

## La trajectoire de la lumière dans l'espace-temps décrite par les mathématiques.

La lecture du livre "L'univers à portée de main" de Christophe Galfard m'a conduite à m'intéresser aux équations mathématiques de la théorie de la Relativité Générale, que j'essaierai d'illustrer par une expérience élémentaire sur la trajectoire de la lumière dans l'espace-temps.

Le langage mathématique est une <<interface >> qui permet de comprendre et décrire les phénomènes physiques du Cosmos. Les équations de la théorie de la Relativité d'Einstein, en <<rupture>> avec celles de la théorie de Newton, permettent d'appréhender des phénomènes que cette dernière ignorait.

### Positionnement thématique (phase 2)

*MATHEMATIQUES (Géométrie), PHYSIQUE (Physique Théorique), INFORMATIQUE (Informatique pratique).*

### Mots-clés (phase 2)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Espace-temps</i>	<i>Space-time</i>
<i>Trajectoire de la lumière</i>	<i>Course</i>
<i>Relativité Générale</i>	<i>General relativity</i>
<i>Equation</i>	<i>Equation</i>
<i>Dimensions</i>	<i>Dimension</i>

### Bibliographie commentée

La théorie de la gravitation universelle de Newton s'est imposée dès la fin du dix-septième siècle. Newton pensait que la lumière avait une masse. Ainsi, l'effet de la gravité avait une influence sur la trajectoire que la lumière empreintait. Newton assimile ainsi la lumière à un point matériel qui interagit avec d'autres points matériels de même qu'il explique ainsi la rotation de la Terre autour du soleil par la force gravitationnelle que celui-ci exerce sur notre planète.

En 1905, Einstein propose une autre approche et remet en question la théorie fondamentale de Newton. Pour Einstein, c'est une modification de l'espace-temps provoquée par la masse du soleil qui est à l'origine du mouvement de la terre. Sa théorie, qui se développe en particulier autour de l'équation de la trajectoire de la lumière dans l'espace-temps [1], utilise les résultats mathématiques de la géométrie de Riemann ( dont nous exploiterons une petite partie : les tenseurs ).

La théorie supposerait qu'il existe un tissu de l'Univers sur lequel les planète se dirigeraient [4]. On introduit ainsi la notion de « courbure ». Exceptée Mercure , les équations de Newton donnent le même resultat que celles d 'Einstein. Mercure fut la base de la remise en question d'Einstein. Ainsi, dans sa théorie de la relativité générale, Einstein abandonne la notion de force et la remplace

par la notion de courbure de l'espace-temps. [2]

Il est possible de représenter ce principe de façon expérimentale à condition de se placer en dimension trois au lieu de la dimension quatre de l'espace [7]. On assimile l'espace à un tissu élastique, drap, serviette, toile par exemple . On représente une étoile (astre référent) et les planètes sur son orbite par des billes . On place la bille « étoile » au centre de la toile, celle-ci déforme le tissu qui n'est plus tendu : une dépression est créée. Plaçons une bille « planète » sur un coin défini de la toile. La bille « planète » n'aura pas une trajectoire rectiligne vers la dépression provoquée par la bille « étoile » : la trajectoire est déviée.

Nous allons exploiter cette expérience afin d'observer l'influence de chaque paramètre ( masse des billes, profondeur de la toile par exemple) .En effet, l'équation d'Einstein dépend de plusieurs paramètres, il est donc nécessaire d'utiliser des tenseurs [5], ( le tenseur est un objet mathématique d'un espace à plusieurs dimensions permettant en particulier d'effectuer des changements de repère.)

Une utilisation simple des tenseurs permettra d'appréhender l'espace en trois dimensions( nécessaire à l'expérience ).

Ainsi, il sera possible de tracer la trajectoire sur Python.

Python va nous permettre une visualisation numérique des résultats obtenus. Nous interpréterons enfin ces résultats.

## **Problématique retenue**

Comment modéliser la trajectoire de la lumière concrètement et comment les mathématiques peuvent-elles nous aider à en comprendre le sens concret ?

## **Objectifs du TIPE**

L'objectif de ce TIPE est de traduire le phénomène de la courbure de l'espace-temps de manière concrète. Il est donc nécessaire de fonder une expérience sur laquelle il est possible de comprendre l'importance de chaque paramètre nécessaire à l'équation d'Einstein. Une visualisation numérique des résultats obtenus sera ainsi faite avec Python afin de remarquer la cohérence avec l'équation mathématique étudiée .

## **Abstract**

Physicists theories are frequently based on General Relativity. I took a special interest in Einstein relation and how I could do a real experiment to illustrate the fact that space-time is warped. I did this experiment and I tried to traduce each phenomenon we could see on it. That's why I draw the shape of this deformation and I found an analogy between my experiment and General Relativity.

## **Références bibliographiques (phase 2)**

- [1] WIKIPÉDIA : Relativité Générale : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Relativité\\_générale](https://fr.wikipedia.org/wiki/Relativité_générale)
- [2] CHRISTOPHE GALFARD : L'univers à portée de main
- [3] WIKIPÉDIA : Géométrie Riemannienne :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Géométrie\\_riemannienne](https://fr.wikipedia.org/wiki/Géométrie_riemannienne)

[4] [http://alx.faure.free.fr/documents/travaux/rapport\\_pioneer\\_anomaly\\_2010.pdf](http://alx.faure.free.fr/documents/travaux/rapport_pioneer_anomaly_2010.pdf)

[5] <http://s.dugowson.free.fr/enseignement/tenseurs.pdf>

[6] <https://hal.archives-ouvertes.fr/cel-00092961/document>

[7] <https://www.astronomes.com/la-fin-des-etoiles-massives/relativite-generale/>

## DOT

[1] *Etude de la théorie de la Relativité Générale, mise en évidence des différences entre les théories de Newton et d'Einstein.*

[2] *Etude de l'équation d'Einstein. Formulation mathématique de la théorie de la Relativité Générale. Approche minimale de la notion de tenseur.*

[3] *Recherche d'un modèle expérimental simple mettant en évidence la courbure de l'espace-temps, en illustrant la trajectoire d'une planète autour de son astre référant.*

[4] *Première expérience : on simule la trajectoire de la Terre autour de Soleil, à l'aide de billes de différentes masses se déplaçant sur une toile déformable. Les vidéos sont difficilement exploitables à cause de l'angle d'inclinaison de la caméra qui fausse la trajectoire.*

[5] *Deuxième expérience: considérer une surface plane( vidéo prise de haut ), 3 simulations différentes avec des masses différentes.*

[6] *Pointage vidéo aviméca. Exploitation de relevé de valeurs afin de tracer la trajectoire. Considération de la profondeur en exprimant son équation. Modélisation de la déformation de l'espace-temps. Prise en compte de la rigidité de l'espace-temps à l'aide de l'étude d'une poutre.*