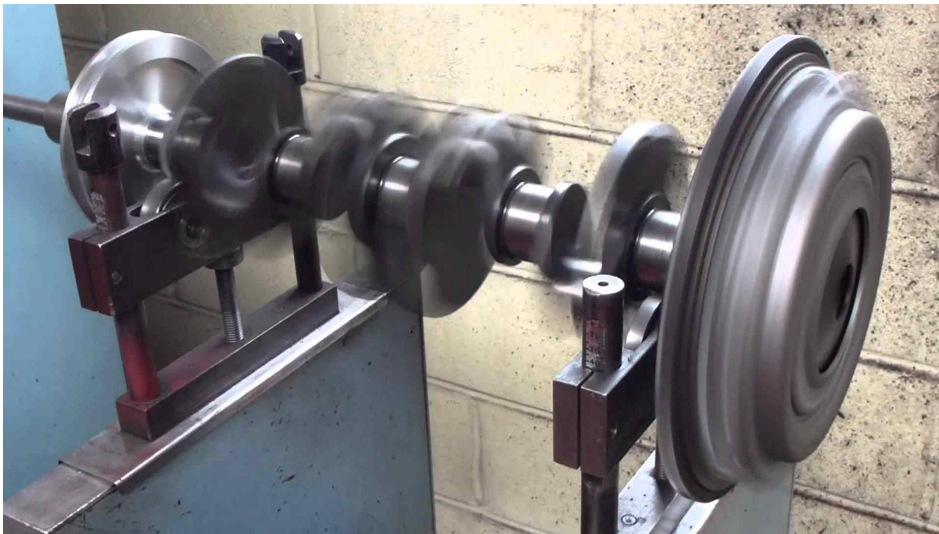


Équilibrage de pièce en rotation



Introduction

- * **But** : Mettre en évidence la nécessité de l'équilibrage
- * **Problématique** : Comment équilibrer une pièce rotative et quelles sont les différentes méthodes ?

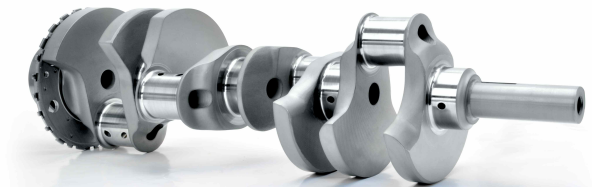
Déroulé du TIPE

I) Nécessité de l'équilibrage des pièces en rotations

- 1) Les différentes notions relatives à l'équilibrage
- 2) Pourquoi équilibrer une pièce ?

II) Les différentes méthodes d'équilibrage

- 1) Explications des méthodes
- 2) Réalisation des ces méthodes et applications
- 3) Expérience et résultats théoriques



I) Nécessité de l'équilibrage des pièces en rotations

1) Les différentes notions

*Qu'est-ce qu'un vilebrequin ?

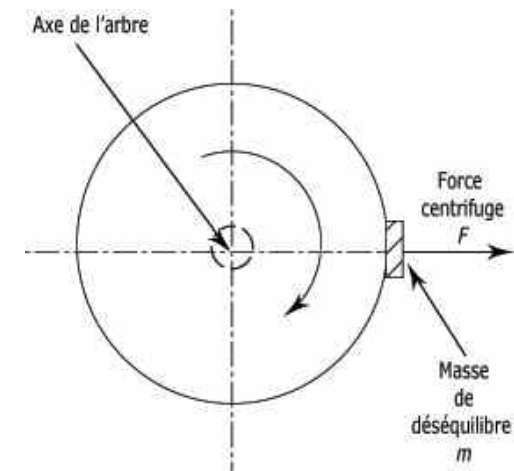


*Comment est caractérisé un solide ?
opérateur d'inertie :

$$\mathbb{I}_{(O,S)} = \begin{bmatrix} I_{Ox} & -P_{Oxy} & -P_{Oxz} \\ -P_{Oxy} & I_{Oy} & -P_{Oyz} \\ -P_{Oxz} & -P_{Oyz} & I_{Oz} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{\mathcal{R}}$$

*Qu'est-ce que le déséquilibre couramment appelé balourd ?

Dmax= M x e, *Dmax* déséquilibre max, *M* la masse en g,
e excentricité en mm



2) Pourquoi équilibrer les vilebrequins automobile ?

* Diminuer les vibrations permet d'augmenter :

- **la durée de vie et la fiabilité :**

usure prématurée des pièces (palier roulement) , plusieurs années à quelques heures



- **confort physique et sonore :**

Tolérance voiture 75dB

Seuil de douleur et d'inconfort 85dB

<https://www.guillaumedarding.fr/>

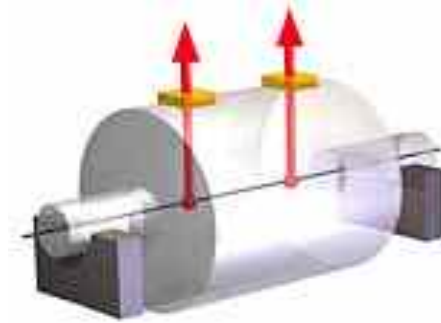


- **Sécurité et qualité:** desserrage et rupture de pièces soumises à des contraintes trop fortes

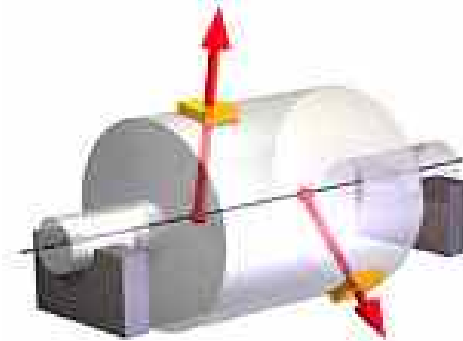
Les différents types de balourd

* Il existe trois types de balourd différents :

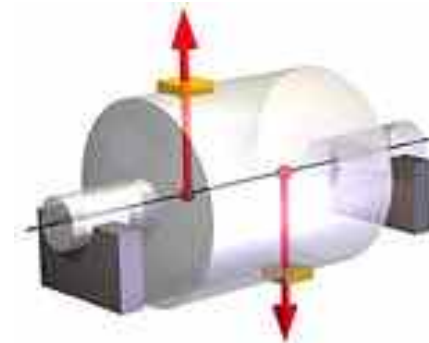
- le balourd statique



- le balourd dynamique



- le balourd couple

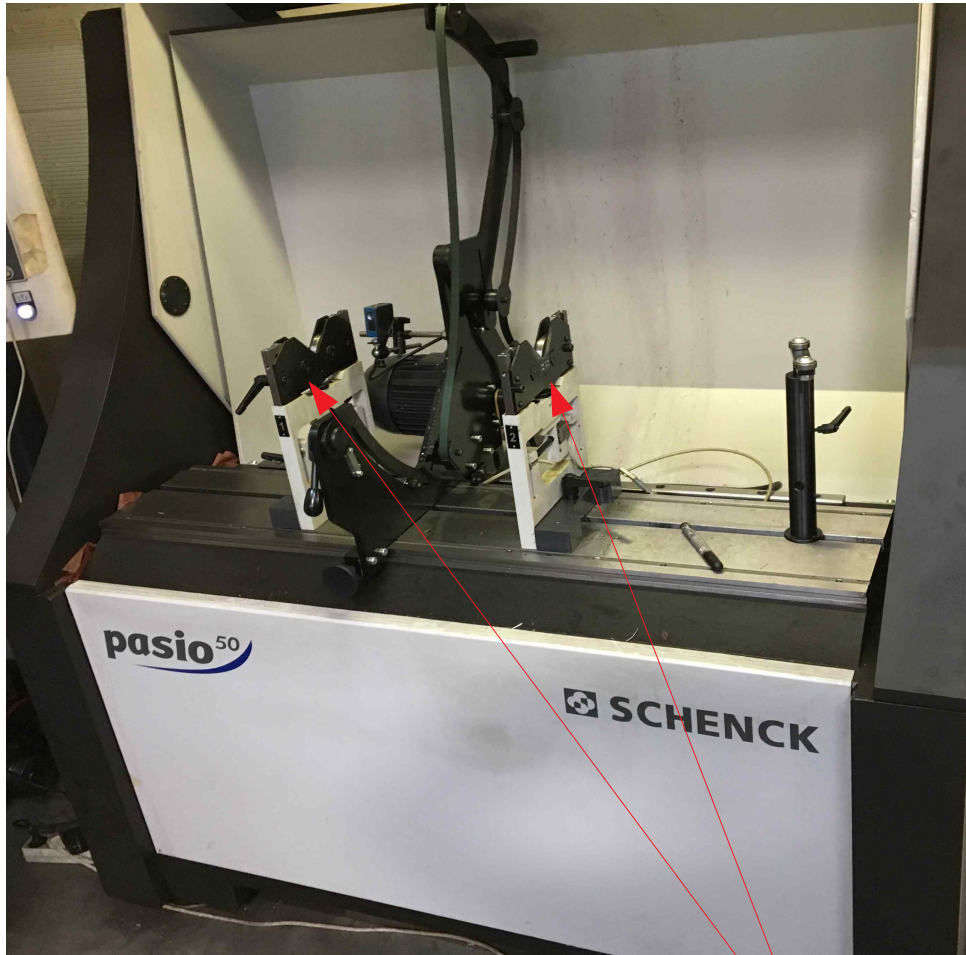


II) Les différentes méthodes d'équilibrage

1) Méthodes d'équilibrages

- Équilibrage statique
- Équilibrage dynamique
- Les classes d'équilibrage et les normes
 - Iso 1940-1 et G2,5
- Comment réaliser ces méthodes ?

2) Réalisation en pratique

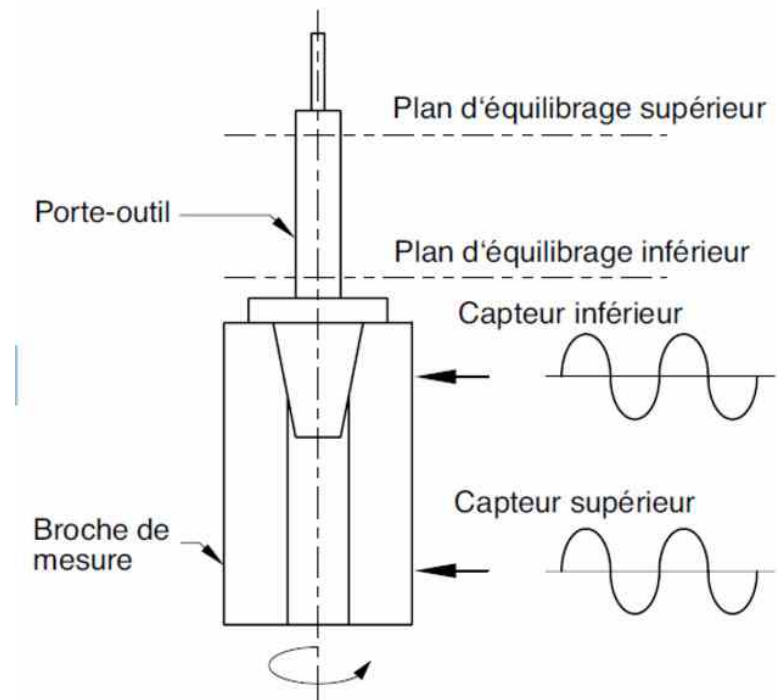


Equilibreuse professionnelle



Paliers

Schéma de modélisation de son fonctionnement



ETAPES DU PROCESSUS D'EQUILIBRAGE

***ETAPE1** : on choisit la norme souhaitée, programmation de la machine avec les dimensions de la pièce et ses caractéristiques

Type de rotor	vilebrequin 6cyl 6 ctps 911 sc*
Dernière modification	12/02/2018 18:19
Vitesse prescrite	600 1/min
<u>Géométrie ABC</u>	
Rayon 1	62 mm
Rayon 2	62 mm
Rayon 3	62 mm

***ETAPE2** : lancer le logiciel et obtention des premiers résultats, la machine fait tourner la pièce, capte les efforts engendrés et remonte à la position du balourd

