



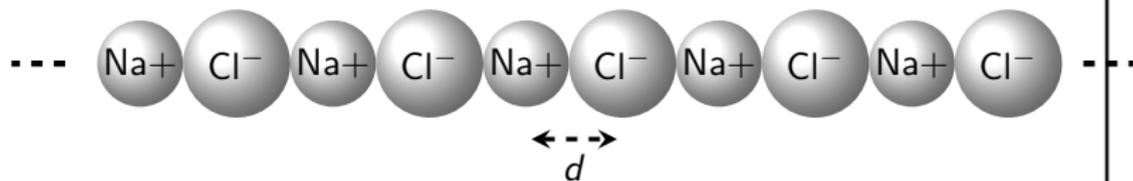
Définition :

L'énergie potentielle d'une paire de charges q_1 , q_2 distante de r est définie par :

$$E_P = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Exemple 1

Considérons un cristal ionique Na^+Cl^- . Pour simplifier, on suppose qu'il s'agit d'un cristal linéaire à 1 dimension. On sélectionne un ion de référence Na^+ .



1 - Définir l'énergie potentielle associée aux deux plus proches voisins Cl^- distants de d ? et celle associée aux deux voisins suivants Na^+ distants de $2d$?

2 - En sommant les différentes contributions, établir que l'énergie potentielle associée à un ion Na^+ se met sous la forme

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d} \times 2 \times \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right)$$

3 - En utilisant la série $\ln(1+x) = x - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^4}{4} \dots$, mettre l'énergie potentielle sous la forme $E_p = -M \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$ où M est appelée constante de Madelung et caractérise les interactions électrostatiques dans le cristal. Exprimer et calculer M .

4 - Comparer l'énergie potentielle de l'ion Na^+ dans la chaîne infinie à celle d'une seule paire ($\text{Na}^+ ; \text{Cl}^-$). Conclure sur la stabilité du cristal.

5 - La constante de Madelung d'un arrangement 3D s'obtient de façon analogue et vaut $M = 1,748$. La distance $d = 281,0 \text{ pm} = 281,0 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. Calculer l'énergie d'une mole de cristal 3D. La comparer à l'énergie réticulaire mesurée (énergie nécessaire pour décomposer une mole d'un solide cristallisé en ses ions). $E_{ret} = -770 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.



Définition :

L'énergie potentielle d'une charge q' placée en M , plongée dans le potentiel $V(M)$ vaut

$$E_p = q'V(M)$$

L'unité du potentiel est le volt (V).



Définition :

La variation de potentiel dans un champ électrique

$$V(B) - V(A) = - \int_A^B \vec{E}_e \cdot d\vec{l}$$

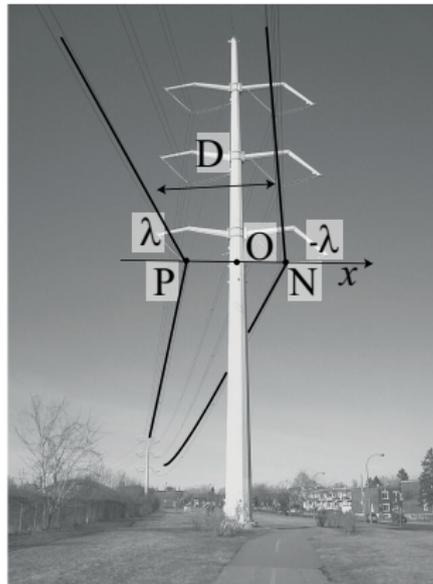
Cette intégrale est appelée **circulation du champ électrique** car elle correspond à l'accumulation du champ électrique le long du chemin allant de A à B. Cette forme justifie que l'unité du champ électrique est $V \cdot m^{-1}$.

