

I. Analyse spectrale

1 - Matériel

Pour ce TP, nous utiliserons un GBF, la carte d'acquisition Sysam-PCI avec le logiciel LatisPro. Nous utiliserons une diode dans la partie I.3.

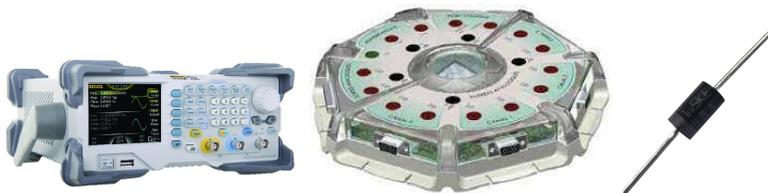


FIGURE 1 – GBF, convertisseur analogique-numérique Sysam-PCI, diode de redressement.

2 - Principe

▲ Définition :

Toute fonction T-périodique, C_1 par morceau peut s'écrire comme somme de fonctions sinusoïdales. Pour simplifier les calculs, on considère la partie réelle de la décomposition suivante :

$$\begin{aligned} s(t) &= \operatorname{Re} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{i2\pi nt/T} \right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n| \cos \left(2\pi \frac{nt}{T} + \phi_n \right) \end{aligned}$$

Les coefficients c_n sont appelés coefficients de Fourier du signal $s(t)$ et définis par

$$c_n(s) = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) e^{-i2\pi \frac{n}{T} t} dt.$$

Une analyse spectrale effectuée par Latispro permet de représenter les valeurs des différents $|c_n|$ en fonction de la fréquence. Les arguments $\phi_n = \arg c_n$ sont omis.

Pour effectuer l'analyse spectrale d'un signal, veuillez vous référer à la fiche LatisPro.

ⓘ Remarque 1 :

On rappelle que l'écriture d'un signal sinusoïdal d'amplitude est de la forme $A \cos(\omega t + \phi)$. Sur un GBF, l'amplitude est indiquée **crête-à-crête** soit : $A_{cc} = 2A$.

🔧 Expérience 1

- ✓ Régler le GBF pour obtenir une tension sinusoïdale d'amplitude 3,0 V et de fréquence 200 Hz et de valeur moyenne 1,0 V.

- ✓ Visualiser la tension sur Latispro.
- ✓ Effectuer une analyse spectrale de $s(t)$.

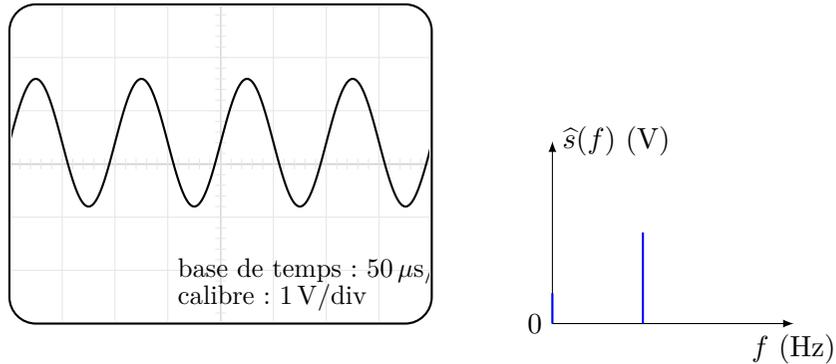


FIGURE 2 – Visualisations attendues

✍ À rédiger

- Q 1 - Proposer une écriture numérique pour la tension $s(t)$
- Q 2 - Justifier le spectre noté $\hat{s}(f)$ de la tension $s(t)$ en fonction de la fréquence.

3 - Harmoniques d'un signal

Une diode idéale ne laisse passer le courant que si la tension à ses bornes est positive.

🔧 Expérience 2

- ✓ Régler le GBF pour obtenir une tension sinusoïdale d'amplitude 5,0 V et de fréquence 200 Hz et de valeur moyenne nulle.
- ✓ Réaliser le montage avec la même tension en utilisant une diode
- ✓ Effectuer une analyse spectrale de $s(t)$.