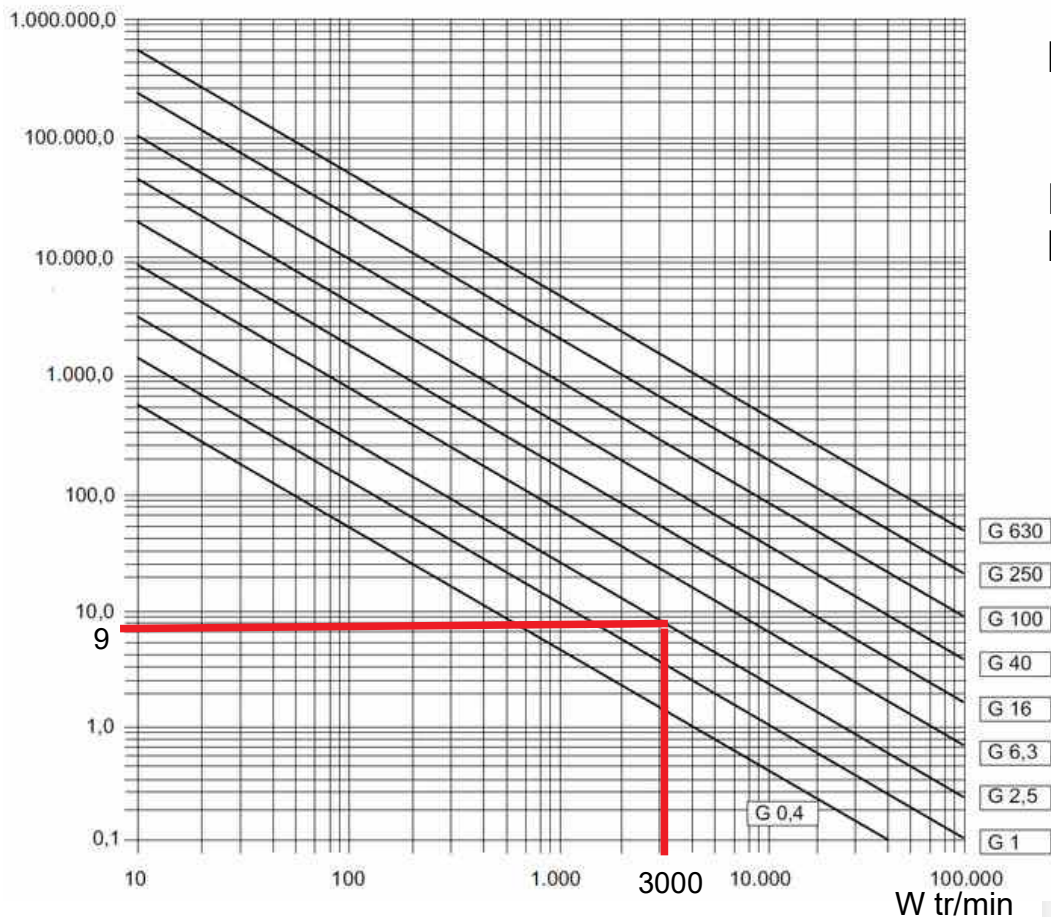
<u>Résultats de la mesure, Lancer: 1</u>				12/02/2018
Ident. rotor	porsche 911 2,5 equipe erope			
Vitesse de mesure	600 1/min			
<u>Déséquilibre</u>				
canal 1	83,0 g-mm	161 °	1,9 * Tol	
canal 2	8,54 g-mm	172 °	En Tol	
<u>Compensation (hors Tol)</u>				
Plan de correction 2 - Masse (Enlever)	2,04 g	158 °		
Plan de correction 5 - Masse (Enlever)	322 mg	285 °		
Plan de correction 6 - Masse (Enlever)	406 mg	0 °		

***ETAPE3** : on perce les contrepoids



***ETAPE4** : on réitère les étapes 2 et 3

Dmax,
(gmm)



Exemple de lecture de l'abaque

Ici pour une classe G2,5 et W=2000tr/min
Dmax=12gmm

Rapport d'équilibrage de l'équilibreuse
SCHENCK pasio pour un vilebrequin de
6 cylindres

TIPE 2018

Résultats de la mesure, Lancer: 1

12/02/2018

Ident. rotor porsche 911 2,5 equipe erope
Vitesse de mesure 600 1/min

Déséquilibre

canal	Déséquilibre (g-mm)	Angle (°)	Tolérance
canal 1	83,0 g-mm	161 °	1,9 * Tol
canal 2	8,54 g-mm	172 °	En Tol

Compensation (hors Tol)

Plan de correction	Masse (Enlever)	Angle (°)
Plan de correction 2	2,04 g	158 °
Plan de correction 5	322 mg	285 °
Plan de correction 6	406 mg	0 °

Résultats de la mesure, Lancer: 8

12/02/2018

Ident. rotor porsche 911 2,5 equipe erope
Vitesse de mesure 600 1/min

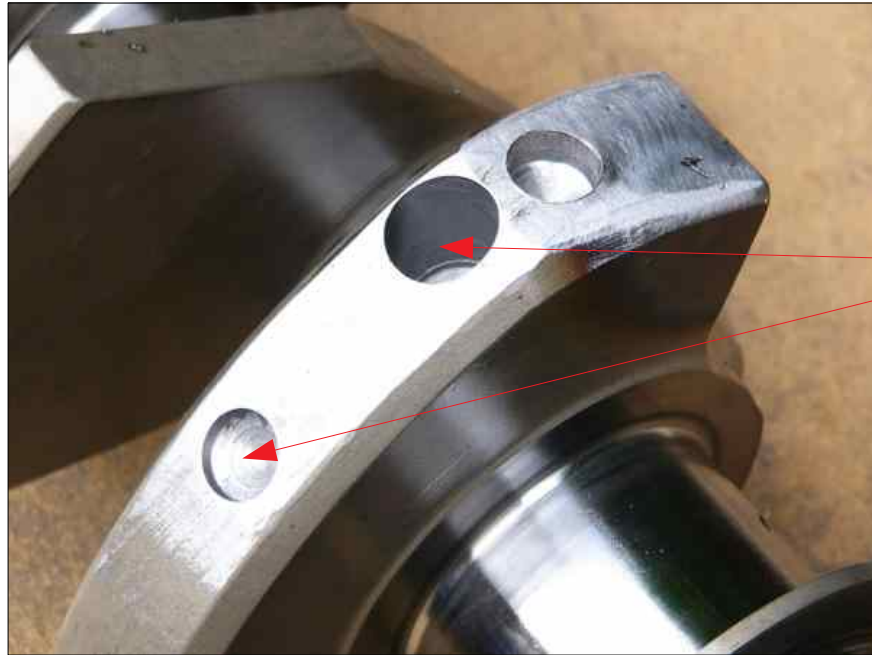
Déséquilibre

canal	Déséquilibre (g-mm)	Angle (°)	Tolérance
canal 1	3,69 g-mm	164 °	En Tol
canal 2	4,14 g-mm	291 °	En Tol

Compensation (En tolérance)

Plan de correction	Masse (Enlever)	Angle (°)
Plan de correction 2	127 mg	143 °
Plan de correction 5	129 mg	288 °
Plan de correction 6	28,7 mg	0 °

Méthodes pratiques d'équilibrage



* Par enlèvement de matière

Perçage pour enlever de la matière

* Par ajout de matière

Insert de matière dense



Les différents métaux utilisés pour l'ajout de matière sont :

OR, TUNGSTÈNE, TITANE

Caractéristiques de certains métaux usuels

Métaux	Symbole chimique	Point de fusion °C	Point d'ébullition °C	Densité Masse volumique	Caractéristiques
Aluminium	Al	660 °C	2467 °C	2,6989 g/cm ³	Couleur Blanc brillant-Léger-Ductile -Malléable-Bon conducteur Forme une couche d'oxyde d'aluminium
Magnésium	Mg	650 °C	1090 °C	1,738 g/cm ³	Couleur blanc argente-Ductile -Résiste à la corrosion - Peut brûler -Faible résistance mécanique
Fer	Fe	1535 °C	2750 °C	7,874 g/cm ³	Couleur gris-Ductile -Malléable-Résiste mal à la corrosion-bonne résistance mécanique avec du carbone dans l'Acier.
Nickel	Ni	1453 °C	2732 °C	8,9 g/cm ³	Couleur blanc grisâtre-Malléable-Ductile-Résiste à la corrosion
Tungstène	W	3422 °C	5555 °C	19,3 g/cm ³	Couleur gris-Bon conducteur électrique-Très lourd-Bonnes propriétés mécaniques à haute température
Titane	Ti	1668 °C	3287 °C	4,51 g/cm ³	Couleur gris brillant-Très bonne résistance à la corrosion-Charge à la rupture élevée-Bonnes propriétés mécaniques à haute température. Léger

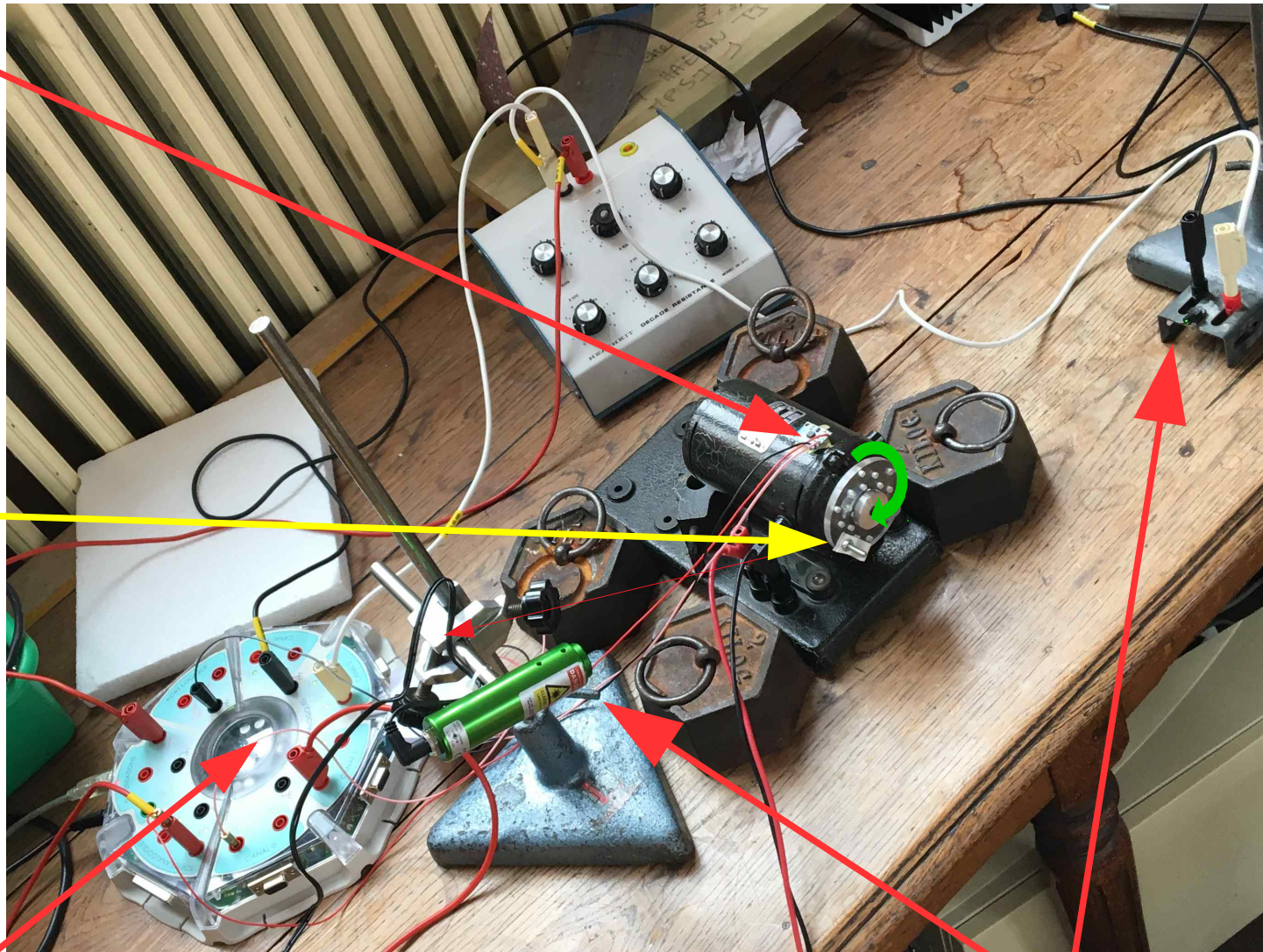
Source : <http://slideplayer.fr/slide/3703143/>

