

I. Mesure d'un temps de propagation.

1 - Présentation du câble coaxial

La structure d'un câble coax est représentée sur la photo de la figure ci-contre. On peut distinguer :

- La gaine ou blindage (B) : souvent en métal tressé (Cuivre ou Aluminium) ;
- L'isolant (C) : il sépare la gaine et l'âme ;
- La gaine extérieure (A) , en plastique.
- L'âme du câble (D) : généralement en cuivre



FIGURE 1 – Constitution d'un câble coaxial

D'un point de vue électrique, le système est bien représenté par un ensemble de deux conducteurs cylindriques coaxiaux. L'âme a un rayon a , la gaine un rayon b et l'isolant (diélectrique) qui les sépare a une permittivité relative ϵ_r .

2 - Principe

Le principe est de mesurer le temps de propagation d'impulsions le long d'une ligne de longueur L . Ces impulsions, émises par le générateur, peuvent être réfléchies à l'extrémité de la ligne (ce phénomène est étudié en détail dans la deuxième partie du TP) en fonction de la présence d'un bouchon de 50Ω .

Expérience 1

- ✓ Observer à l'oscilloscope la tension de sortie du générateur d'impulsion avec un câble coaxial court. Régler le générateur pour obtenir des impulsions d'une durée de 50 ns toutes les 500 ns.
- ✓ Réaliser le montage représenté sur la figure ci-dessous avec le câble de 20 m ou de 100 m de longueur.
- ✓ Observer le train d'impulsions obtenu voie 1 ou 2.
- ✓ Mesurer le décalage temporelle entre les signaux Δt et évaluer l'incertitude de mesure.
- ✓ À l'aide du fichier `MC_vitesse.py`, déterminer l'incertitude type sur la vitesse ^a.

^a. Pour les guerriers, justifier que la répartition du tirage aléatoire est quasi-uniforme. On pourra s'aider des incertitudes relatives.

On admet que le bouchon de 50Ω placé en sortie du câble permet de simuler un câble semi-infini dans le domaine $z > 0$.

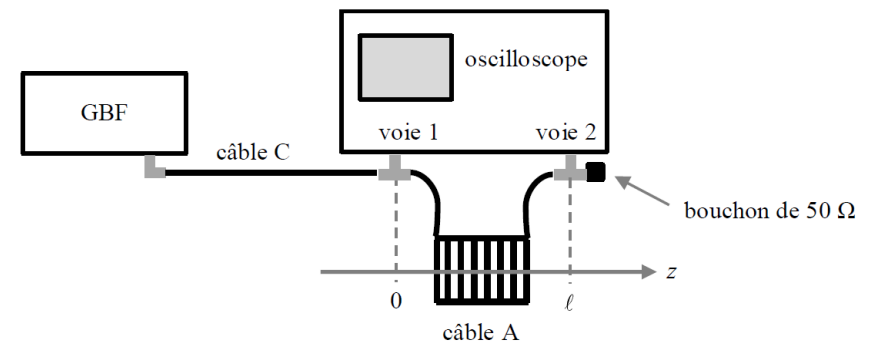


FIGURE 2 – Principe de propagation dans un câble coaxial

Appel Professeur, à l'oral

En enlevant le bouchon de 50 Ohm, à l'oral expliquer comment identifier les impulsions émises par le générateur et celles qui sont réfléchies ?

✍ À rédiger

- ☐ Q 1 - Écrire convenablement, en veillant aux chiffres significatifs, la vitesse associée à l'impulsion accompagnée de son incertitude. On rappelle qu'un résultat expérimental s'écrit sous la forme :

$$v = X,XXX \text{ unite} \quad \text{et} \quad u(v) = 0,0XX, \text{unite}$$

- ☐ Q 2 - Préciser s'il s'agit de la vitesse de phase ou de la vitesse de groupe.
- ☐ Q 3 - En négligeant la dispersion, estimer une valeur de la permittivité relative ϵ_r accompagnée de son incertitude.

✍ À rédiger

- ☐ Q 4 - La vitesse mesurée est elle la vitesse de phase ou de groupe.
- ☐ Q 5 - Justifier si le milieu est dispersif ou non.

II. Modélisation d'un câble coaxial

1 - Caractéristiques d'un câble

Une portion élémentaire de câble coaxial décrit par le modèle de la figure ci-dessous.