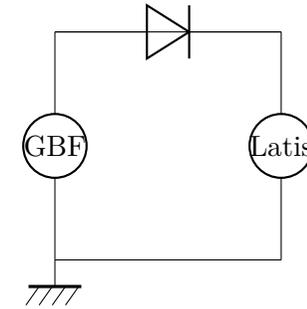


FIGURE 3 – Montage redresseur simple alternance

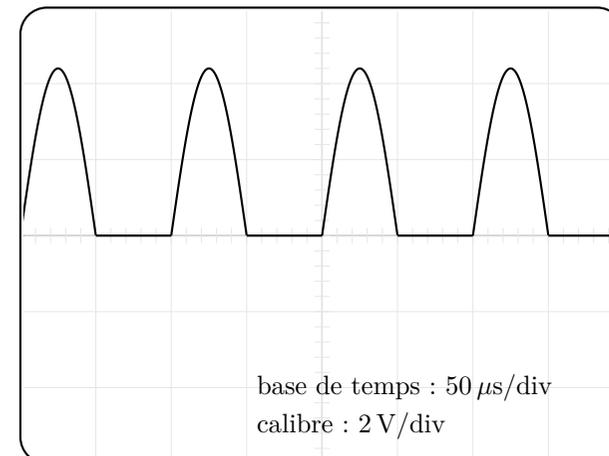


FIGURE 4 – Signal redressé simple alternance

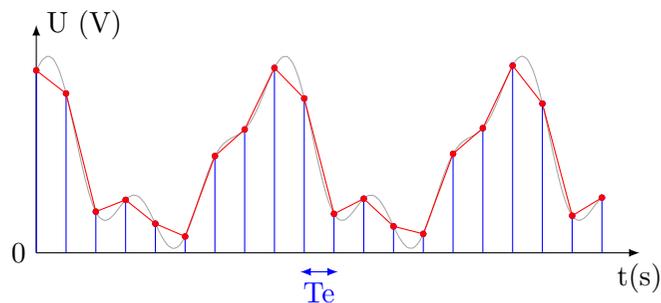
À rédiger

- Q 3 - Représenter le spectre noté \hat{s} de la tension $s(t)$ en fonction de la fréquence.
- Q 4 - Sur le spectre, indiquer la valeur moyenne, la fréquence du fondamental et les harmoniques.
- Q 5 - Proposer une écriture numérique pour la tension $s(t)$ sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales.

II. Critère de Shannon

1 - Discrétisation

L'algorithme de calcul utilisé est un algorithme de transformée de Fourier rapide, qui ne constitue qu'une approximation de la véritable transformée de Fourier du signal. Le signal est acquis de façon numérique et se présente sous la forme d'un tableau comportant N échantillons, s'étendant sur une durée totale T_0 , donc espacés d'une durée donnée par $T_e = T_0/(N - 1)$ appelée période d'échantillonnage.



2 - Fréquence maximale observable

Le théorème de SHANNON stipule qu'il doit y avoir au moins deux points acquis sur une période pour la déterminer. Lors d'une acquisition numérique

avec une fréquence d'échantillonnage F_e , la fréquence maximale observable est $F_e/2$.

▲ Définition :

Si la fréquence maximale d'un signal est F_{max} , le critère de **Shannon** impose une fréquence d'échantillonnage d'un convertisseur analogique-numérique vérifiant :

$$F_{max} \leq F_e/2$$

🔧 Expérience 3

- ✓ Régler le GBF pour qu'il délivre une tension crête à crête de fréquence $f = 1,0 \text{ kHz}$, d'amplitude $5,0 \text{ V}$ et de valeur moyenne nulle.
- ✓ Effectuer l'analyse spectrale du signal fourni par le GBF (sans la diode).
- ✓ Mesurer l'amplitude des différentes harmoniques.

Un signal crête à crête d'amplitude A et de pulsation ω peut s'écrire sous la forme :

$$s(t) = \frac{4A}{\pi} \left[\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right]$$

À rédiger

- Q 6 - Justifier le choix de T_e pour observer les 3 premières harmoniques dans le spectre (rang 1, 3 et 5).
- Q 7 - Comparer les valeurs mesurées et celles obtenues par la décomposition ci-dessus.