3) Expériences : Mise en évidence de la nécessité de l'équilibrage

Accéléromètre

Balourd +
fourche optique

Carte d'acquisition
latis pro

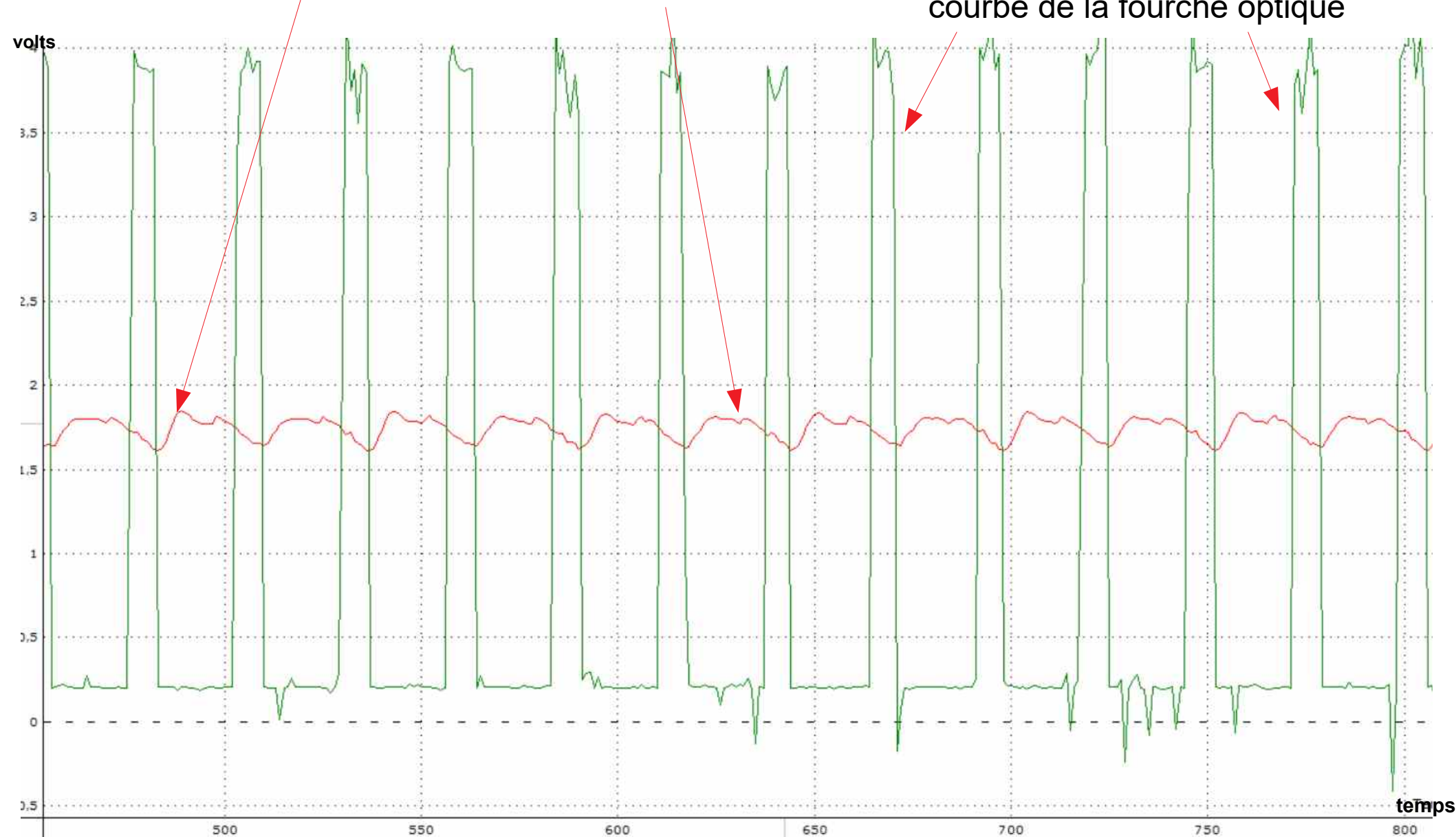


Fourche optique

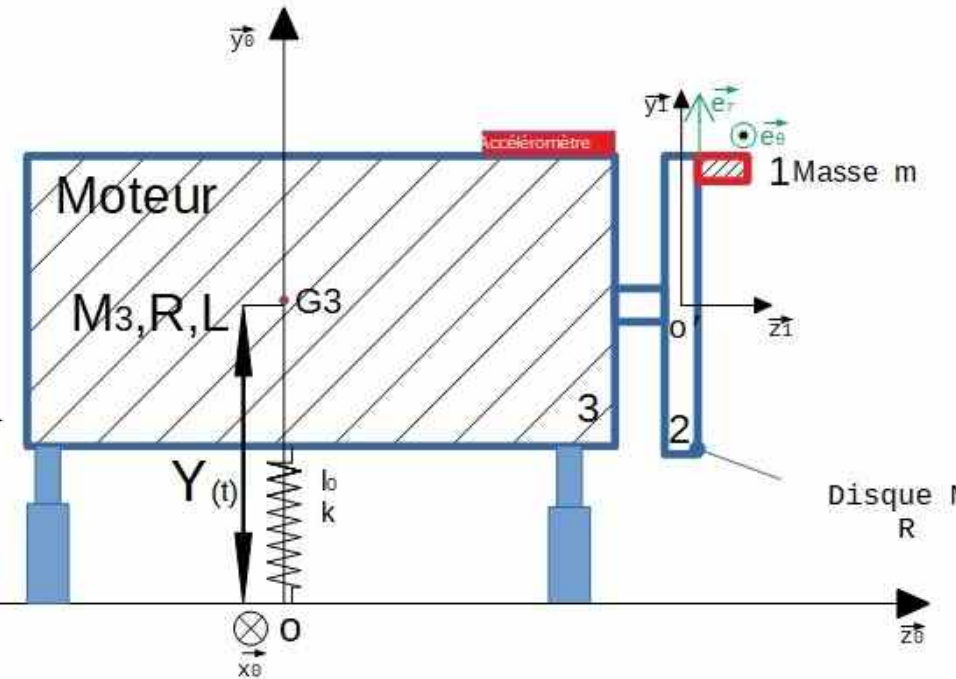
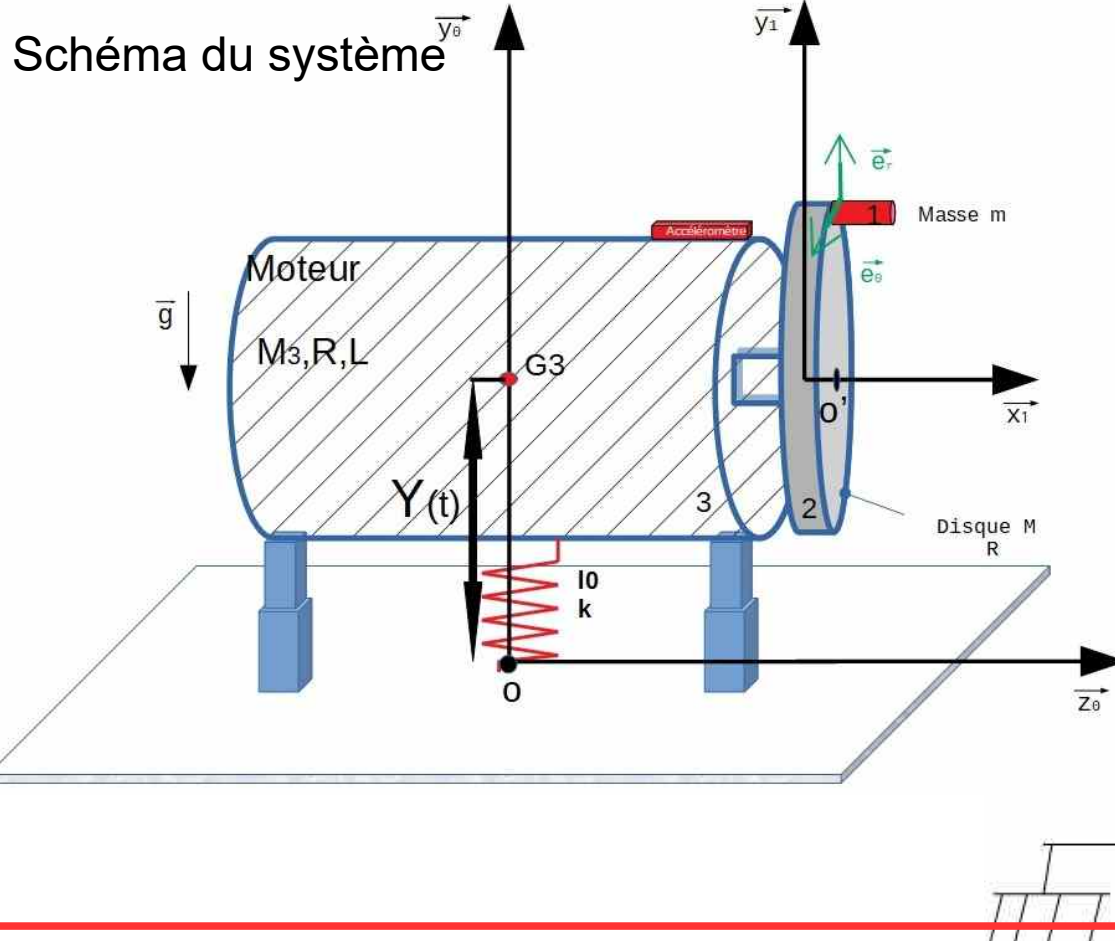
Courbes obtenues lors de l'acquisition

— :Accélérations captées par l'accéléromètre

— :Vitesse de rotation du moteur,
courbe de la fourche optique



Modélisation

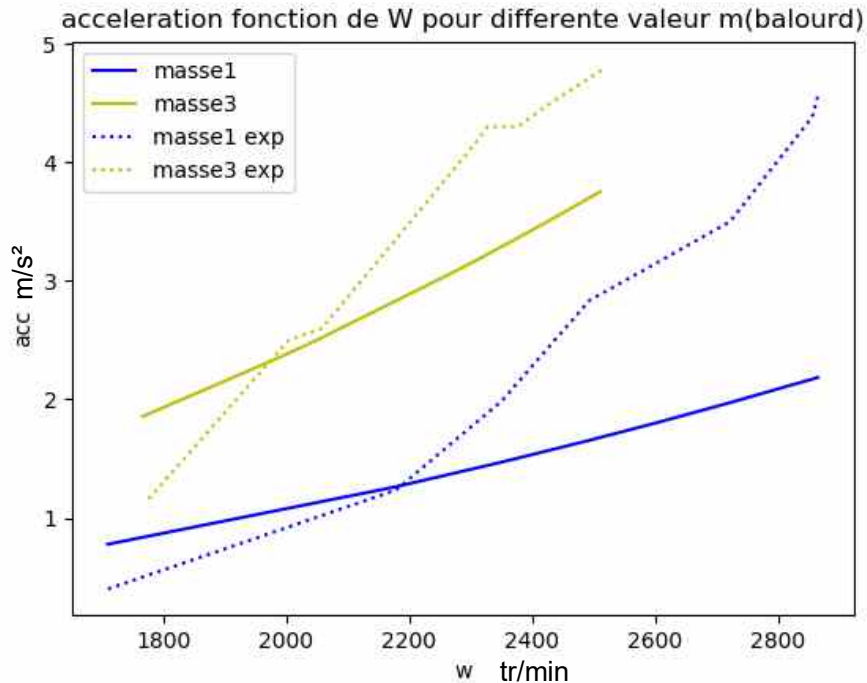


$$\ddot{Y}(t) + \frac{k}{M3} Y(t) = -\frac{M+m}{M3} R^2 W^2 \sin(Wt)$$

Passage en
complexe

$$|\ddot{Y}(w)| = \frac{M+m}{M3} \frac{W^4}{W0 - W^2} \quad \text{avec } W0 = \frac{K}{M3}$$

RESULTAT Modélisation



Résolution numérique avec python de l'équation suivante

$$\ddot{Y}(t) + \frac{k}{M3} Y(t) = \frac{k}{M3} (R3 + l0) - \frac{M_{tot}}{M3} g - \frac{M}{M3} R^2 W^2 \sin(Wt)$$

