

Pavage régulier et semi-régulier du plan.

L'observation des ruches et de la structure des alvéoles de forme hexagonale m'a naturellement conduit à m'intéresser au pavage du plan, d'abord régulier, puis semi-régulier afin d'avoir un champ d'étude plus étendu. Ce sujet d'étude s'inscrit directement dans le thème de l'année, d'une part à travers le choix des figures à utiliser pour paver le plan, d'autre part en étudiant les contraintes régissant les pavages du plan.

Positionnement thématique (étape 1)

MATHEMATIQUES (Géométrie), INFORMATIQUE (Informatique Théorique), INFORMATIQUE (Informatique pratique).

Mots-clés (étape 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Pavage de plan</i>	<i>Plane paving</i>
<i>Régulier</i>	<i>Regular</i>
<i>Semi-régulier</i>	<i>Semi-regular</i>
<i>Analyse géométrique</i>	<i>Geometrical analysis</i>
<i>Simulation géométrique</i>	<i>Geometrical simulation</i>

Bibliographie commentée

Le pavage du plan possède non seulement des applications d'ordre décoratif (mosaïques, carrelages, pavage urbain etc. [1]) mais également des applications physiques (optimisation de la quantité de matière utilisée pour faire un remplissage solide dans le cadre de l'impression 3D, ou encore agencement des alvéoles dans les ruches chez les abeilles [2]). Ainsi, de nombreuses découvertes sur le plan géométrique et sur le plan topologique ont été faites à ce propos, même si certaines questions restent en suspens. Par exemple, les mathématiciens cherchent encore à déterminer une liste exhaustive de tous les pavages de plan possibles pour certaines configurations de figures. Cependant, ces questions en suspens concernent principalement les pavages de plan non réguliers, que nous ne traiterons pas dans ce projet. On se restreint ici à l'étude des pavages constitués d'un ou plusieurs types de polygones réguliers, appelés pavages réguliers et semi-réguliers du plan. Dans cette restriction, de nombreuses listes de pavages possibles ont été établies [3], et il semble exister peu de moyens pour en découvrir de nouveaux.

Une façon de trouver des nouveaux pavages de plan, ou au moins de vérifier qu'un assemblage de polygones réguliers représente un pavage de plan, est d'utiliser des outils informatiques. Ce domaine semble peu répandu, du moins dans le domaine public, car très peu de résultats de recherches correspondent aux attentes. Ainsi, peu de logiciels de pavage de plan sont disponibles. Il s'agit donc ici de créer des programmes permettant de simuler des pavages de plan, ou de vérifier la présence d'un pavage de plan sur une figure, ceci afin de pouvoir générer des listes de figures pouvant représenter un pavage de plan, pour ensuite en faire une étude plus approfondie pour pouvoir les classer.

La première étape pour arriver à cette fin est de déterminer les conditions nécessaires pour qu'un assemblage de polygones réguliers constitue un pavage du plan. Il existe en effet de nombreuses conditions nécessaires à l'existence d'un pavage du plan [4], autant du point de vue géométrique que topologique, mais nous nous intéresserons seulement au point de vue géométrique dans ce projet, car les études topologiques sont très compliquées à mettre en place du point de vue informatique.

La seconde étape consiste à créer des programmes permettant de générer des assemblages de polygones réguliers [5,6], puis d'autres permettant de vérifier les conditions trouvées précédemment. Ainsi, on sera au moins en mesure d'affirmer qu'une figure ne représente pas un pavage de plan, si elle ne vérifie pas certaines des conditions. Pour cela, il faudra faire appel informatiquement à des considérations géométriques sur les figures étudiées, tout en gardant une complexité temporelle raisonnable pour chacun des programmes, pour qu'une puissance de calcul modérée permette tout de même de faire aboutir les calculs.

Enfin, la réponse renvoyée par le programme permettra d'affirmer si la figure considérée peut constituer un pavage du plan ou non, ce qui permettra une étude plus approfondie des figures éventuellement valides, permettant alors de classer les figures obtenues et découvrir plus aisément de nouveaux types de pavages.

Problématique retenue

Dans quelle mesure peut-on, à partir de polygones réguliers donnés, créer à l'aide d'outils informatiques un pavage de plan ? Peut-on vérifier de façon informatique si un assemblage de polygones réguliers représente un pavage de plan ?

Objectifs du TIPE

Tout d'abord, il s'agit de déterminer les conditions nécessaires pour qu'un assemblage de polygones réguliers représente un pavage du plan.

Il faut ensuite trouver comment créer un assemblage de polygones à partir d'une liste de figures donnée à l'aide de programmes informatiques, en gardant une complexité temporelle et spatiale raisonnable.

Enfin, il faut être capable de vérifier informatiquement les conditions trouvées en premier lieu pour pouvoir affirmer si la figure constitue ou non un pavage de plan.

Abstract

The study of plan paving is empirical. This fact makes it possible to study plan paving with the help of computing, in order to determine lists of figures, making it possible to constitute a plan tiling. To do this, one have to define plan tiling and the properties that it checks, and then find out how to generate an assembly of figures, in order to later validate it. In the end, it can be asserted that a figure assembly does not constitute a plan tiling if necessary.

Références bibliographiques

- [1] SERGE MEHL : Pavages du plan : http://serge.mehl.free.fr/anx/pavages_plans.html
- [2] ALAIN SATABIN : L'âme de géomètre des abeilles :
http://www.pourlascience.fr/ewb_pages/a/article-l-ame-de-geometre-des-abeilles-22316.php
- [3] Pavage par des polygones réguliers :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pavage_par_des_polygones_r%C3%A9guliers
- [4] DEMAL MICHEL, DRAMAIX JÉRÉMY, HIGNY SAMUEL, LAFOT CINDY, MALAGUARNERA ANGELO, POPELER DANIELLE : Les pavages du plan avec des polygones réguliers :
http://www.cellulegeometrie.eu/documents/pub/pub_20.pdf
- [5] AZIZ EL KACIMI : Mouvements euclidiens et pavages : http://www.univ-valenciennes.fr/lamav/elkacimi/PAVAGES_EXPOSE.pdf
- [6] YVES DE ROP : Les pavages réguliers du plan :
<https://orbi.ulg.ac.be/bitstream/2268/18837/1/wallpaper.pdf>