Exemple 2

En France, le réseau électrique est constitué de lignes triphasées dans lesquelles circule un courant alternatif à 50 Hz. Afin de simplifier les calculs, on ne considère qu'une ligne monophasée, constituée de deux câbles cylindriques parallèles N et P , supposés de longueurs infinies, séparés d'une distance D . On modélise la ligne électrique d'un point de vue électrostatique. avec λ la densité de charge linéique du câble P , le câble N portant une densité de charge opposée $-\lambda$. Le champ entre les deux fils suit l'expression (admise, cf. ex. ??)

$$\vec{E}_{tot}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{D/2 + x} + \frac{1}{D/2 - x} \right) \vec{e}_x$$

1 - Les câbles de rayon R ont pour potentiel à leur surface V_P et



V_N , respectivement aux points P et N . Montrer que la différence de potentielle $V_P - V_N$ vaut

$$V_P - V_N = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{D - R}{R}$$

2 - En déduire la valeur de λ pour une différence de potentielle de 400 kV.

Données : $D = 3,00$ m ; $R = 3,00$ cm ; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F · m⁻¹



Définition :

On appelle surface équipotentielle l'ensemble des points de l'espace vérifiant $V(M) = C^{te}$.

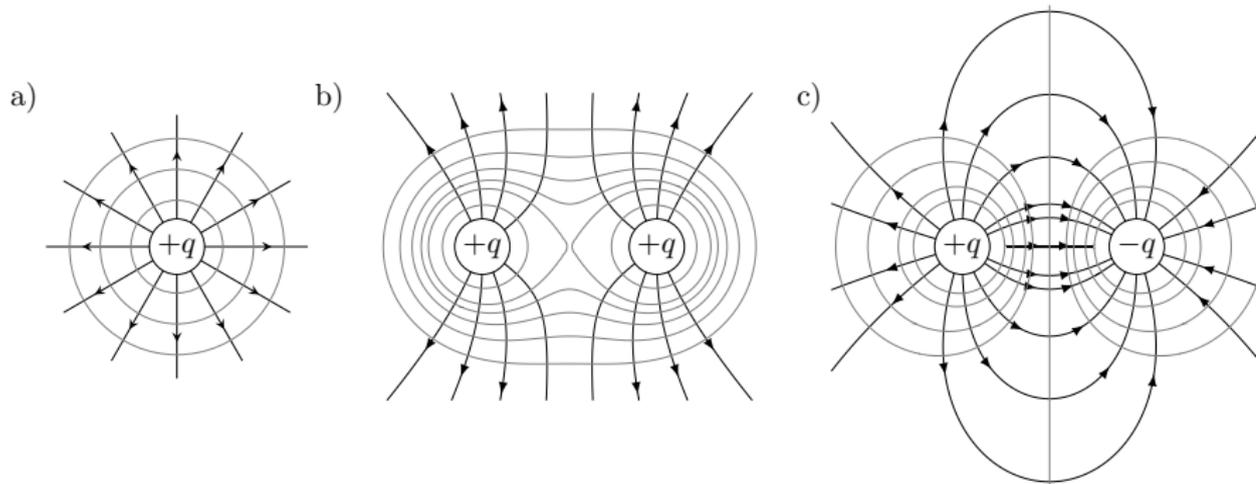


Figure – Lignes de champ (noir) et équipotentiels (gris). a) Charge ponctuelle positive. b) Deux charges positives identiques. c) Deux charges de signes opposés.