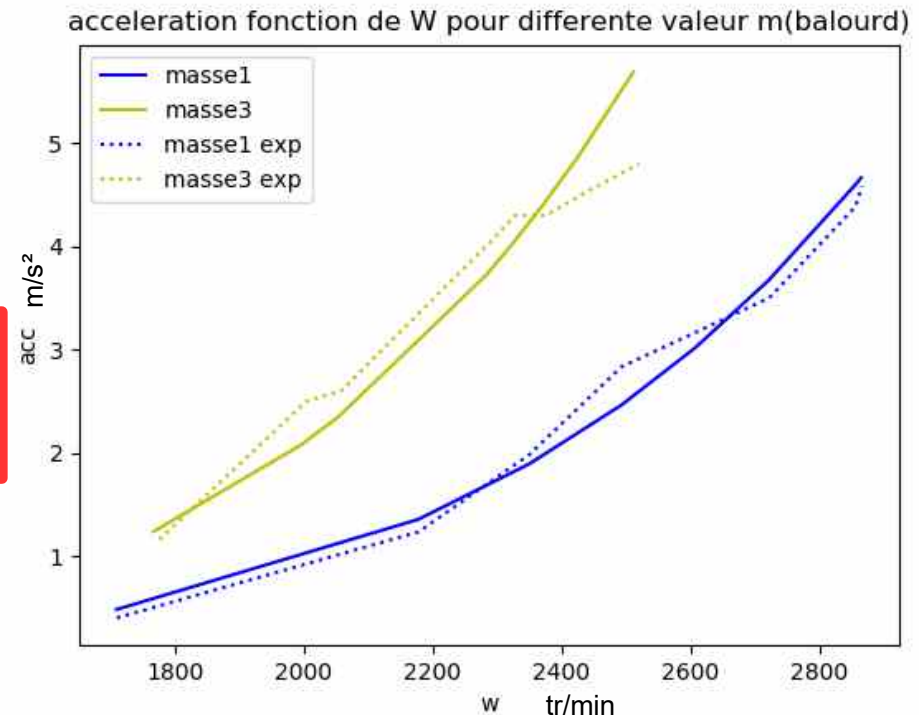
Résultats très peu concluants,

Problème: temps d'évolution et fonction odeint

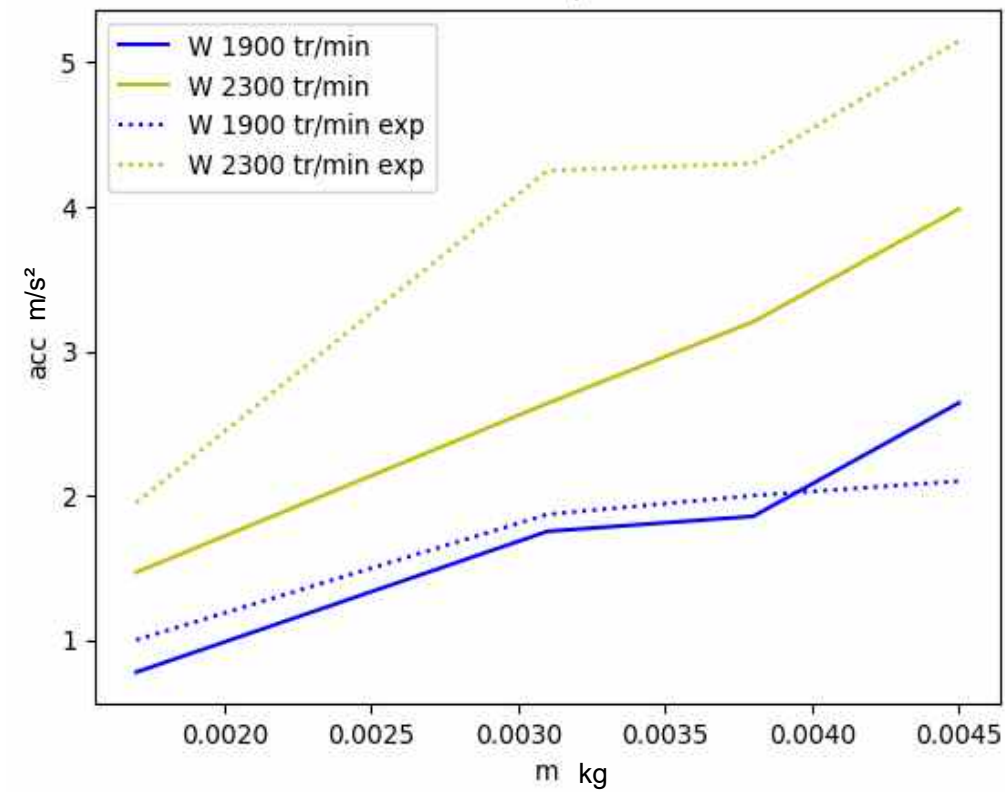
Résolution numérique avec python de l'équation suivante

$$|\ddot{Y}(w)| = \frac{M+m}{M3} \frac{W^4}{W0 - W^2} \quad \text{avec } W0 = \frac{K}{M3}$$

Très bon résultats : validation de cette methode de resolution

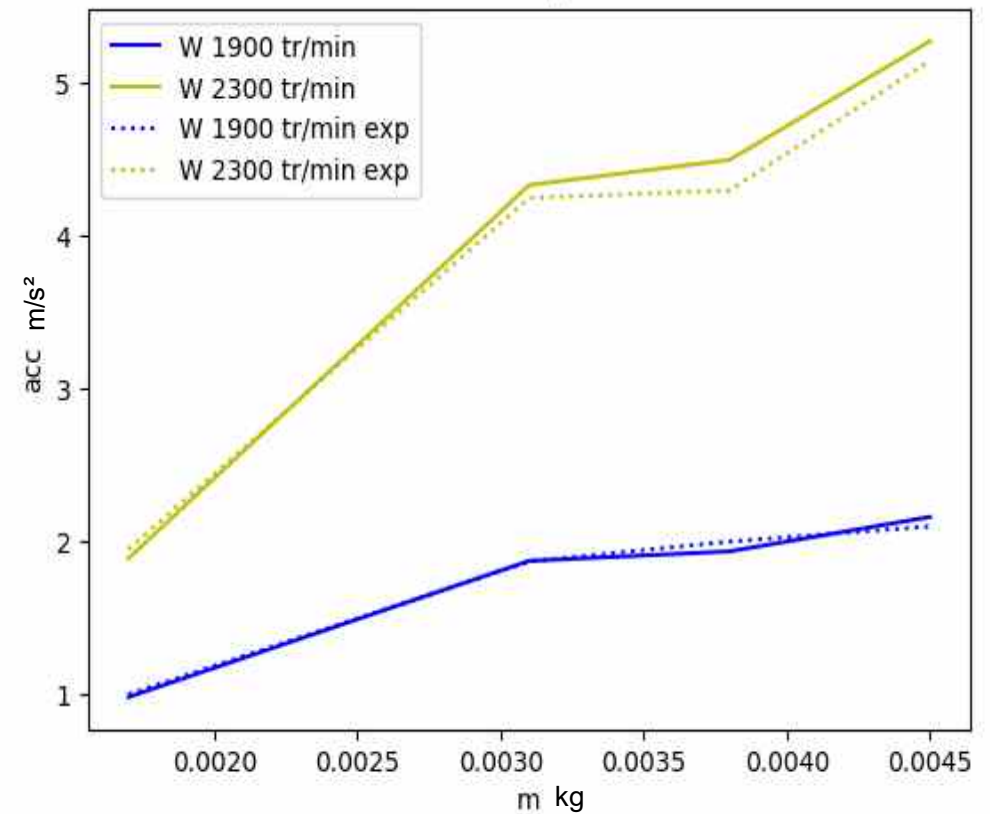


acceleration fonction de m pour differente valeur w



Résultats très peu concluants

acceleration fonction de m pour differente valeur w



Très bon résultats : validation de ce modèle

Analyse des résultats obtenus

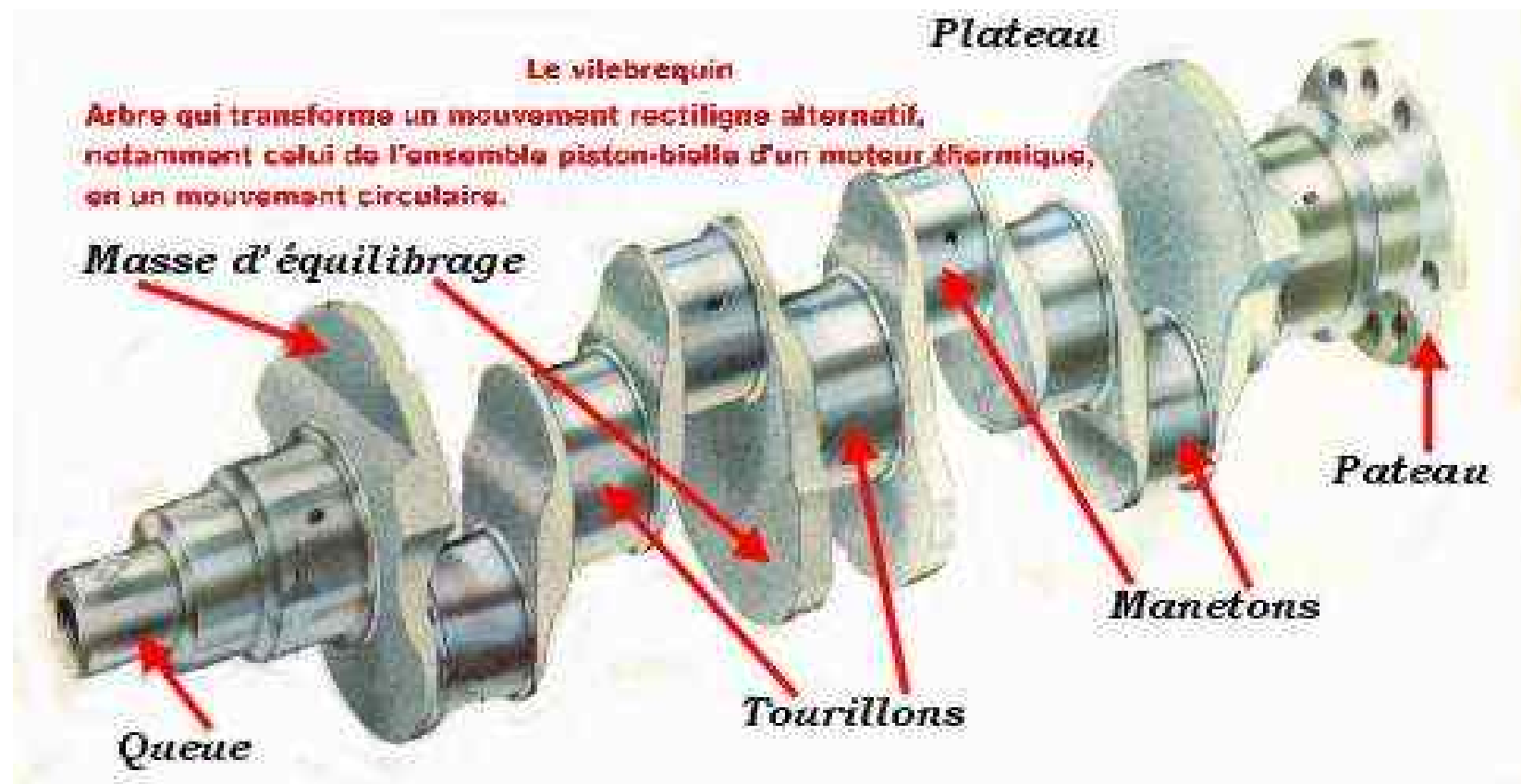
- * La deuxième resolution est la plus précise et la plus concluante
- * On remarque que l'on a des accélérations de $\frac{1}{2}$ g pour de très faibles balourds (maxi 4g)
 - ↳ Importance de l'équilibrage pour un vilebrequin
- * Modélisation : permet de tracer des abaques et déterminer le balourd grâce à w et aux accélérations captées
- * Des petites erreurs du aux erreurs de mesure de K

Conclusion

- * L'équilibrage est un procédé nécessaire et intrinsèque à la fabrication de pièces tournantes notamment les vilebrequins automobile
- * Le plus utilise est l'équilibrage dynamique
- * Une faible augmentation du balourd peut générer une forte augmentation des vibrations de la pièce en rotation
- * La mesure des vibrations permet de remonter au balourd et a sa position grâce aux abagues prévus à cet effets

Annexes

Vilebrequin :



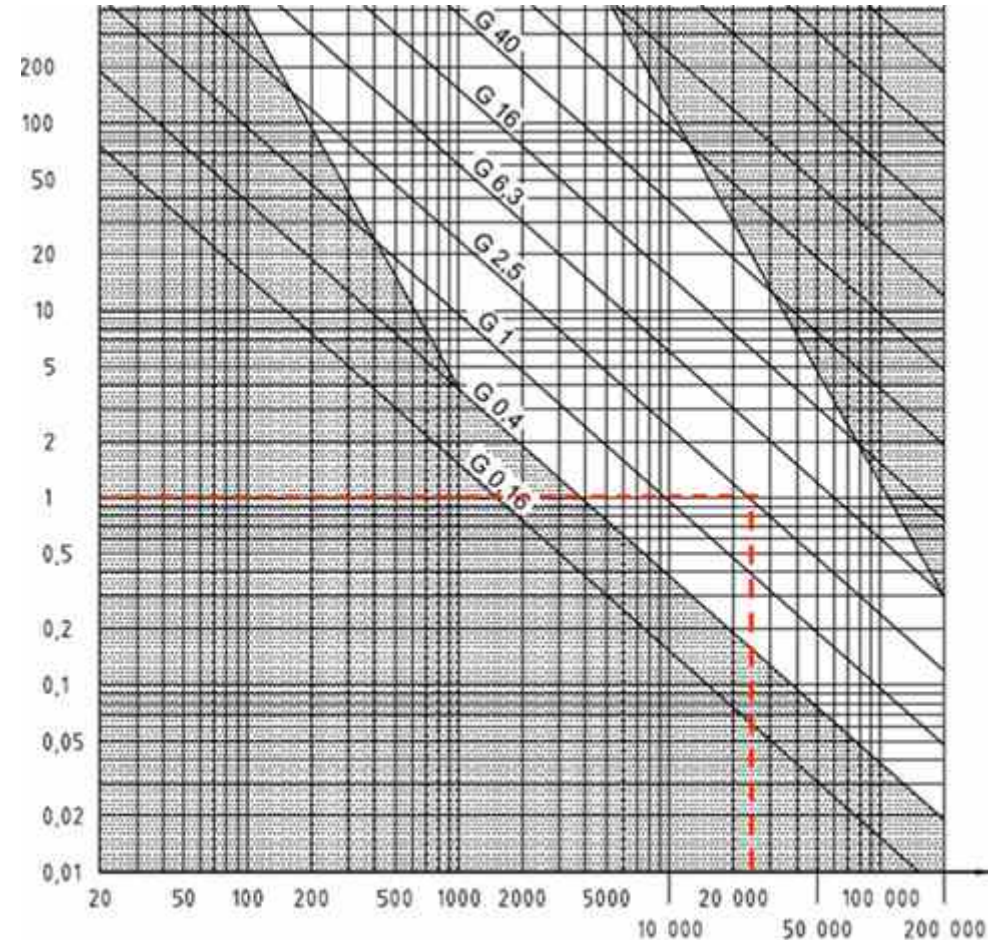
L'équilibreuse



Data at a glance			F
Measuring device			
Rotor bearing arrangement			C
Drive type			
Rotor			
Weight, max.		[kg]	
Diameter, max.		[mm]	
Bearing clearance		[mm]	
Bearing pin diameter ²⁾		[mm]	
Machine			
Width A		[mm]	
Depth B		[mm]	
Height C		[mm]	
Total weight		[kg]	
Balancing speed		[rpm]	
KER ⁴⁾		[gmm]	
Air pressure		[kPa]	
Power supply			
Drive power		[W]	