3 - Résolution spectrale

◆ Définition :

La **résolution spectrale** est l'aptitude d'un système de détection à distinguer des signaux de fréquences différentes. On la note ΔF , elle correspond à la plus petite différence de fréquence mesurable.

Pour mesurer précisément une période, plus la durée d'acquisition est grande, meilleure est l'incertitude sur la mesure. Il en va de même pour la transformée de Fourier.

📦 Propriété :

Pour une durée d'acquisition T_0 , la résolution spectrale est donnée par :

$$\Delta F = \frac{1}{T_0}$$

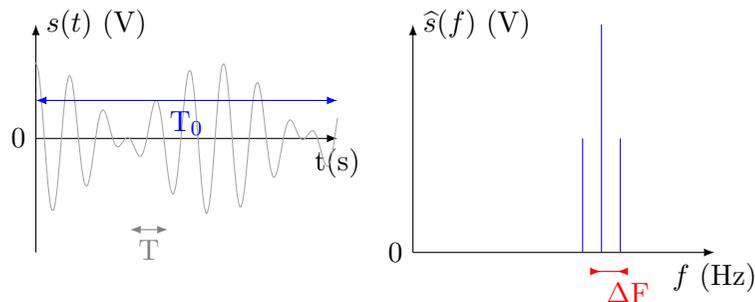


FIGURE 5 – Chronogramme et analyse spectrale discrète d'un signal

🔧 Expérience 4

- ✓ Régler le GBF pour qu'il délivre une tension sinusoïdale de fréquence $f = 1111$ Hz, d'amplitude 5,0 V et de valeur moyenne nulle.

- ✓ Choisir les valeurs de T_e et T_0 pour effectuer l'analyse spectrale du signal fourni par le GBF.

🔍 Appel Professeur, à l'oral

- 📌 Faites vérifier votre résultat par Mme Marcet ou M. Barthes.

4 - Repliement du spectre

🔧 Expérience 5

- ✓ Choisir une fréquence d'échantillonnage de 20 kHz en imposant T_e .
- ✓ Effectuer l'analyse spectrale d'un signal sinusoïdal d'amplitude 4,0 V et pour les fréquences 8 kHz, 12 kHz et 14 kHz.
- ✓ Comparer les valeurs des fréquences mesurées et attendues

📖 À rédiger

- Q 8 - Représenter les spectres attendus pour chacune des fréquences.
- Q 9 - Sur les graphiques précédents, mettre en évidence la fréquence d'échantillonnage et la fréquence maximale observable.
- Q 10 - Évaluer l'écart de fréquence entre $F_e/2$ et la fréquence mesurée. Conclure.

5 - Python

📖 À rédiger

- Q 11 - En utilisant la décomposition en série de Fourier d'un créneau, proposer une fonction permettant de visualiser 3 périodes d'un signal créneau.

Exercice 1 Un signal triangulaire d'amplitude A et de pulsation ω peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s_0(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left[\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t + \dots \right]$$

Q 1 - Représenter l'allure de son spectre. Rappeler la définition de la fréquence fondamentale et des harmoniques.

Q 2 - Représenter l'allure temporelle et le spectre des signaux suivants :

$$s_1(t) = S_0 \cos \omega t \cos(100\omega t) \quad \text{et} \quad s_2(t) = S_0 \cos \omega t + S_0 \cos(100\omega t)$$

Q 3 - Déterminer la valeur moyenne de la tension $s_3(t) = S_0 \cos^2 \omega t$. Définir également sa valeur efficace.

Exercice 2 Un signal triangulaire d'amplitude A et de pulsation ω peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s_0(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left[\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t + \dots \right]$$

Q 1 - Représenter l'allure de son spectre. Rappeler la définition de la fréquence fondamentale et des harmoniques.

Q 2 - Représenter l'allure temporelle et le spectre des signaux suivants :

$$s_1(t) = S_0 \cos \omega t \cos(100\omega t) \quad \text{et} \quad s_2(t) = S_0 \cos \omega t + S_0 \cos(100\omega t)$$

Q 3 - Déterminer la valeur moyenne de la tension $s_3(t) = S_0 \cos^2 \omega t$. Définir également sa valeur efficace.