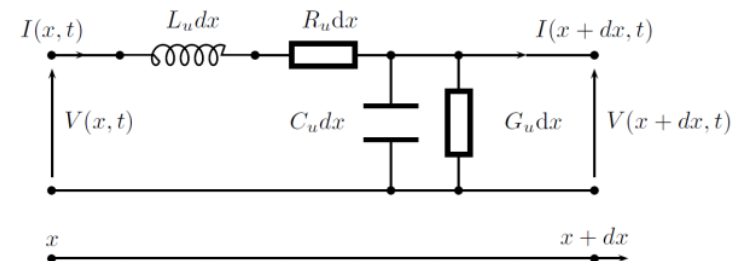


FIGURE 3 – Modélisation d'un câble avec perte

Le câble coaxial est caractérisé par les constantes réparties L_u , C_u , R_u et G_u supposées constantes sur toute la longueur du câble. R_u est la résistance linéique du câble, G_u est la conductance linéique de fuite. L'isolant entre le conducteur central et le conducteur cylindrique qui l'entoure n'est pas le vide mais du polyéthylène.

✍ À rédiger

- ☐ Q 6 - À partir du document ci-dessous, identifier les valeurs de R_u , C_u et G_u .
- On peut montrer en électromagnétisme que la capacité linéique C_u et

🔍 Appel Professeur, à l'oral

Expliquer oralement quels phénomènes dissipatifs, non pris en compte dans le modèle étudié ci-dessus, peuvent expliquer que les impulsions réfléchies n'ont pas la même amplitude que les impulsions émises ?

3 - Mesure d'une OPPH

🔧 Expérience 2

- ✓ Le générateur est désormais utilisé en mode sinusoïdal et délivre un signal de fréquence f .
- ✓ Mesurer pour chaque fréquence f figurant dans le tableau ci-dessous le retard temporel du signal en sortie du câble par rapport au signal en entrée. En déduire la célérité c associée.
- ✓ Tracer le graphe c en fonction de la fréquence f .

f kHz	40	50	70	100	200	400	700	1000
Δt (ns)								
c ($m.s^{-1}$)								

l'inductance linéique L_u du câble sont données par :

$$C_u = \varepsilon \frac{2\pi}{\ln b/a} \quad \text{et} \quad L_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln b/a$$

où a et b sont les rayons intérieurs et extérieurs du diélectrique.

□ **Q 7** - Ces valeurs sont elles compatibles avec celles présentes dans le document fourni. On estimera le rapport b/a à partir de la figure 1.

Electrical properties at 20°C				
DC resistance inner conductor		max.Ω/km	40.7	
DC resistance outer conductor		max. Ω/km	17	
Insulation resistance		min. GΩxkm	5	
Capacitance at	1 kHz	nom. nF/km	105	
Nominal velocity of propagation		%	66	
Impedance		Ω	50 ± 2	
Attenuation at				Acc. to MIL 17/28
	1 MHz	dB/100m	nom. 1.6	
	5 MHz	dB/100m	nom. 3.6	
	10 MHz	dB/100m	nom. 5	
	20 MHz	dB/100m	nom. 7.5	
	50 MHz	dB/100m	nom. 12	max. 38.1
	100 MHz	dB/100m	nom. 17	max. 21.32
	200 MHz	dB/100m	nom. 24	max. 33.14
	400 MHz	dB/100m	nom. 33	max. 55.77
	800 MHz	dB/100m	nom. 50	max. 82.1
	1 GHz	dB/100m	nom. 55	max. 91.86
	2 GHz	dB/100m	nom. 88	
HF voltage, peak value (not for power purposes)		max.kV	nom. 1.9	
Working voltage (nominal voltage)	50 Hz	U _{eff} kV	2.0	
Test voltage		U _{eff} kV	5	

FIGURE 4 – Caractéristiques techniques d'un câble coaxial

Remarque 1 :

La permittivité relative ε_r du polyéthylène est $\varepsilon_r = 2,3$ lorsque le matériau est plein, il s'avère que dans des câbles bon marché, il présente des alvéoles, on parle alors de diélectrique cellulaire. Sa permittivité relative est alors nettement plus faible, elle se rapproche en quelque sorte de celle du vide.