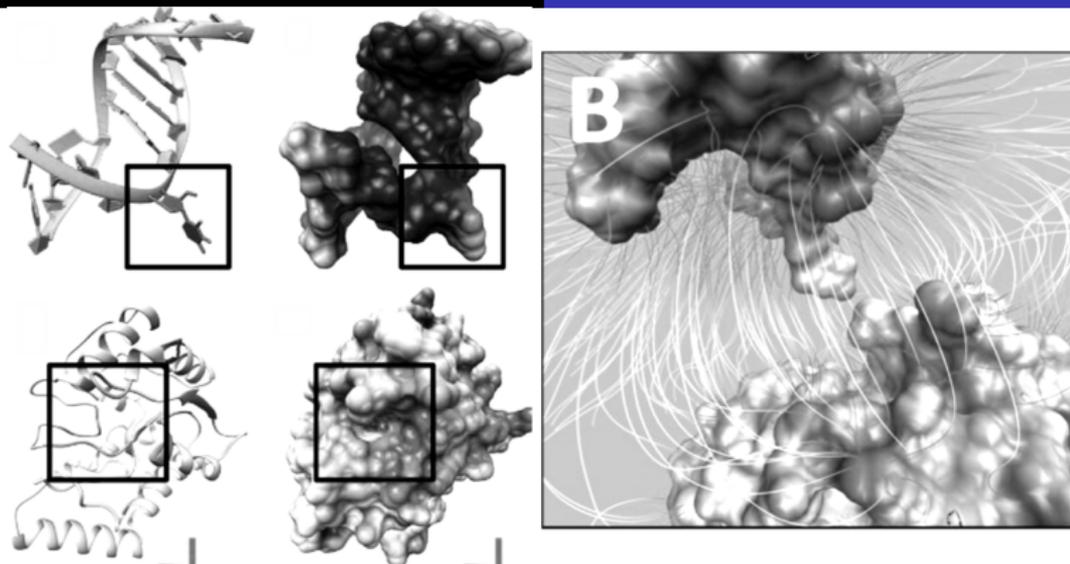


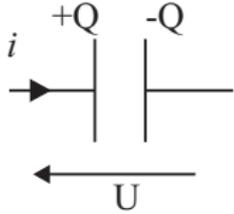
Figure – Brin d'ADN et Enzyme UDG (gauche), potentiel électrostatique (milieu) et carte de champ du système ADN-enzyme. D'après *Computational Study on DNA Repair : The Roles of Electrostatic Interactions Between Uracil-DNA Glycosylase (UDG) and DNA*, *Frontiers in Molecular Biosciences* **8**, 718587 (2021).



Définition :

Le condensateur est un composant électronique ou électrique élémentaire, constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant. Soumise à une différence de potentiel, les armatures portent des charges opposées. La charge Q est proportionnelle à la tension U aux bornes du condensateur, le coefficient de proportionnalité entre charge et tension appelé capacité électrique et exprimée en farads [F].

$$Q = C \times U$$



$C \sim 100 \text{ nF}$



$C \sim 1 \text{ mF}$



$C \sim 1 \text{ F}$

Figure – Les différents types de condensateur

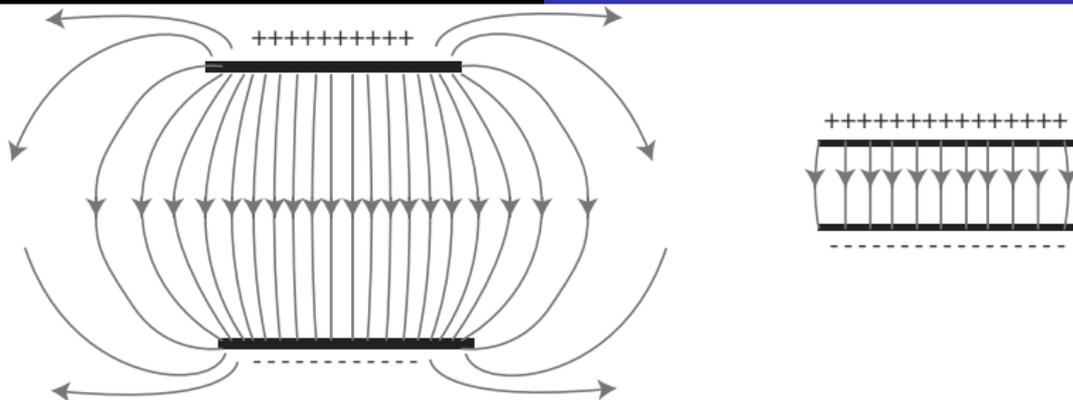


Figure – Lignes de champ entre deux plaques chargées.

