BATARD Guillaume TIPE 2018

Rebond d’une balle de Tennis

Dans quelle mesure varie la trajectoire d’une balle de tennis selon la surface sur laquelle elle rebondit ?

I-Caractéristiques du terrain

1) Coefficient de restitution
2) Coefficient de friction
3) CPI

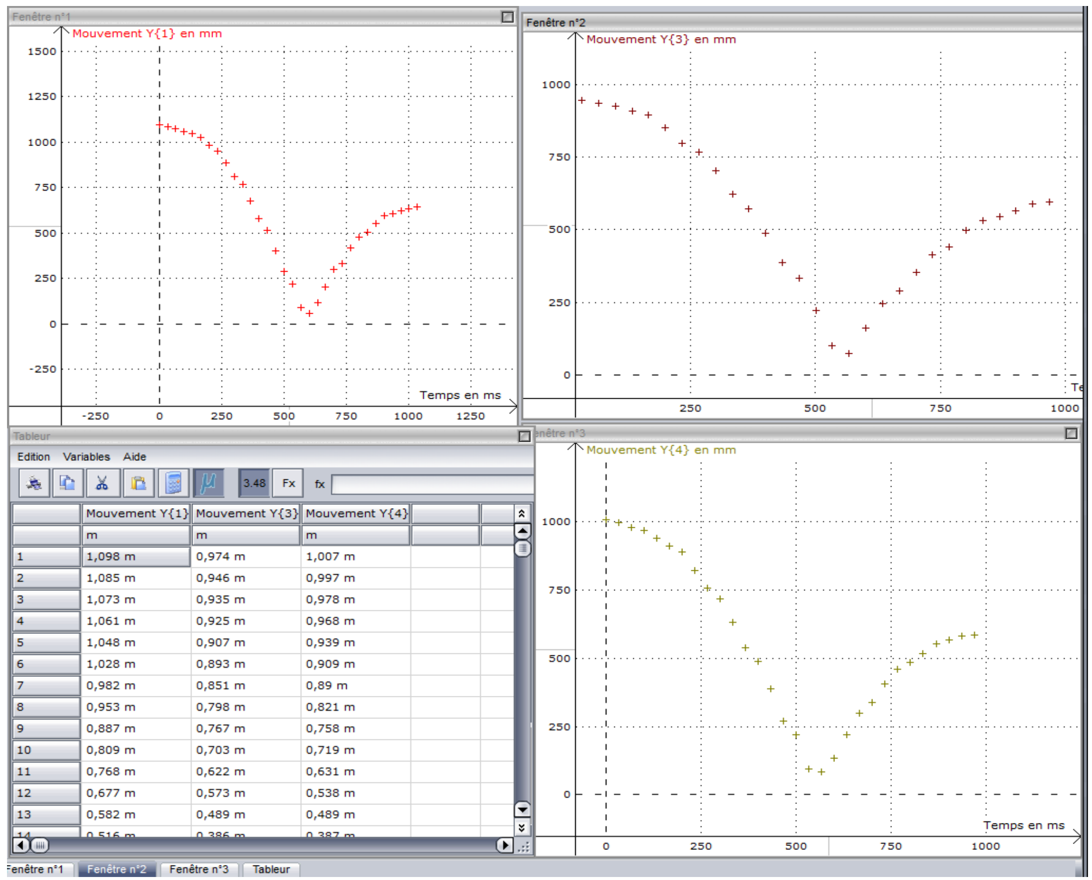
II- Influence de l’aplatissement

1) Contact de Hertz
2) Comparaison expérimentale

1) Coefficient de restitution

- Méthode : mesure du rebond sans vitesse initiale

$$\boxed{e = \sqrt{\frac{h_f}{h_i}}}$$



1) Coefficient de restitution

Dur (GreenSet) :

Hauteur max avant rebond (m)	Hauteur max après rebond (m)	Coefficient de restitution e
1,10	0,64	0,77
0,98	0,60	0,78
1,01	0,59	0,76