2 - Propagation des ondes

🔧 Expérience 3

- ✓ Régler le générateur pour obtenir des impulsions d'une durée de 50 ns toutes les 500 ns.
- ✓ On utilise le montage précédent avec le câble de 20 m ou de 100 m de longueur.
- ✓ mettre la voie 2 en court circuit. Observer le train d'impulsions obtenu voie 1.
- ✓ mettre la voie 2 en boucle ouverte. Observer le train d'impulsions obtenu voie 1 et 2.

Dans le cas d'un câble coaxial idéal d'impédance caractéristique Z_c , on suppose que les solutions de l'équation de propagation peuvent s'écrire sous la forme :

$$V(x, t) = \underbrace{Z_c I_0 e^{i(\omega t - kx)}}_{V_{inc}} - \underbrace{Z_c I_1 e^{i(\omega t + kx)}}_{V_{ref}} \quad \text{et} \quad I(x, t) = I_0 e^{i(\omega t - kx)} + I_1 e^{i(\omega t + kx)}$$

📝 À rédiger

- **Q 8** - Expliciter les conditions aux limites que doivent vérifier les signaux $V(x, t)$ et $I(x, t)$ en $x = \ell$ dans les cas où la résistance terminale est nulle ou infinie.
- **Q 9** - On définit le coefficient de réflexion et de transmission en tension en $x = \ell$ par $\rho = \frac{V_{refl}(\ell, t)}{V_{inc}(\ell, t)}$ et $\tau = \frac{V_{tr}(\ell, t)}{V_{inc}(\ell, t)}$. Dans le cas où l'extrémité est relié à une résistance R , montrer que :

$$\rho = \frac{R - Z_c}{R + Z_c}$$

- **Q 10** - Justifier les observations sur la voie 1 lorsque $R = 0$, $R = Z_c$ et $R \rightarrow \infty$.

3 - Pertes dans le câble

🔧 Expérience 4

- ✓ On se place en dans le cas d'une résistance infinie.
- ✓ Mesurer la diminution d'amplitude après réflexion.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = L_u C_u \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (G_u L_u + R_u C_u) \frac{\partial V}{\partial t} + R_u G_u V$$

- **Q 13** - Comparer les ordres de grandeur des différents termes de l'équation précédente, puis en proposer une « version simplifiée ».
- **Q 14** - Caractériser la dispersion et atténuation des signaux dans le câble prévues par ce modèle

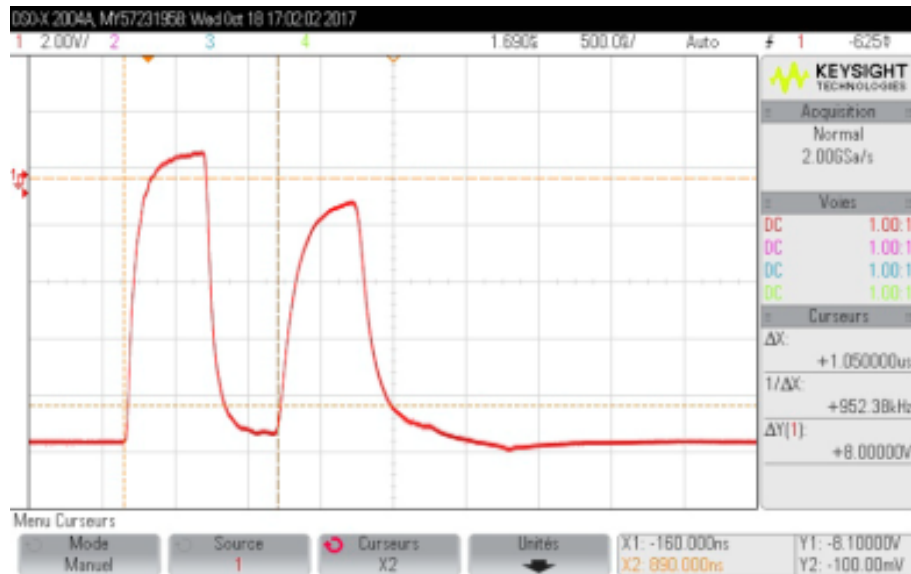
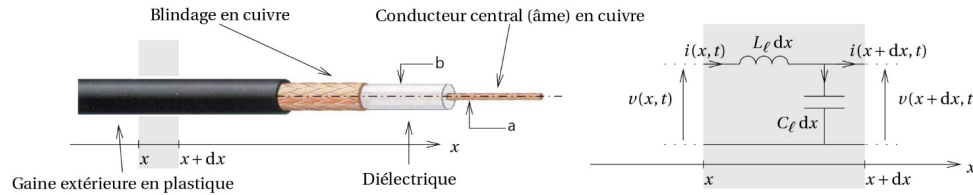