Basic machine	Order no.	F
Options		
Measuring device CAB 920	Order no.	F
Carrier roller bearing for pin diameter		C
Mass correction system		C

Abaques classes G et rapport équilibrage et classe iso 1940-1



Configuration

Utilisateur

Numéro de commande

crank shaft drive

marius

porsche 911 2,5

données type

Type de rotor

Dernière modification

Vitesse prescrite

vilebrequin 6cyl 6 ctps 911 sc*

12/02/2018 18:19

600 1/min

Géométrie ABC

Rayon 1

Rayon 2

Rayon 3

62 mm

62 mm

62 mm

vilebrequin seul

Rèultats de la mesure, Lancer: 1

12/02/2018

Ident. rotor

Vitesse de mesure

porsche 911 2,5 equipe erope

600 1/min

Déséquilibre

canal 1

canal 2

83,0 g·mm

8,54 g·mm

161 °

172 °

1,9 * Tol

En Tol

Compensation (hors Tol)

Plan de correction 2 - Masse (Enlever)

Plan de correction 5 - Masse (Enlever)

Plan de correction 6 - Masse (Enlever)

2,04 g

322 mg

406 mg

158 °

285 °

0 °

Rèultats de la mesure, Lancer: 8

12/02/2018

Ident. rotor

Vitesse de mesure

porsche 911 2,5 equipe erope

600 1/min

Déséquilibre

canal 1

canal 2

3,69 g·mm

4,14 g·mm

164 °

291 °

En Tol

En Tol

Compensation (En tolérance)

Plan de correction 2 - Masse (Enlever)

Plan de correction 5 - Masse (Enlever)

127 mg

120 mg

143 °

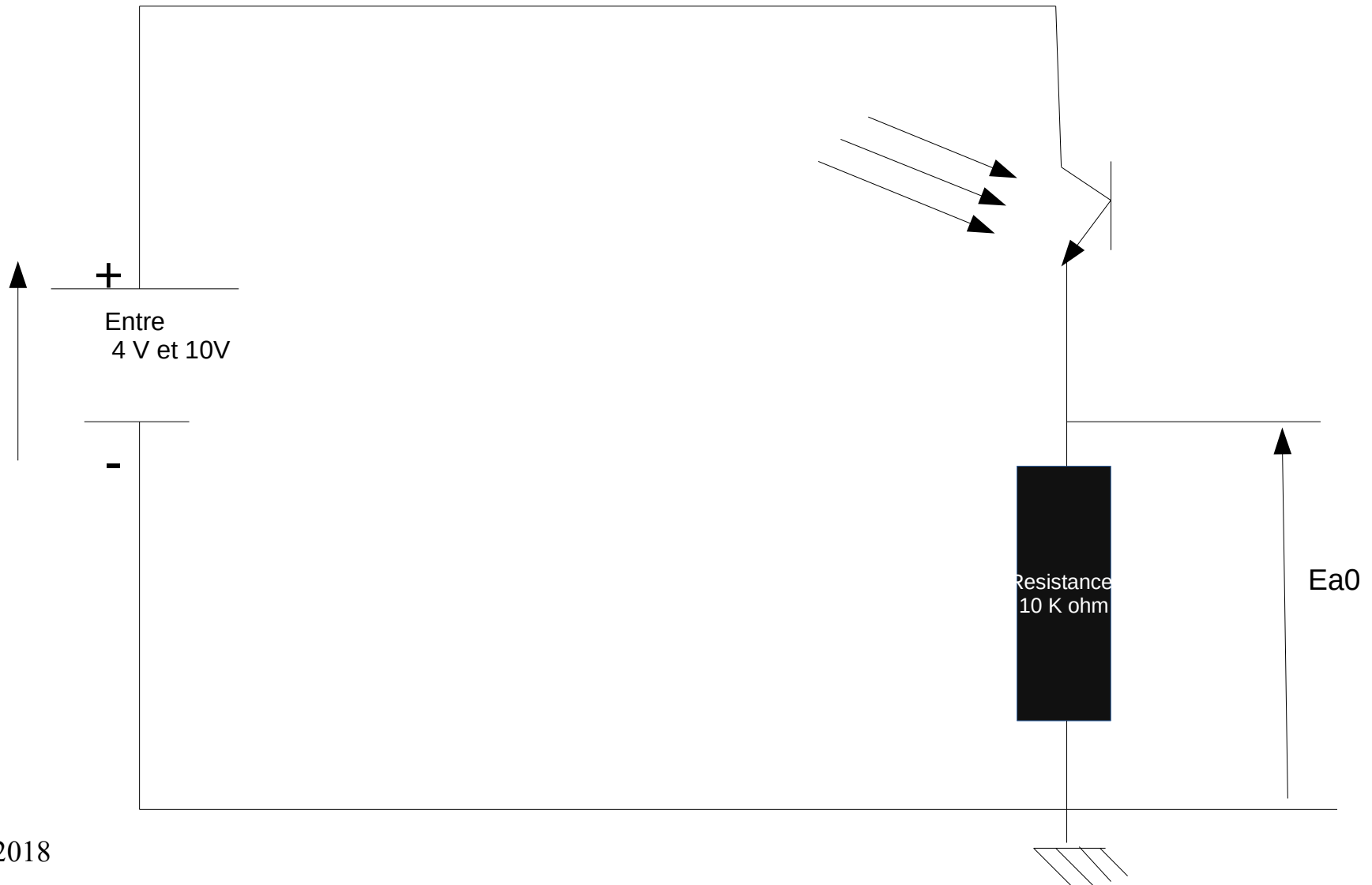
288 °

Protocole expérience

MATÉRIEL :

- moteur à courant continu pose sur silentbloc (120v max) plus disque plexiglas fixe dessus(diamètre :6cm , poids : 65g)
- accéléromètre sensibilité 30mV/ms²
- alimentation stabilise 30v 5A + petite alimentation pour accéléromètre
- câble électrique
- laser
- fourche optique : diode photosensible(~interrupteur ouvert quand il n'y a pas de lumière ,~interrupteur ferme quand il y a de la lumière) + boîte à décade (10 kΩ)
- carte d'acquisition latis pro

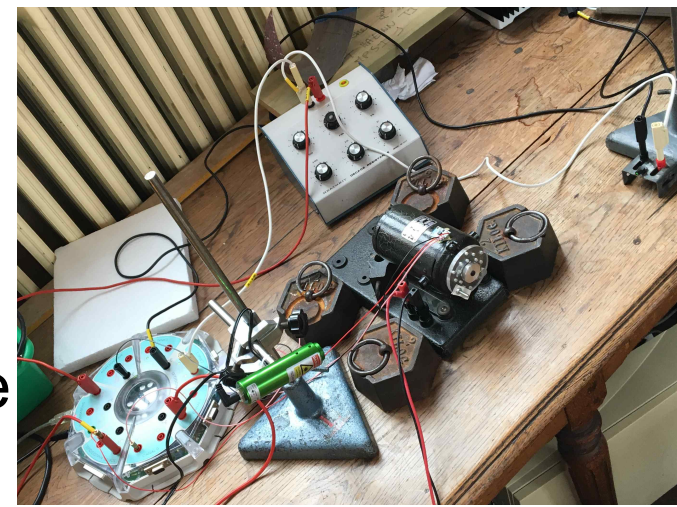
Schéma électrique de la fourche optique



Protocole :

1) Faire le montage suivant :

- monter la fourche optique ,mettre en place le moteur que l'on relie à l'alimentation de 30-5A ,
- relier l'accéléromètre à son alimentation et le fixer sur le haut du moteur avec de la patte à fixe
- relier les bornes d'acquisitions de l'accéléromètre à la carte sysam pour l'acquisition



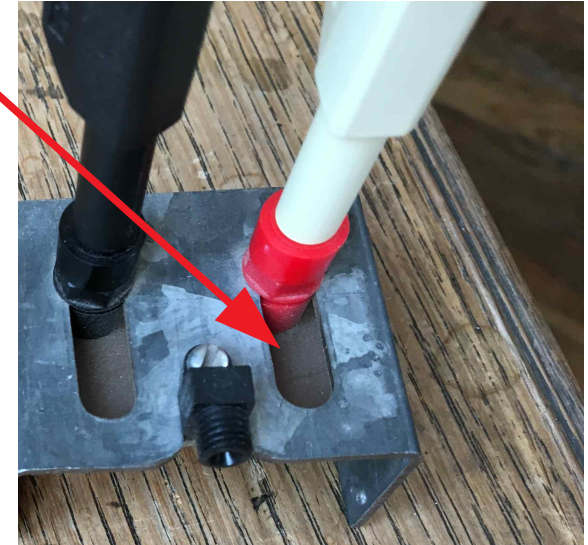
2) Mise en rotation du moteur à différentes vitesses de rotation et acquisition des vibrations détectées par l'accéléromètre

3) Faire varier les vitesses de rotation et le balourd et recommencer les acquisitions

