

## La morphogénèse modélisée par les structures de Turing

Les formes riches et variées que peut prendre le vivant ne cessent de nous éblouir. On s'intéresse à l'apparition des structures et motifs du vivant, et donc aux équations de réaction-diffusion permettant de modéliser la morphogénèse.

La morphogénèse implique l'interaction entre plusieurs molécules et peut être assimilée à un phénomène de diffusion, perturbant l'équilibre au sein d'un milieu homogène.

**Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.**

**Liste des membres du groupe :**

- MOREAU Téo

### Positionnement thématique (phase 2)

*INFORMATIQUE (Informatique pratique), MATHÉMATIQUES (Analyse), INFORMATIQUE (Informatique Théorique).*

### Mots-clés (phase 2)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Morphogénèse</i>	<i>Morphogenesis</i>
<i>Equations aux dérivées partielles</i>	<i>Partial derivative equations</i>
<i>Motifs</i>	<i>Patterns</i>
<i>Système de réaction-diffusion</i>	<i>Reaction-diffusion system</i>
<i>Automate cellulaire</i>	<i>Cellular automaton</i>

### Bibliographie commentée

La morphogénèse détermine l'expression des gènes du développement, et donc les formes et motifs du vivant. Les différents aspects de ce domaine scientifique, étudié depuis l'Antiquité, ne sont pas encore tous connus. On peut notamment constater que les mathématiques jouent un rôle important, comme le montre D'Arcy Thompson (1860-1948), considéré comme le premier biomathématicien, en montrant par exemple que la suite de Fibonacci est impliquée dans la phyllotaxie.

En 1952, Alan Turing publie un article dans lequel il propose un modèle mathématique permettant de traduire la formation de motifs [1], désormais une référence pour toute étude de ce phénomène. Ce modèle est aussi utilisé dans d'autres domaines tels que la dynamique des populations, la géologie ou les réseaux de neurones. Ce n'est qu'en 1990 qu'une structure de Turing sera mise en évidence expérimentalement par Patrick de Kepper [2].

Le problème est de savoir comment une entité totalement homogène peut se transformer en un organisme structuré. En particulier Alan Turing s'est demandé comment un embryon sphérique pouvait évoluer en un tel organisme [2]. Mathématiquement, il s'agit de savoir comment de

l'instabilité peut apparaître dans un système homogène a priori stable.

Le modèle de Turing se base sur les équations de réaction-diffusion qui traduisent l'interaction entre deux morphogènes. Ces derniers réagissent chimiquement localement et se diffusent différemment, ce qui peut conduire à une brisure de symétrie et donc à la formation de motifs périodiques en fonction de la géométrie de l'espace. Turing explique ainsi par une différence de géométrie la différence entre les taches du corps et de la queue d'un léopard [3], ce que reprend J.D.Murray dans les années 1980 en détaillant le modèle mathématique proposé par Turing [4].

Quelques exemples tels que l'équation de la chaleur, l'équation KPP (Kolmogorov-Petrovsky-Piskounov), ou l'équation de Fisher permettent de comprendre sur des cas simplifiés les équations de réaction-diffusion. Pour étudier ce type d'équation, il faut se donner des conditions aux limites et des conditions initiales, s'intéresser aux équilibres de la réaction et à leur stabilité, et résoudre le système d'équations aux dérivées partielles [5] [6]. On peut ensuite s'intéresser à l'étude des symétries du résultat [7].

Enfin, pour modéliser algorithmiquement ce phénomène, il est possible de discrétiser le problème et de résoudre le système d'équations à l'aide de la méthode d'Euler [8].

## Problématique retenue

Comment modéliser algorithmiquement les structures de Turing et comparer les motifs ainsi créés ?

## Objectifs du TIPE

Les objectifs de ce TIPE sont :

- modéliser algorithmiquement les structures de Turing afin de voir l'évolution des systèmes de réaction-diffusion dans le temps et l'espace (on se limitera aux espaces à une ou deux dimensions) ;
- résoudre les équations aux dérivées partielles avec un processus algorithmique, à l'aide du langage de programmation Python ;
- afficher et observer l'évolution dans le temps d'un système de réaction-diffusion ;
- créer une interface graphique où l'on peut modifier les coefficients de diffusion et observer graphiquement les changements obtenus.

## Abstract

In 1952, Turing published *The Chemical Basis of Morphogenesis* and suggested that a reaction-diffusion system could model the phenomena of morphogenesis. In this model, a catalyst and an inhibitor react together and diffuse at different rates. I took a special interest in a numerical simulation of generation of patterns. Then, I created a graphical interface in order to observe the evolution of systems of partial differential equations through space and time. Finally, I improved my interface to be able to change the system settings.

## Références bibliographiques (phase 2)

- [1] A.M.TURING : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, « *The Chemical Basis of Morphogenesis* » : *Vol.237, No. 641. (14 août 1952), p. 37-72*, <http://www.dna.caltech.edu/courses/cs191/paperscs191/turing.pdf>, consulté le 9 octobre 2017.
- [2] <https://www.lptl.jussieu.fr/user/lesne/Turing-preprint.pdf>, consulté le 2 octobre 2017.

- [3] <https://complexe.jimdo.com/les-%C3%A9quations-de-turing/pr%C3%A9sentation-de-la-morphog%C3%A9n%C3%A8se/>, consulté le 13 novembre 2017.
- [4] <http://www.lmpt.univ-tours.fr/~licois/Vulgarisation/FeteDeLaScience/murray/index.html>, consulté le 13 novembre 2017.
- [5] [http://culturemath.ens.fr/maths/pdf/analyse/vidiani\\_motifs\\_pelage\\_animaux.pdf](http://culturemath.ens.fr/maths/pdf/analyse/vidiani_motifs_pelage_animaux.pdf), consulté le 20 novembre 2017.
- [6] <http://math.univ-lyon1.fr/~pujo/TURING-IXXI.pdf>, consulté le 20 novembre 2017.
- [7] <http://images.math.cnrs.fr/Les-mathematiques-de-la.html>, consulté le 16 octobre 2017.
- [8] [http://python-prepa.github.io/edp\\_chaleur.html](http://python-prepa.github.io/edp_chaleur.html), consulté le 11 décembre 2017.

## Références bibliographiques (phase 3)

- [1] <http://userpages.irap.omp.eu/~rbelmont/mypage/numerique/Turing.pdf>

## DOT

- [1] *Identification du modèle mathématique comme étant l'étude des équations de réaction-diffusion.*
- [2] *Discretisation informatique des équations. Échec d'une première tentative de simulation : complexité trop importante.*
- [3] *Fin janvier, échange avec G. VIDIANI.*
- [4] *Découverte de tkinter et réalisation d'une première interface graphique.*
- [5] *Échec de stabilité pour certains modèles. Étude plus approfondie de la stabilité.*
- [6] *Suite à la recherche de nouveaux modèles, compréhension du modèle Gray-Scott.*
- [7] *Amélioration de l'interface graphique et correction de stabilité pour tous les modèles utilisés.*