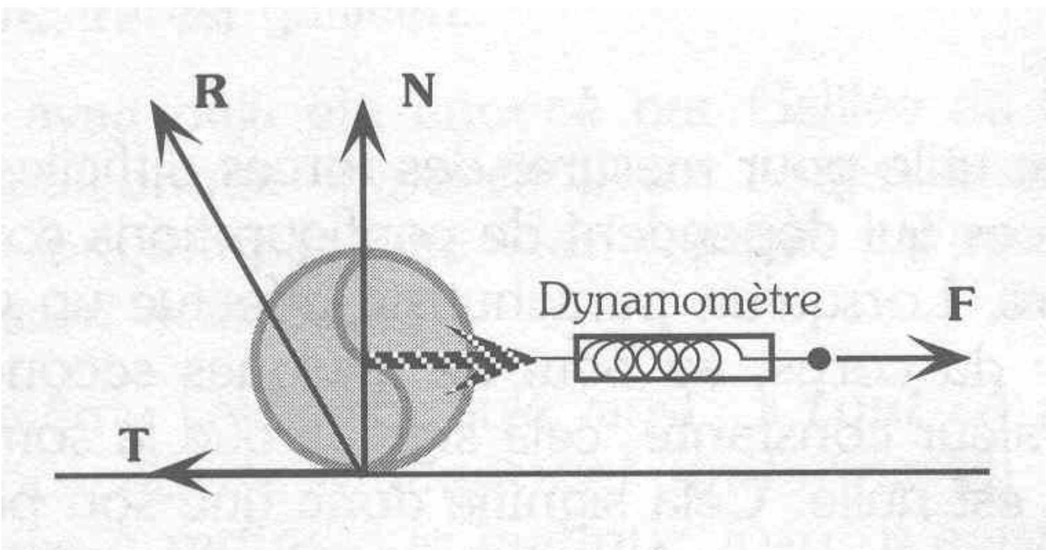
$$e_{greenset} = 0,77 \pm 0,2$$

Terre battue :

$$e_{terrebattue} = 0,73 \pm 0,3$$

2) Coefficient de friction

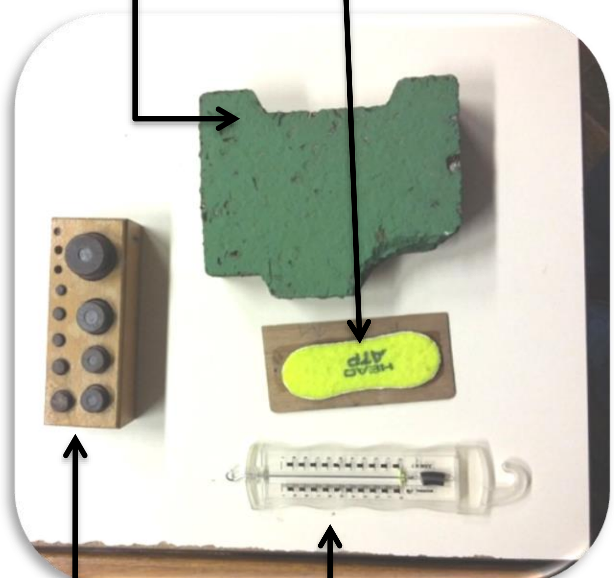
Méthode : mesure de la force tangentielle $\left\|\vec{T}\right\|$



Source : ESPCI Paris

Surface (GreenSet)

Balle aplatie



Masses

Dynamomètre(1N)

2) Coefficient de friction

- Dur (GreenSet) :

Masse ajoutée (kg)	**0**	**0,02**	**0,05**	**0,07**	**0,1**
Masse et balle (kg)	0,04	0,06	0,09	0,11	0,14
Poids (N)	0,44	0,64	0,93	1,13	1,42
Force tangentielle (N)	0,39	0,56	0,78	0,94	1,26