Photos expérience



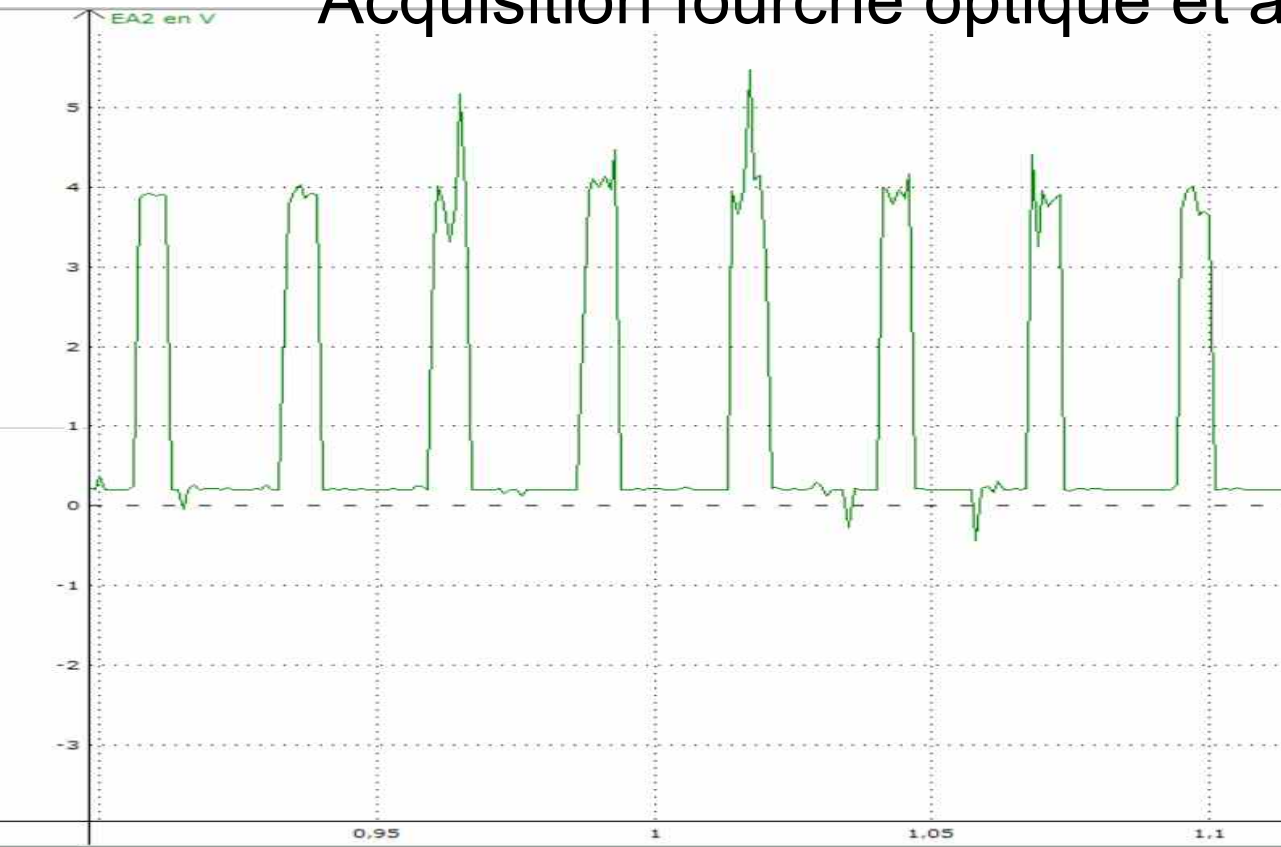
Photo diode



accéléromètre

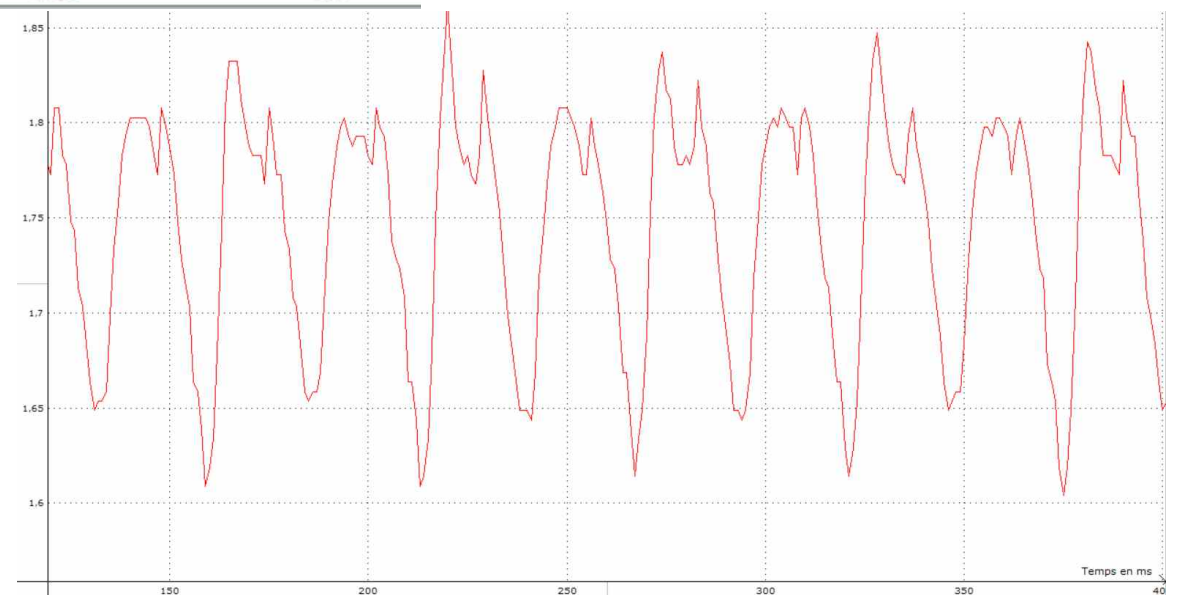


Acquisition fourche optique et accéléromètre

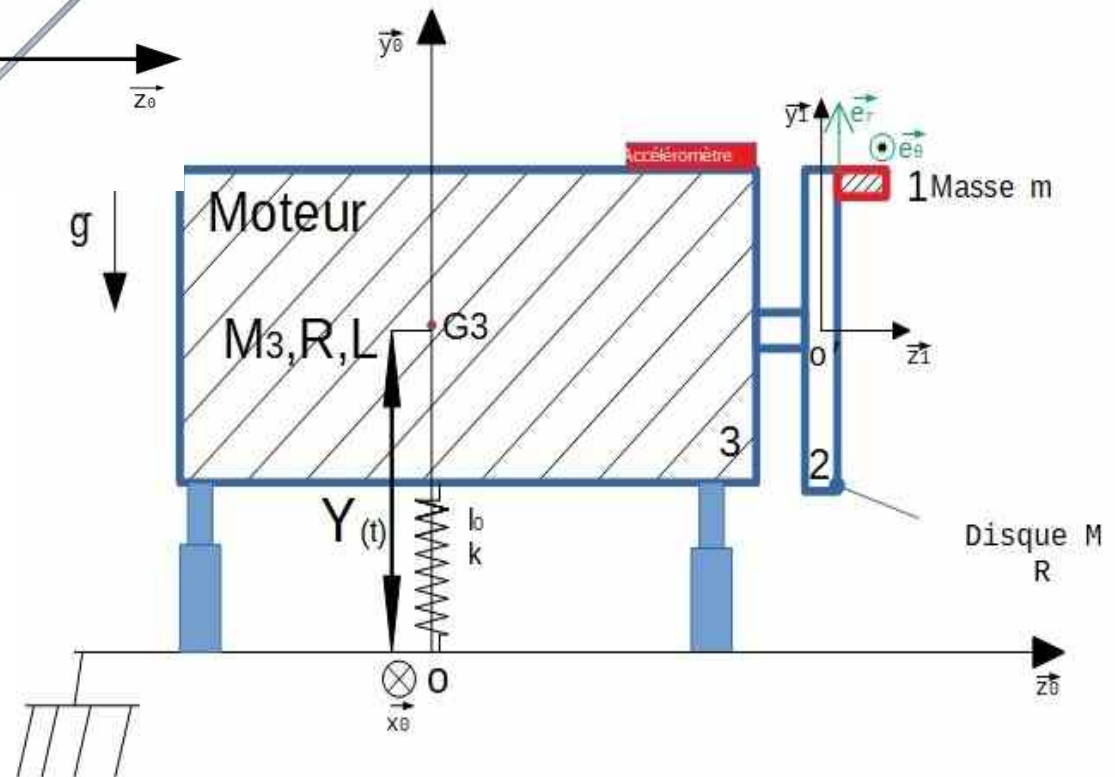
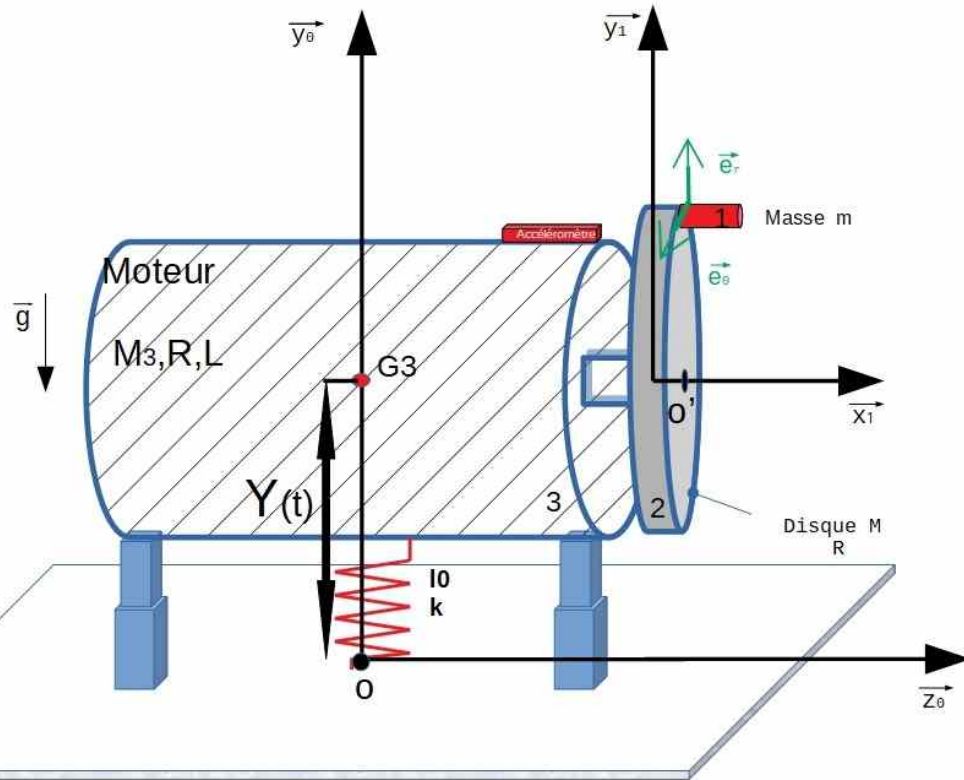


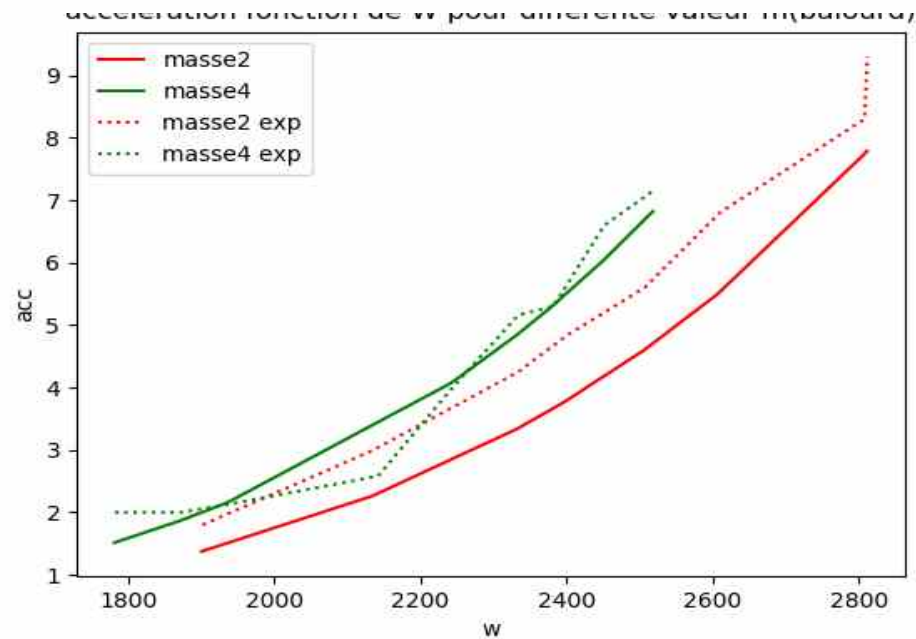
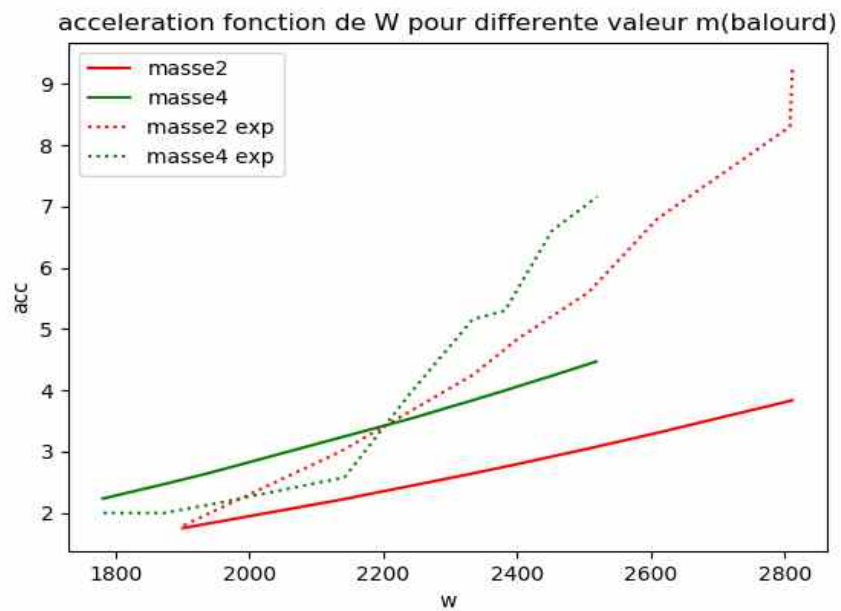
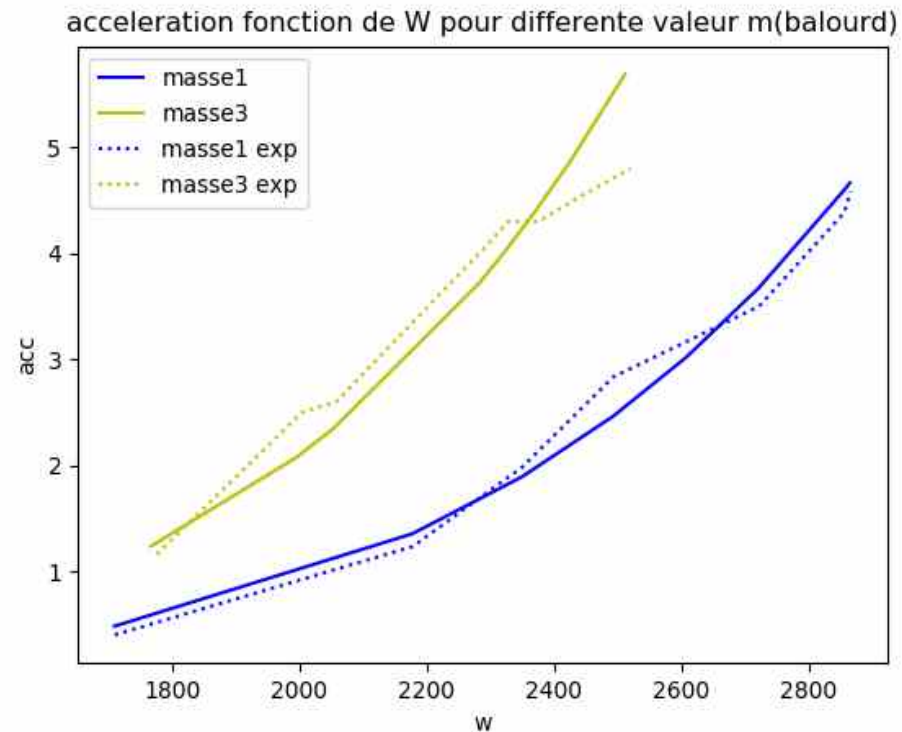
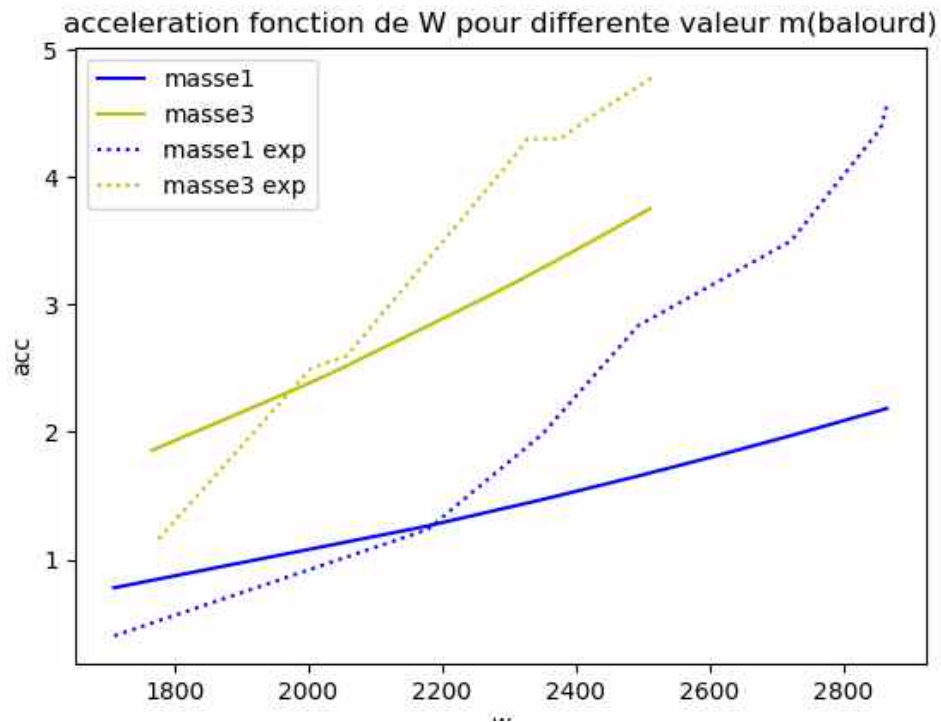
Fourche optique seule