FIGURE 5 – Diminution d'amplitude

✍ À rédiger

- **Q 11** - En admettant que l'amplitude de l'onde suive une loi exponentielle en $\exp(\pm \alpha x)$, mesurer le coefficient d'absorption α (en m^{-1}) des ondes électromagnétiques dans le câble.
- **Q 12** - En tenant compte des pertes, montrer que l'équation d'onde vérifiée par le signal $V(x, t)$ s'écrit

Exercice 1 Un élément d'un câble coaxial de longueur dx peut être représenté par le schéma ci dessous.



- **Q 1** - Ecrire les relations différentielles entre $I(x,t)$ et $V(x,t)$.
 □ **Q 2** - Montrer que $V(x,t)$ et $I(x,t)$ suivent une équation de d'Alembert dont on exprimera la vitesse de propagation de ces ondes.

On peut montrer en électromagnétisme que la capacité linéique C_u et l'inductance linéique L_u du câble sont données par :

$$C_u = \varepsilon \frac{2\pi}{\ln b/a} \quad \text{et} \quad L_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln b/a$$

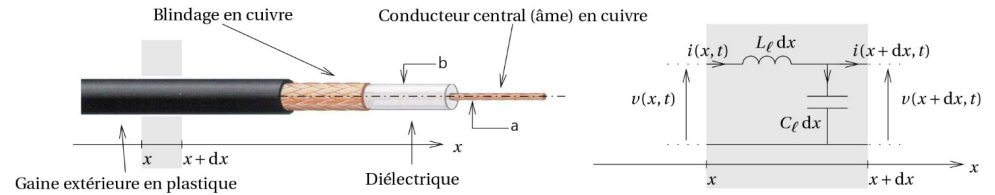
où a et b sont les rayons intérieurs et extérieurs du diélectrique.

- **Q 3** - Déterminer la relation de dispersion des ondes dans le diélectrique.
 □ **Q 4** - En déduire que la vitesse de phase est de la forme $v_\phi = c/\sqrt{\varepsilon_r}$.

On considère une solution sous forme propagative selon les x croissants sous la forme $V(x,t) = f(x - ct)$.

- **Q 5** - Montrer que $i(x,t) = V(x,t)/Z_c$ où Z_c est appelée impédance caractéristique de la ligne et exprimée en fonction de L_u et C_u .
 □ **Q 6** - Comment est modifiée cette équation pour une onde se propageant selon les x décroissants.

Exercice 2 Un élément d'un câble coaxial de longueur dx peut être représenté par le schéma ci dessous.



- **Q 1** - Ecrire les relations différentielles entre $I(x,t)$ et $V(x,t)$.
 □ **Q 2** - Montrer que $V(x,t)$ et $I(x,t)$ suivent une équation de d'Alembert dont on exprimera la vitesse de propagation de ces ondes.

On peut montrer en électromagnétisme que la capacité linéique C_u et l'inductance linéique L_u du câble sont données par :

$$C_u = \varepsilon \frac{2\pi}{\ln b/a} \quad \text{et} \quad L_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln b/a$$

où a et b sont les rayons intérieurs et extérieurs du diélectrique.

- **Q 3** - Déterminer la relation de dispersion des ondes dans le diélectrique.
 □ **Q 4** - En déduire que la vitesse de phase est de la forme $v_\phi = c/\sqrt{\varepsilon_r}$.

On considère une solution sous forme propagative selon les x croissants sous la forme $V(x,t) = f(x - ct)$.

- **Q 5** - Montrer que $i(x,t) = V(x,t)/Z_c$ où Z_c est appelée impédance caractéristique de la ligne et exprimée en fonction de L_u et C_u .
 □ **Q 6** - Comment est modifiée cette équation pour une onde se propageant selon les x décroissants.