Force normale : $\left\|\vec{P}\right\| = mg$

Loi de Coulomb à la limite du glissement : $\boxed{\left\|\vec{T}\right\| = f \cdot \left\|\vec{P}\right\|}$

$$\boxed{f = \frac{\left\|\vec{T}\right\|}{\left\|\vec{P}\right\|}}$$

f coefficient de frottement

Dur (GreenSet) : $f_{greenset} = 0,87 \pm 0,06$

Terre battue : $f_{terrebattue} = 0,95 \pm 0,02$

3) CPI (Court Pace Index)

$$\boxed{CPI = 100(1-f) + 150(0.81-e)}$$

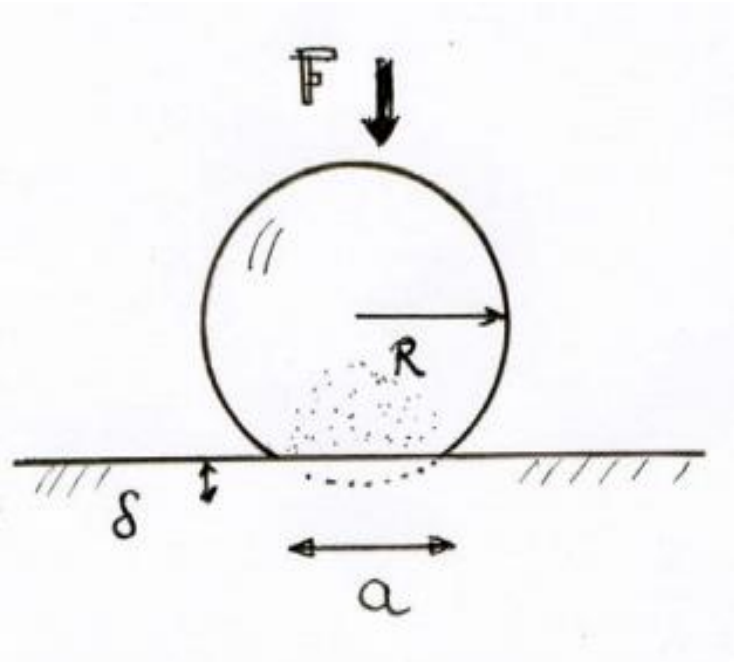
Dur (GreenSet) : CPI= 19.5

Terre battue : CPI = 17

$$CPI_{the} \leq CPI_{\exp} \quad \text{car} \quad f_{the} \leq f_{\exp}$$

II- Influence de l'aplatissement
1) Contact de Hertz

$$\boxed{F = ER^{\frac{1}{2}}\delta^{\frac{3}{2}}}$$



F : Force s'appliquant à la balle

E : Module d'Young

δ : L'enfoncement

a) Détermination du module d'Young

- Loi de Hooke : $\boxed{\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}}$ donc $\boxed{E = \frac{l_0 F}{S\Delta l}}$

F = P =mg : Force s'appliquant à la balle

E : Module d'Young

Δl : compression de la balle

l_0 = 2R : la longueur à vide de la balle

a) Détermination du module d'Young

$$l_0 = 1,27.10^{-1} m$$

$$S = 9,62.10^{-4} m$$

Masse (kg)	1,5	3
Poids (N)	14,71	29,43
$\Delta l (mm)$	0,28	0,52
E (Pa)	$7,8.10^6$	$7,5.10^6$

$$\boxed{E = 7,65.10^6 \, Pa}$$

b) Détermination de l'enfoncement

Méthode : Etude énergétique

$$\boxed{F = ER^{\frac{1}{2}}\delta^{\frac{3}{2}}}$$ donc $$\boxed{E_p = ER^{\frac{1}{2}}\delta^{\frac{3}{2}}z}$$

Théorème de l'énergie mécanique : $\Delta E_m = 0$

Avec $E_m = 0 = E_p + mgz + \frac{1}{2}mv^2$

Donc : $$\boxed{\delta = (\frac{mv^2}{2ER^{\frac{3}{2}}} + \frac{mg}{ER^{\frac{1}{2}}})^{\frac{2}{3}}}$$