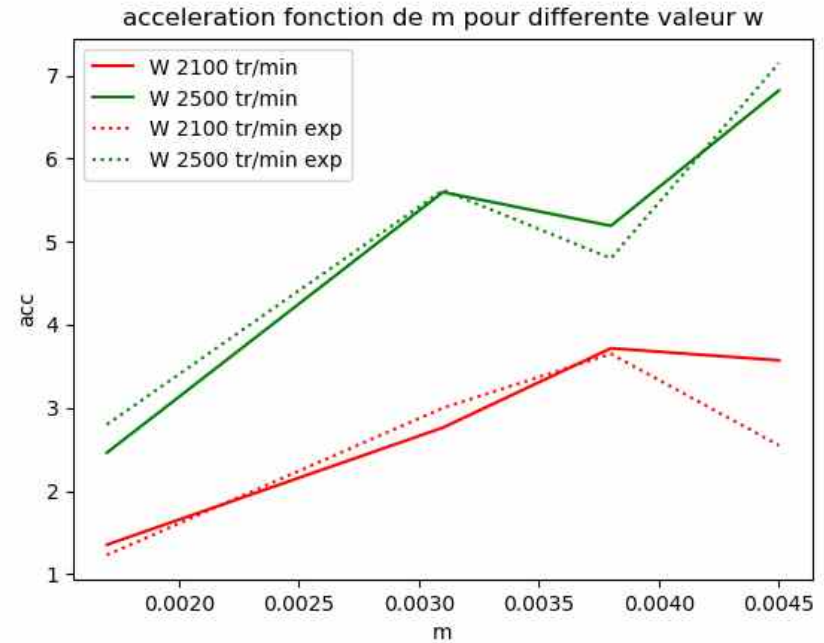
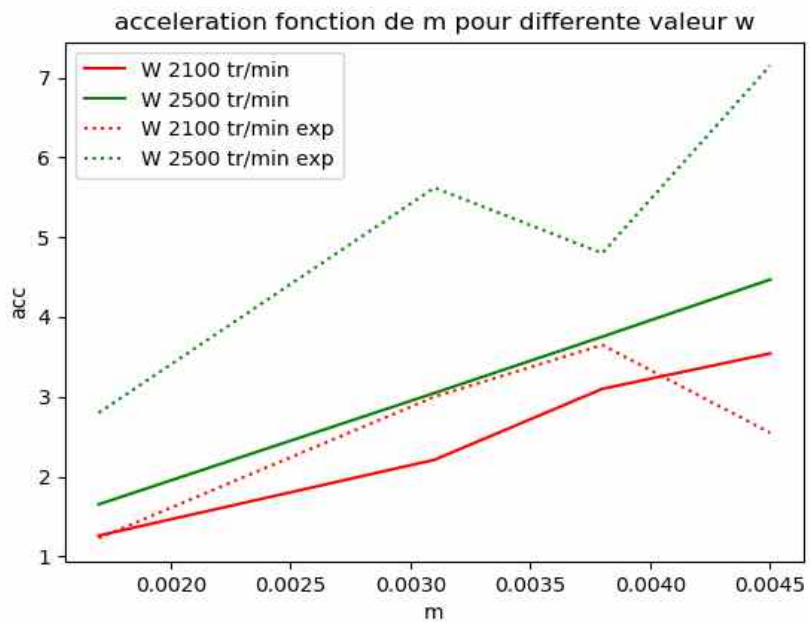
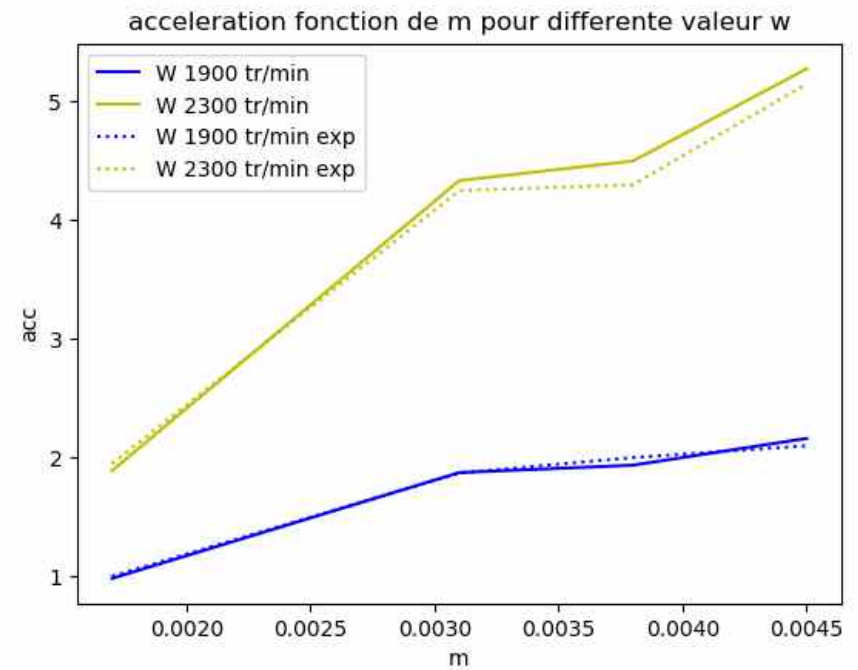
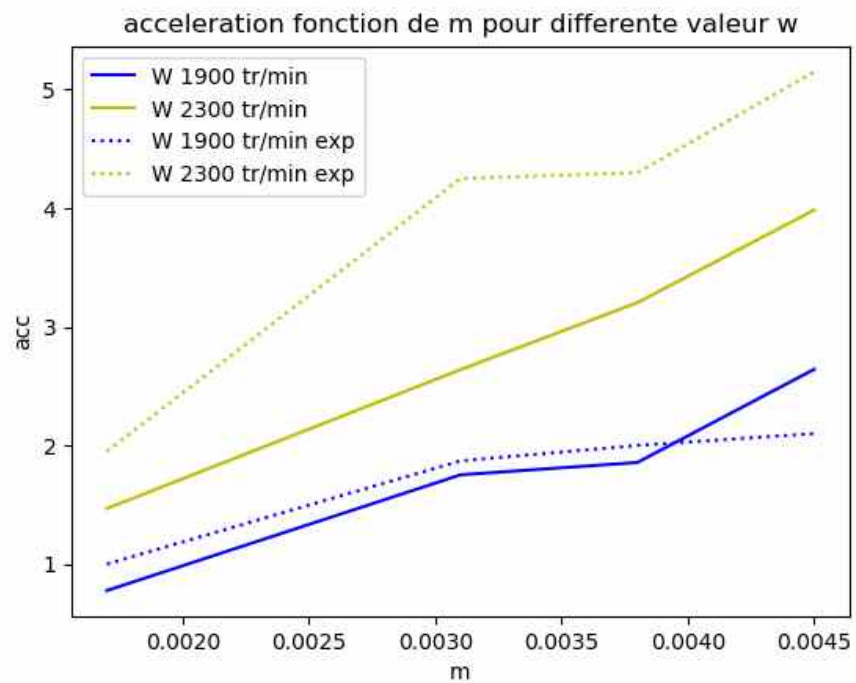
Accéléromètre seul



MODÉLISATION







$$\vec{OG_3} = \gamma(t) \cdot \vec{y}$$

$$R_g = B_0$$

$$\text{Posons : } B_0 = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

$$B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$$

$$B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$$

$$\vec{AG_1} = h \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O'G_3} = -\frac{L}{2} \vec{z}$$

$$\vec{OG_3} = \gamma(t) \cdot \vec{y}$$

avec G_1 centre de gravité de S_1

G_3 centre de gravité de S_3

* Matrice d'inertie du solide $S = S_1 + S_2$:

$$\mathbb{I}(O', S)_B = \mathbb{I}(O', S_1)_B + \mathbb{I}(O', S_2)_B$$

$$= \mathbb{I}(A, S_1)_B + m_1 [\dots]_B + \mathbb{I}(O', S_2)_B$$

$$= m_1 \begin{bmatrix} \frac{h^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_1 \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \frac{R^2}{2} \end{bmatrix}_B + m_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R^2 & 0 \\ 0 & 0 & R^2 \end{bmatrix}_B + [\dots]$$

$$= \begin{bmatrix} M_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) & 0 & 0 \\ 0 & M_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & M_1 \frac{R_1^2}{2} \end{bmatrix}_{B_3} + M_1 \begin{bmatrix} \frac{h_1^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & R_1^2 + \frac{h_1^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & R_1^2 \end{bmatrix}_{B_3} + M_2 \begin{bmatrix} \frac{R_2^2}{4} + \frac{h_2^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_2^2}{4} + \frac{h_2^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_2^2}{2} \end{bmatrix}_B$$

$$= \begin{bmatrix} a & & (0) \\ & b & \\ (0) & & c \end{bmatrix}_B$$

* Matrice d'inertie du solide S_3 : $\vec{O'G_3} = -\frac{L}{2} \cdot \vec{y_1}$

$$I(O', S_3) = I(G_3, S_3)_{B_{y_1}} + M_3 \begin{bmatrix} \frac{L^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{B_{y_1}} = \begin{bmatrix} a' & & (0) \\ & b' & \\ (0) & & c' \end{bmatrix}$$

* Torseur des actions mécaniques sur le solide $S = S_1 + S_2$

• Poids : $\mathcal{T}_{\text{poids} \rightarrow S_3} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -mg & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_3}$

$\mathcal{T}_{\text{poids} \rightarrow S_1 + S_2} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -(m_1 + m_2)g & 0 \\ 0 & -mg \cos(\theta) \end{array} \right\}_{B_0}$

• Force de ressort : $\mathcal{T}_{\text{ressort} \rightarrow S} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ k(a - l_0) & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_3}$

○ Centre de gravité du système $\approx G_3$ cf calcul et masse mis en jeu $\approx \text{kg} \neq 60 \text{ g}$

○ Centre de gravité de $(S_1 + S_2)$: $\vec{OG} = \frac{m_1 R}{m_1 + m_2} \cdot \vec{e}_2$
 $L \approx 2 \text{ mm}$

