemple 4

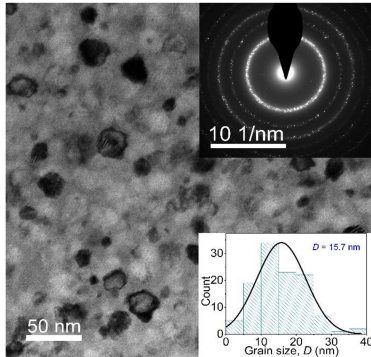
Des solénoïdes comme celui représenté ci-contre sont utilisés pour les amplificateurs audio de qualité. On notera $\ell = 50 \text{ mm}$ la longueur du solénoïde et $a = 14 \text{ mm}$ son rayon. On supposera que le champ magnétique créée par un tel circuit est donné par l'approximation du solénoïde infini (cf . chap. ??) : $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e}_z$, où $n = 2400 \text{ spires} \cdot \text{m}^{-1}$.

1 - En présence d'un courant i , exprimer le flux propre en fonction de i , n , ℓ et a .

2 - En déduire la valeur de son inductance propre.

Données : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$





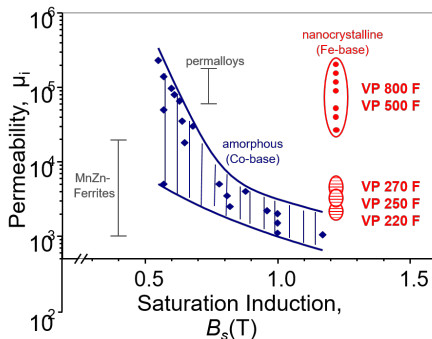


Figure – (Gauche) Nanocristaux d'alliage magnétique, d'après *Effect of Ge Addition on Magnetic Properties and Crystallization Mechanism of FeSiBPNbCu Nanocrystalline Alloy with High Fe Content, Metals 2022*.
(Droite) Permeabilité du Vitroperm© produit par VacuumScmhelze GmbH and Co.

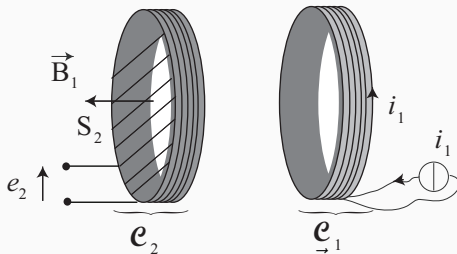
Métal	Cobalt	Fer	Alliage Fe/Ni	Nickel
μ_r	250	$1,0 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^5$	600

Table – Perméabilité relative de quelques matériaux



Définition :

On appelle **coefficient d'inductance mutuelle** entre deux circuits $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, le coefficient de proportionnalité entre le flux du champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par $\mathcal{C}_1$ au travers du circuit $\mathcal{C}_2$ et le courant i_1 créant le champ $\vec{B}_1$.



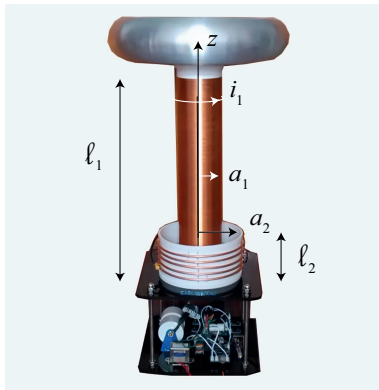
$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \Phi_{S_2}(\vec{B}_1) = M_{12} \times i_1 \quad \text{et} \quad \Phi_{2 \rightarrow 1} = \Phi_{S_1}(\vec{B}_2) = M_{21} \times i_2$$

Exemple 5

Les bobines Tesla du nom de son inventeur permet d'obtenir de très hautes tensions. Il s'agit de deux bobines concentriques d'axe Oz , de longueur respectives $\ell_1 = 50$ cm et $\ell_2 = 7$ cm pour des rayons $a_1 = 5$ cm et $a_2 = 7$ cm. La bobine intérieure contient $N_1 = 1000$ spires tandis que la bobine extérieure en comprend $N_2 = 5$ spires.

1 - En notant i_1 le courant parcourant le solénoïde (1), exprimer le coefficient d'inductance mutuelle M_{12} .

2 - En utilisant le théorème de Neumann, en déduire l'expression du coefficient d'inductance du circuit d'excitation (2) à travers le circuit (1) et le calculer.



Données : champ crée à l'intérieur d'un solénoïde infini parcouru par un courant i et comportant n spires par unité de longueur :

$$B = \mu_0 n i.$$

$$\text{Données} : \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$$



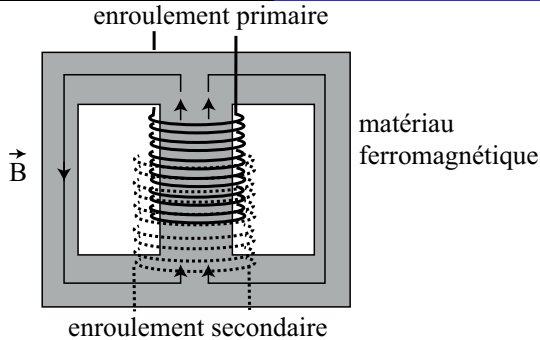


Figure – (Gauche) Transformateur monophasé commercial et sa carcasse ferromagnétique. (Droite) Principe de l'enroulement.

