

# Le problème du sac à dos et son application à un exemple concret en 3D.

C'est un problème d'optimisation combinatoire en l'informatique. La recherche de solution optimale et son application à des problèmes concrets permet de prendre conscience de la place de l'informatique au quotidien.

## Positionnement thématique (étape 1)

*INFORMATIQUE (Informatique pratique), INFORMATIQUE (Informatique Théorique), INFORMATIQUE (Technologies informatiques).*

## Mots-clés (étape 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>optimisation combinatoire</i>	<i>Combinatorial optimization</i>
<i>sac à dos multidimensionnel</i>	<i>Multi-dimensional knapsack problem</i>
<i>algorithme glouton</i>	<i>Greedy algorithm</i>
<i>programmation dynamique</i>	<i>Dynamic programming</i>
<i>application 3D</i>	<i>3D application</i>

## Bibliographie commentée

Les problèmes d'optimisation combinatoire sont des problèmes informatiques qui trouvent des applications dans de nombreux domaines. Par exemple, le problème du sac à dos qui consiste à remplir un sac de manière la plus intéressante possible sans dépasser une certaine capacité, permet de modéliser de nombreux problèmes comme le remplissage d'une soute ou encore la gestion de portefeuilles ou de personnel [1].

Il existe de nombreuses déclinaisons du problème de base comme le sac à dos multi-objectif qui consiste à maximiser plusieurs objectifs, ou le sac à dos quadriple qui traduit le lien entre plusieurs objets (perte ou gain d'un avantage en prenant plusieurs objets ensemble) [2]. Nous nous intéressons ici au problème du sac à dos multidimensionnel, c'est à dire que nous prenons en compte la capacité du sac mais aussi le volume à ne pas dépasser, dans le but de modéliser le remplissage d'un camion de livraison.

Le principe de résolution d'un tel problème consiste à trouver la meilleure solution en un temps minimal (complexité temporelle), sans utiliser trop de ressource (complexité spatiale ). Il existe pour cela deux approches :

Le calcul heuristique ou approché d'une solution, qui n'est pas forcément la meilleure, mais qui donne rapidement un résultat dans de nombreux cas satisfaisants. C'est le cas d'un algorithme glouton [3] qui fait le choix optimal localement. Pour cela on réalise un tri par ordre de valeur décroissante, et on choisit le meilleur objet jusqu'à remplir le sac. Le principal problème de cette

méthode est qu'elle ne remet pas en cause les choix précédents et ne donne donc pas nécessairement une solution optimale.

La recherche d'une solution exacte peut se faire à travers plusieurs méthodes, à commencer par la méthode naïve consistant à parcourir toutes les solutions possibles. Cette méthode est irréalisable pour des problèmes possédant plus que quelques objets, car la complexité est exponentielle. Il est donc nécessaire de trouver d'autres méthodes pour résoudre ce problème : c'est le but de la programmation dynamique. Il existe alors deux approches majeures. La première est le procédé de séparation et d'évaluation (PSE) [4] qui consiste à explorer les solutions de manière la plus efficace possible en ne tenant pas compte de celles qui sont irréalisables ou qui n'améliorent pas le problème. L'autre manière est de considérer que toute combinaison optimale est constituée de sous-combinaisons optimales[5]. Ainsi on crée un tableau dont le numéro de colonne correspond au poids occupé par une combinaison (somme des poids des objets constituant une solution) et le numéro de ligne correspond à l'objet à évaluer, chaque case est donc remplie de manière à obtenir la meilleure combinaison sans dépasser la capacité, grâce à la formule :

$M[i][j] = \max(M[i-1][j], M[i-1][j-P_i] + V_i)$  où  $V_i$  et  $P_i$  correspondent à la valeur et au poids de l'objet  $i$ . Il existe plusieurs manières de mettre en place ces deux méthodes, plus ou moins efficaces en fonction du langage et de la quantité d'objets.

## Problématique retenue

Adapter les algorithmes présentés ci-dessus à une structure pour laquelle les objets mis dans le sac sont en 3D ( sac à dos multidimensionnel ), c'est à dire avec une contrainte de poids et de volume.

J'essaierai alors de modéliser et résoudre le problème de chargement d'un camion de livraison.

## Objectifs du TIPE

- 1) Afin de répondre à la problématique, je vais adapter les algorithmes présentés ( méthode naïve, algorithmes glouton, programmation dynamique) ci-dessus à une structure concrète (remplissage d'un camion) possédant des objets en 3D.
- 2) La seconde étape consiste à exploiter ces algorithmes sur différentes combinaisons d'objets et de comparer l'influence et l'impact de ces approches sur ces exemples afin d'associer ces algorithmes aux situations qui leur sont adaptées.

## Abstract

This project focuses on a combinatorial optimization problem, the knapsack problem. It has a lot of application in many fields. During my work, I pursued the question of the truck's loading, with 3D objects.

To solve this problem with a computer and find a solution for the exponential complexity, I analyzed two approaches the greedy algorithm and the dynamic programming. The first one was to find a quick but no optimal solution and the second was to find one of the optimal solution more slowly. I concluded that the choice of one approach depends on the conditions and the expectations.

## Références bibliographiques

- [1] MOHAMED ESSEGHIR LALAMI , DIDIER ELBAZ , MOUSSA ELKIHIL , VINCENT BOYER : Une heuristique pour le problème du sac à dos multiple en variables 0-1 :  
*<https://homepages.laas.fr/elbaz/lalami.pdf>*
- [2] MOHAMED ELHAVEDH OULD AHMED MOUNIR : Contribution à la résolution du sac-à-dos à contraintes disjonctives : *thèse présentée devant l'Université de Picardie Jules Verne pour obtenir le grade de : DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PICARDIE JULES VERNE Mention informatique, 2009, pages 6-20*
- [3] CHRISTOPHE WILBAUT : Heuristiques Hybrides pour la Résolution de Problèmes en Variables 0-1 Mixtes : *thèse présentée pour l'obtention du Doctorat de l'université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis Spécialité Automatique et Informatique des Systèmes Industriels et Humains Discipline : Informatique, page 34*
- [4] YIFANG LI, YANNICK KERGOSENIEN , JEAN-CHARLES BILLAUT : Méthode exacte :  
*[https://interstices.info/jcms/c\\_19213/le-probleme-du-sac-a-dos](https://interstices.info/jcms/c_19213/le-probleme-du-sac-a-dos)*
- [5] MOHAMED ESSEGHIR LALAMI : Contribution à la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire: méthodes heuristiques et parallèles : *Projet de mémoire pour l'obtention du titre de Docteur en Systèmes Informatiques et Automatiques de l'Ecole Doctorale EDSYS, page 14-17*