Exemple 3

Un condensateur plan est formé par deux plaques en vis-à-vis, séparées par la distance e , chargées en surface, l'une positivement $+\sigma$ (1), l'autre négativement $-\sigma$ (2).

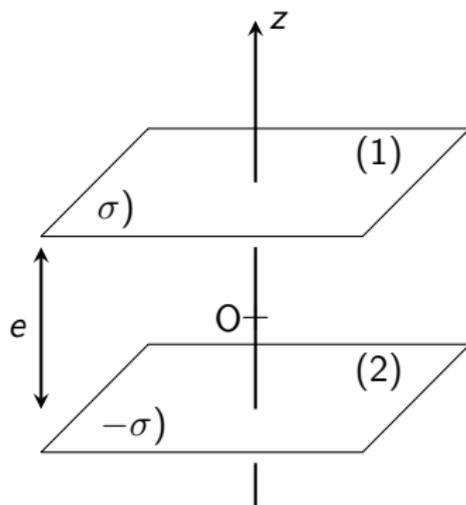
1 - Loin des bords des plaques, le champ généré par chaque plaque peut être approximé par le champ d'une plaque infiniment étendue de norme $\sigma/2\epsilon_0$. En déduire le champ entre les plaques.

2 - Exprimer la différence de potentielle entre les deux plaques chargées.

3 - En déduire la capacité du condensateur plan. La calculer.

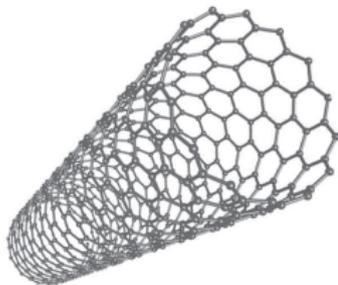
Données :

$S = 2,0 \text{ cm}^2 = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, séparées de $e = 1,0 \mu\text{m} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.



Substance	vide	air sec	eau	verre	nylon	huile	Plexiglas
ϵ_r	1	1.0006	78.5	5 - 7	3.5	2.2	2-4

Table – Permittivité électrique de différentes matières.



Carbone NanoTub

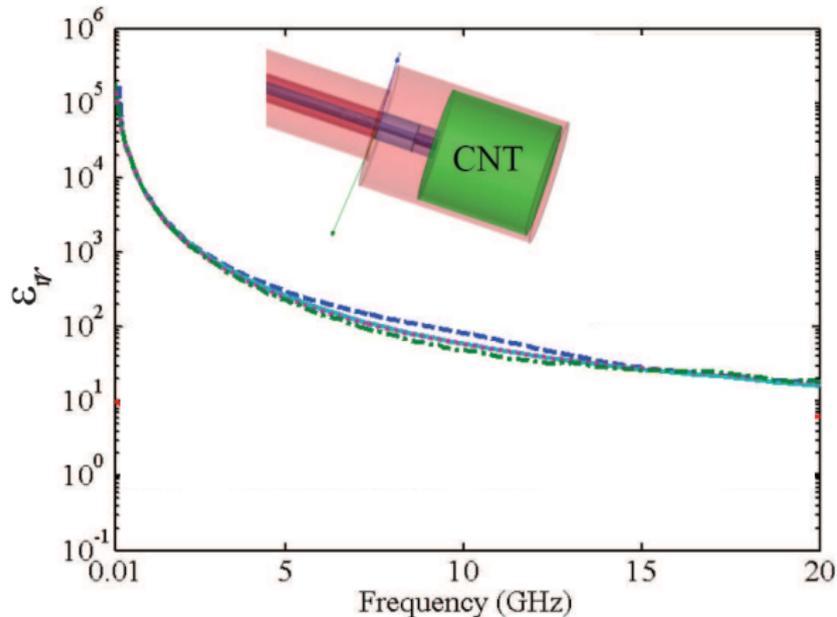


Figure – Mesure expérimentale de la permittivité de Nanotubes de Carbone (CNT).

D'après Rigorous Characterization of Carbon Nanotube Complex Permittivity over a Broadband of RF Frequencies, 2012