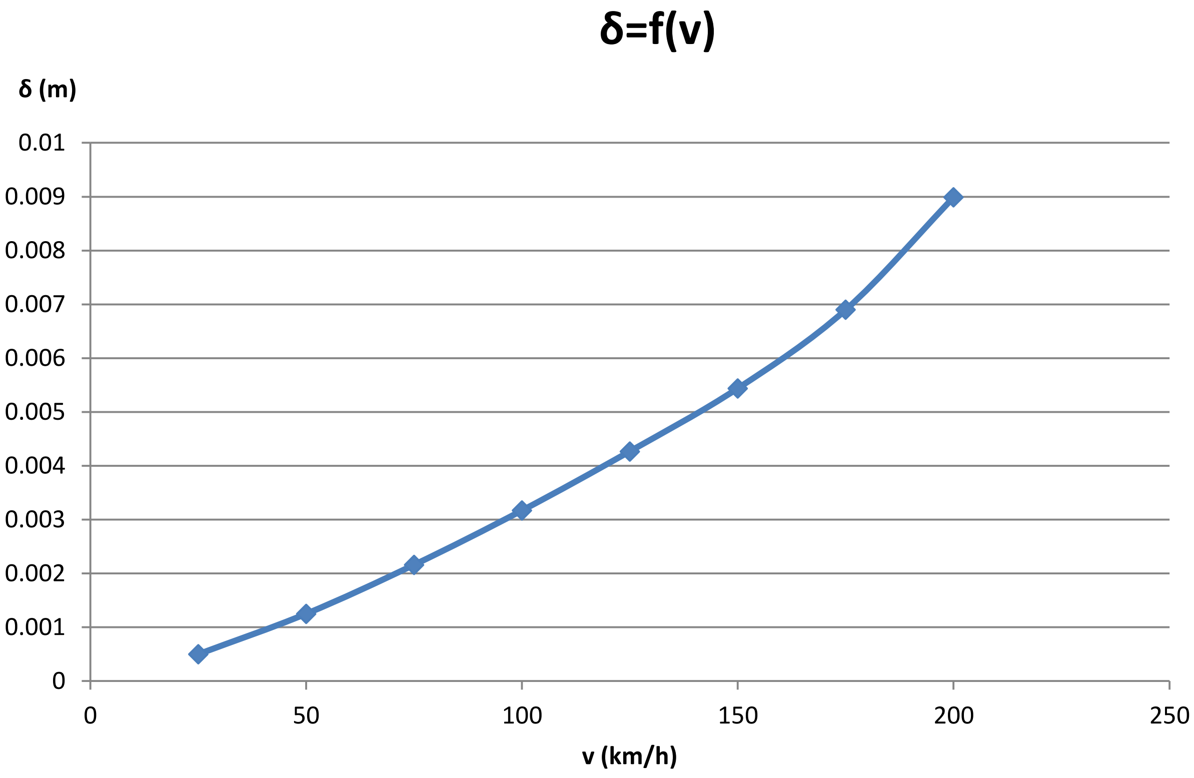
b) Détermination de l’enfoncement

Avec:

$$R = 6,35.10^{-2}\,m$$

$$m = 56,70.10^{-3}\,kg$$

$$E = 7,65.10^{6}\,Pa$$



c) Détermination de l'air de contact

Pour: $v_{moy} = 112,5 km.h^{-1} = 31,11 m.s^{-1}$

$$\boxed{\delta_{moy} = 3,7.10^{-3} m}$$

Lors d'un contact de Hertz : $\boxed{a^2 = \delta R}$

Donc $a = \sqrt{R\delta}$

$$a_{moy} = 1,5.10^{-2} m$$

Puis $\boxed{A_{contact} = \pi a^2 = 7,4.10^{-4} m^2}$

2) Comparaison expérimentale

- Dur (GreenSet) :

Masse ajoutée (kg)	0	0,02	0,05	0,07	0,1
Masse et balle (kg)	0,04	0,06	0,09	0,11	0,14
Poids (N)	0,44	0,64	0,93	1,13	1,42
Force tangentielle (N)	0,21	0,33	0,55	0,74	0,88

$$\boxed{f_{greenset} = 0,57 \pm 0,2}$$

$S = 7,4 cm^2$

- Terre battue : $\boxed{f_{terrebattue} = 0,69 \pm 0,3}$

Conclusion

- $f_{th} = f_{\exp}$ donc hypothèse du contact de Hertz vérifiée

- Rebond dépendant :