○ calcul du torseur cinématique de S_3 et (S_1, S_2)

$$* S_3 : \mathcal{V}_{S_3 / \mathcal{R}_g} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\gamma} \cdot \vec{g} \end{array} \right\}_{G_3}$$

$$* \mathcal{V}_{(S_1 + S_2) / \mathcal{R}_g} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 \\ \frac{m_1}{m_1 + m_2} R \dot{\theta} \cdot \vec{e}_\theta \end{array} \right\}_B$$

○ Calcul du torseur dynamique de S_3 et S_1, S_2

* S_3 : $\mathcal{D}_{S_3/R_0}$

$$\cdot \vec{\gamma}(S_3/R_0) = m_3 \frac{d\vec{v}(G_3, S_3/R_0)}{dt} = m_3 \ddot{y}(t) \cdot \vec{g}$$

$$\cdot \vec{\delta}(G_3, S_3/R_0) = \vec{0} \text{ car solide en translation}$$

$$\mathcal{D}(S_3/R_0) = \left\{ \begin{matrix} m_3 \ddot{y} \cdot \vec{g} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_3} = \left\{ \begin{matrix} m_3 \ddot{y} \cdot \vec{g} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_0}$$

* $S_1 + S_2$: $\mathcal{D}(S_1 + S_2/R_0) = ?$

$$\cdot \vec{\gamma}(S_1 + S_2/R_0) = (m_1 + m_2) \frac{d\vec{v}(G, S_1 + S_2/R_0)}{dt}$$

$$= M R_2 \ddot{\theta} \cdot \vec{e}_\theta - M R_2 \dot{\theta}^2 \vec{e}_r \quad \text{avec } M = m_1 + m_2$$

$$\vec{\delta}(O', S/R_g) = \frac{d \vec{\Gamma}(O', S_{12}) \vec{R}(S_{12}/R_g)}{dt} \Big|_{R_g}$$

$$= \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a & b^{(0)} \\ (0) & c \end{bmatrix}_B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_B \Big|_{R_g}$$

$$= \frac{d(\omega \vec{z}_1)}{dt} \Big|_{R_g} = \frac{d(\omega \vec{z}_1)}{dt} \Big|_B + \vec{\gamma}(S_{12}/R_g) \wedge (\omega \vec{z}_1)$$

$$= \frac{d(\omega \vec{z}_1)}{dt} + \begin{pmatrix} \pi_1 R_2 \dot{\theta} \\ \pi_1 R_2 \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} = \omega \ddot{\theta} \vec{z}_1 + \pi_1 R_2 \dot{\theta} \vec{e}_1 + \pi_1 R_2 \dot{\theta}^2 \vec{e}_0$$

$$\text{donc } \mathcal{D}(S_1, S_2/R_g) = \begin{cases} \pi_1 R_2 (\ddot{\theta} \vec{e}_0 - \dot{\theta} \vec{e}_1) \\ \pi_1 R_2 (\ddot{\theta} \vec{e}_1 + \dot{\theta}^2 \vec{e}_0) + \omega \ddot{\theta} \vec{z}_1 \end{cases}_{B}$$

$$= \begin{cases} \pi_1 R_2 (\ddot{\theta} \vec{e}_0 - \dot{\theta} \vec{e}_1) \\ (\pi_1 R_2 + \frac{L}{2}) \ddot{\theta} \vec{e}_2 + \dot{\theta} (\pi_1 R_2 \dot{\theta} + \frac{L}{2}) \vec{e}_0 + \omega \ddot{\theta} \vec{z}_1 \end{cases}_{G_3}$$

On applique le PFD en G_3 .

On a $\vec{e}_x = \cos \theta \vec{x} + \sin \theta \vec{y}$

$\vec{e}_\theta = -\sin \theta \vec{x} + \cos \theta \vec{y}$

On applique le PFD à $S = S_1 + S_2 + S_3$ dans $\mathcal{R}_g$.

On a donc :

$$\mathcal{D}(S_1 + S_2 / \mathcal{R}_g) + \mathcal{D}(S_3 / \mathcal{R}_g) = \vec{F}_{\text{poids} \rightarrow S_1 + S_2} + \vec{F}_{\text{poids} \rightarrow S_3} + \vec{F}_{\text{glissière} \rightarrow S_1} + \vec{F}_{\text{glissière} \rightarrow S}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_1 R_2 (\ddot{\theta} \vec{e}_\theta - \dot{\theta}^2 \vec{e}_x) \\ (M_1 R_2 + \frac{L}{2}) \ddot{\theta} \vec{e}_x + \dot{\theta} (M_1 R_2 \dot{\theta} + \frac{L}{2}) \vec{e}_\theta + \dots \end{array} \right\}_{\vec{H}} + \left\{ \begin{array}{l} M_3 \ddot{y} (H) \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\} = \dots$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_1 R_2 (\ddot{\theta} \vec{e}_\theta - \dot{\theta}^2 \vec{e}_x) + M_3 \ddot{y} (H) \vec{y} = -k(y(H) - R_3 - l_0) - (M_1 + M_2 + M_3) g \vec{y} \\ A = \dots \end{array} \right.$$

selon $\vec{y}$:

$$m_3 \ddot{y}(t) + m R_2 \ddot{\theta} \cos \theta - m R_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta = -k(y(t) - R_3 - l_0) - m_{\text{tot}} g$$
$$\Rightarrow \ddot{y}(t) + \frac{k}{m_3} y(t) = -\left(\frac{m_{\text{tot}}}{m_3} + \frac{m_{\text{tot}} R_2}{m_3} \ddot{\theta} \cos \theta - \frac{m_{\text{tot}}}{m_3} R_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta \right) + k(R_3 + l_0)$$

or $\ddot{\theta} = 0$ donc $\dot{\theta} = 0$

$$\text{donc : } (\forall) \ddot{y}(t) + \frac{k}{m_3} y(t) = \frac{k}{m_3} \left(\frac{R_3}{l} + l_0 \right) - \left(\frac{m_{\text{tot}}}{m_3} g \right) - \frac{m R_2}{m_3} \omega^2 \sin(\theta(t))$$

Par translation, d'origine 0, en posant $y = Y - l_{eq}$ on obtient :

$$\ddot{Y} + \frac{k}{m_3} Y = - \frac{m_1 R_2}{m_3} \omega^2 \sin(\omega t)$$

$$\text{Passage au complexe : } |\underline{Y}| = \frac{\alpha \omega^4}{|\omega_0^2 - \omega^2|} = \frac{-\alpha \omega^2}{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \quad \text{avec } \alpha = \frac{m_1}{m_3} R_2$$

Algorithme pour la resolution theorique

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3 import scipy as scp
4 import scipy.integrate as integre
5 #on pose tt les cst necessaires(k,M2,M3,l0,R3,R2)qui restes invariantes ds l'experience
6 k=500#N/m
7 Mmot=3.5#kg
8 Mdisc=17*(10**(-3))#kg
9 R=3*(10**(-2))#rayon disc =rayon moteur
10 g=9.8#N/kg constante de gravitation terrestre
11 l=(0.65)*(10**(-2))#longeur a vide du ressort
12 leq=l-((Mdisc+Mmot)/k)*g
13 d=(0.17)
14
15 def simulationacc (w,m):
16
17     def lambd(X,t):
18         return(np.array([X[1],(k/Mmot)*(R+l-X[0])-((m+Mmot+Mdisc)/Mmot)*g-(m/Mmot)*R*(w**2)*(np.sin(w*t))]))
19
20     Te=((np.pi)/w)#critere de shannon frequence echantillonnage doit etre sup a 2f(observée)
21     T=np.arange(0,20+Te,Te/100)
22     V= integre.odeint(lambd, np.array([leq,0]), T)
23     acc=[]
24     for i in range(len(V[:,0])):
25         acc.append((k/Mmot)*(R+l-V[i,0])-((m+Mmot+Mdisc)/Mmot)*g-(m/Mmot)*R*(w**2)*(np.sin(w*T[i])))
26
27     ac=np.array(acc)
28     #print(ac)
29     #print(V[0,0])
30     a=np.max(abs(V[:,0]))#valeurs max allongement
31     b=np.max(abs(V[:,1]))#valeurs max vitesse
32     c=np.max(abs(ac)) #valeur max acceleration
33     return(c)
```

Dentition des
paramètres utiles

Defintion de la
fonction vectoriel
utilise pour le
résolution

Resolution avec
module le scipy et la
fonction odeint

Extraction des
valeurs
d'accelerations

```
def graph1():
    W=[[179,228,246,261,273,285,299,300],[199,223.5,244.2,251,262.4,273,293.9,294.4],\
       [185,209,215,239,243,248,254,263],[186.5,195.9,202.8,234.8,244.2,249,256.6,263.7]]
    w=[[],[],[],[],[],]
    #convertir les pulsatio de rad/s en tr/min pour grapher car tr/min parle plus
    for i in range(4):
        for k in range (8):
            w[i].append((W[i][k])*(60/(2*(np.pi))))
```

Création liste de
valeurs de vitesses

```
# print(w)
m=[0.0017,0.0031,0.0038,0.0045]
y=[[],[],[],[],]
for i in range(4):
    for p in W[i]:
        #Y represent une liste de liste ou dans chaque sous-liste on a accmax pour
        # dif valeur de W et les ss liste sons pour dif valeur de m
        y[i].append(simulationacc (p,m[i]))

    #print(y[i])
```

Création des liste de
valeurs
d'accélérations pour
différentes vitesses
de rotations

Recuperation des
valeurs
expérimentales

```
ypratique=[[],[],[],[],]
wpratique=[[],[],[],[],]
wpratique[0],ypratique[0]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(w)m1.txt",unpack=True)
wpratique[1],ypratique[1]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(w)m2.txt",unpack=True)
wpratique[2],ypratique[2]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(w)m3.txt",unpack=True)
wpratique[3],ypratique[3]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(w)m4.txt",unpack=True)
```

Graphe des
fonctions

```
figure1=plt.figure()
plt.title("acceleration fonction de W pour differente valeur m(balourd)")
plt.xlabel('w')
plt.ylabel('acc')
plt.plot(w[0],y[0], color="b",label="masse1")
plt.plot(w[1],y[1], color="r",label="masse2")
plt.plot(w[2],y[2], color="g",label="masse3")
```

```

plt.plot(w[1],y[1], color="r",label="masse2")
plt.plot(w[2],y[2], color="y",label="masse3")
plt.plot(w[3],y[3], color="g",label="masse4")

#ajouter line style et finir les grphs , attention ordre des liste qd loadtxt

plt.plot(wpratique[0],ypratique[0], color="b",linestyle=':',label="masse1 exp")
plt.plot(wpratique[1],ypratique[1], color="r",linestyle=':',label="masse2 exp")
plt.plot(wpratique[2],ypratique[2], color="y",linestyle=':',label="masse3 exp")
plt.plot(wpratique[3],ypratique[3], color="g",linestyle=':',label="masse4 exp")
plt.legend()

#xvaleur theorique '''
x=[[y[0][0],y[1][0],y[2][0],y[3][0]] , [y[0][1],y[1][1],y[2][1],y[3][1]] , [y[0][2],y[1][2],y[2][2],y[3][2]] , [y[0][3],y[1][3],y[2][3],y[3][3]]]#on a pu
dif valeur de w et pour chaque ss-liste est compose des differente valeurs de acc pour les difs m
#print(x)

#xvaleur pratique de l'experience '''
xpratique=[[[]],[[]],[[]],[[]]]
massepartique=[[[]],[[]],[[]],[[]]]
massepartique[0], xpratique[0]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(m)w1.txt",unpack=True)
massepartique[1], xpratique[1]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(m)w2.txt",unpack=True)
massepartique[2], xpratique[2]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(m)w3.txt",unpack=True)
massepartique[3], xpratique[3]=np.loadtxt("C:/Users/andre/Documents/prepa/tipe/tipe equilibrage/experiences latis/modelistaion python/acc=f(m)w4.txt",unpack=True)
print(massepartique , xpratique)

figure2=plt.figure()
plt.title("acceleration fonction de m pour differente valeur w")
plt.xlabel('t')
plt.ylabel('acc')
plt.plot(m,x[0], color="b",label="W 1900 tr/min")
plt.plot(m,x[1], color="r",label="W 2100 tr/min")
plt.plot(m,x[2], color="y",label="W 2300 tr/min")
plt.plot(m,x[3], color="g",label="W 2500 tr/min")
plt.plot(massepartique[0],xpratique[0], color="b",linestyle=':',label="W 1900 tr/min exp")
plt.plot(massepartique[1],xpratique[1], color="r",linestyle=':',label="W 2100 tr/min exp")
plt.plot(massepartique[2],xpratique[2], color="y",linestyle=':',label="W 2300 tr/min exp")
plt.plot(massepartique[3],xpratique[3], color="g",linestyle=':',label="W 2500 tr/min exp")

plt.legend()

#plt.axis([0., 5., -1/10., 1/10.])
plt.show()

```