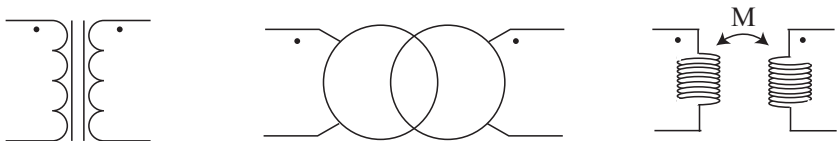


Figure – Symboles électriques usuels pour les transformateurs.

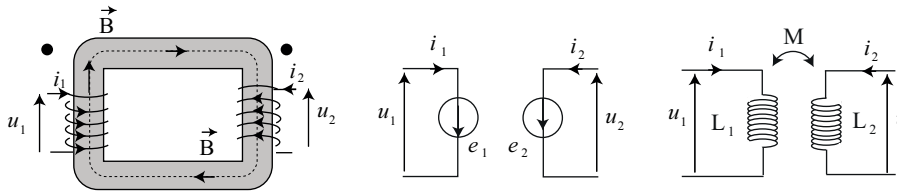
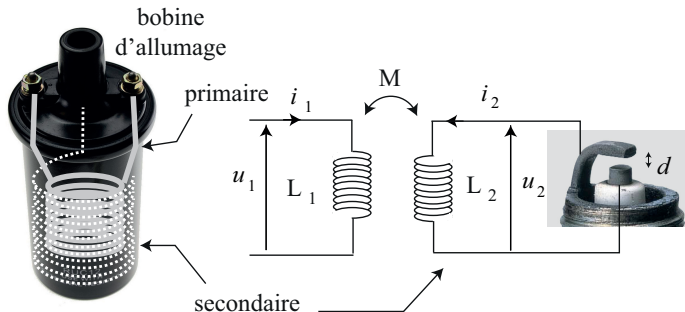


Figure – Transformateur et schéma électrique, avec f.e.m induite ou inductance.

Exemple 6

Dans les moteurs thermiques, pour faire exploser le mélange air-essence, on utilise une bobine d'allumage composée de deux enroulements concentriques comprenant $N_1 = 10$ spires et $N_2 = 1000$ spires.



On considère que le primaire est alimenté par une tension sinusoï-

dale $u_1 = U_1 \cos \omega t$ avec $U_1 = 400 \text{ V}$. On suppose que la résistance du primaire est négligeable et que le secondaire est connecté à une bougie d'allumage constituée de deux électrodes métalliques distantes de $d = 0,8 \text{ mm}$. On supposera les inductances pouvant s'écrire sous la forme $L_1 = N_1^2 L_0$ et $L_2 = N_2^2 L_0$.

- 1 - Écrire les équations électriques pour ce transformateur en supposant que le courant i_2 est nul.
- 2 - Exprimer le rapport des tensions u_2/u_1 en supposant le couplage magnétique parfait. En déduire l'amplitude de la tension u_2 .
- 3 - Estimer l'amplitude du champ électrique entre les électrodes de la bougie. Conclure.

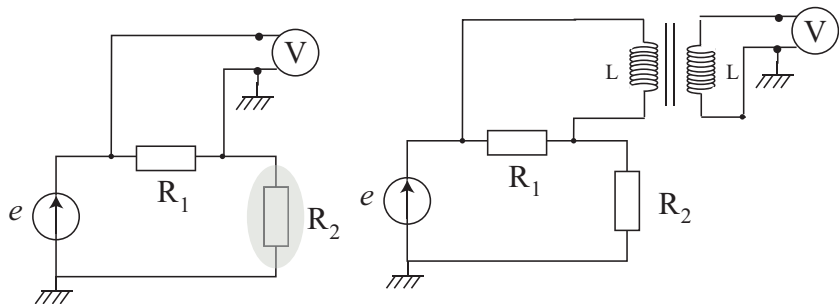
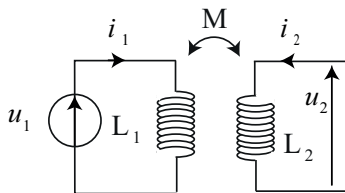
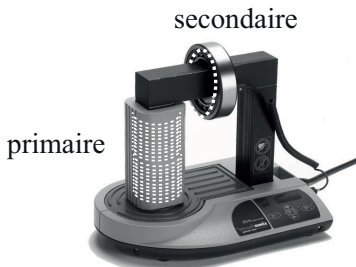


Figure – Principe du transformateur d'isolement.

Exemple 7 Pour ajuster les roulements à billes sur un axe, il est nécessaire de les chauffer légèrement pour les dilater. Dans le dispositif ci-contre, le primaire est composé de $N_1 = 100$ spires alimentées par un courant sinusoïdale de la forme $i_1 = I_1 \cos \omega t$ avec $I_1 = 1 \text{ A}$ tandis que le secondaire est composé du roulement assimilé à une seule spire.



- 1 - Écrire les équations électriques pour ce transformateur.
- 2 - Exprimer le rapport des tensions i_2/i_1 en supposant le couplage magnétique parfait. En déduire l'amplitude de l'intensité I_2 .

3 - En supposant que les valeurs précédentes sont valables avec une résistance $R_2 = 0,1 \Omega$, estimer la puissance de chauffage.