  Des caractéristiques de la surface (coefficient de frottement et de restitution)

  Du modèle de balle utilisée (module d'Young propre à chaque type de balle)

Annexes

e = $\sqrt{\frac{vf}{vi}}$

On néglige les frottements de l'air: * Emi=mgHi=$\frac{1}{2}mvi^2$

* Emf=mgHf=$\frac{1}{2}mvf^2$

Donc vf^2=2gHf et vi^2=2gHi

Pas de forces non conservatives, avec le théoreme de l'energie mécanique :

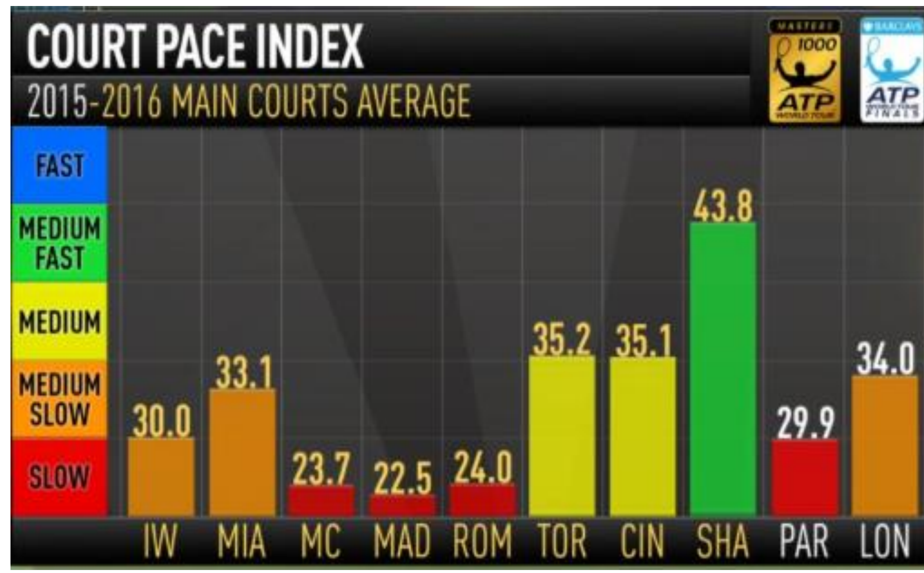
e^2=$(\frac{vf}{vi})^2$=$(\frac{hf}{hi})^2$

Donc e = $\sqrt{\frac{hf}{hi}}$

Valeurs théoriques du CPI et des coefficient de restitution et de friction

Category	COR	COF
High	≥0.85	≥0.71
Medium	0.79-0.84	0.56-0.70
Low	≤0.78	≤0.55

Source: ITFtennis.com



Utilisation du théorème de l'énergie cinétique

Etude énergétique

$F = ER^{1/2}\delta^{3/2}$ $\qquad P = -mg$

$\dfrac{dE_p}{dz} = -F$ $\qquad$ donc $E_p = -ER^{1/2}\delta^{3/2} z$

où z est la position de la balle

$$E_m = E_p + E_c + E_{ppes} = -ER^{1/2}\delta^{3/2} z + \frac{1}{2} m v^2 + mgz$$

où : v est la vitesse de la balle
E_c son énergie cinétique
E_{ppes} son énergie potentielle de pesanteur
E_m son énergie mécanique

E_m n'est soumis qu'à des forces conservatives donc d'après le théorème de l'énergie mécanique : $\Delta E_m = 0 = E_m(B) - E_m(A)$

On choisit $B(z = R, v = v)$ et $A(z = 0, v = 0)$

$$E_m(B) - E_m(A) = 0$$

$$\Leftrightarrow -ER^{1/2}\delta R + \frac{1}{2} m v^2 + mgR + ER^{1/2}\delta^{3/2}(0) - \frac{1}{2} m (0)^2 - mg(0) = 0$$

$$\Leftrightarrow ER^{3/2}\delta = \frac{1}{2} m v^2 + mgR$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\delta = \left(\frac{1}{2}\frac{mv^2}{ER^{3/2}} + \frac{mg}{ER^{1/2}}\right)^{2/3}}$$