

Repérage des constellations à partir d'une photographie prise par un télescope

Problématique: Comment localiser à partir d'une photographie et à l'aide d'une base de données sur les étoiles, les différentes constellations ?

Plan

- Résumé de l'étude réalisée par mon coéquipier
- Introduction
- Analyse des étoiles plus lumineuses
- Utilisation de base de données SQL
- Lien SQL / Photographie
- Affichage en pyplot
- Conclusion / Améliorations envisageables
- Problèmes dûs à la pollution lumineuse

De quelle manière peut-on se procurer une image nette du ciel dans le but de localiser, à l'aide d'une base de donnée sur les étoiles, les différents constellations ?

Les différents outils utilisés dans cette étude...

- lunettes astronomiques
- télescopes

.... Et les différents problèmes qui sont rencontrés:

- aberration chromatique
- résolution de la photo
- gêne de l'atmosphère → essayer de se placer au delà de l'atmosphère
- pollution lumineuse

Comment déterminer efficacement ces constellations?



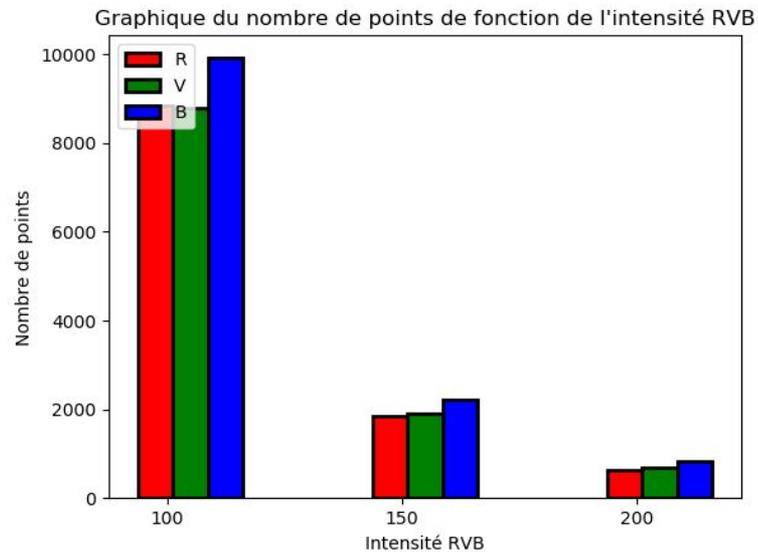
Constellation A

Constellation B

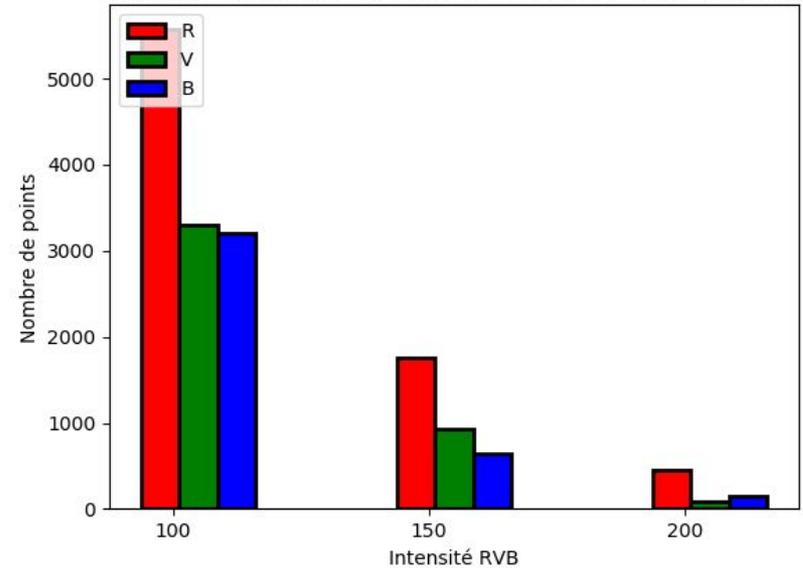


Etude du seuillage

Constellation A, seuillage : 207



Graphique du nombre de points de fonction de l'intensité RVB



Constellation B, seuillage : 195

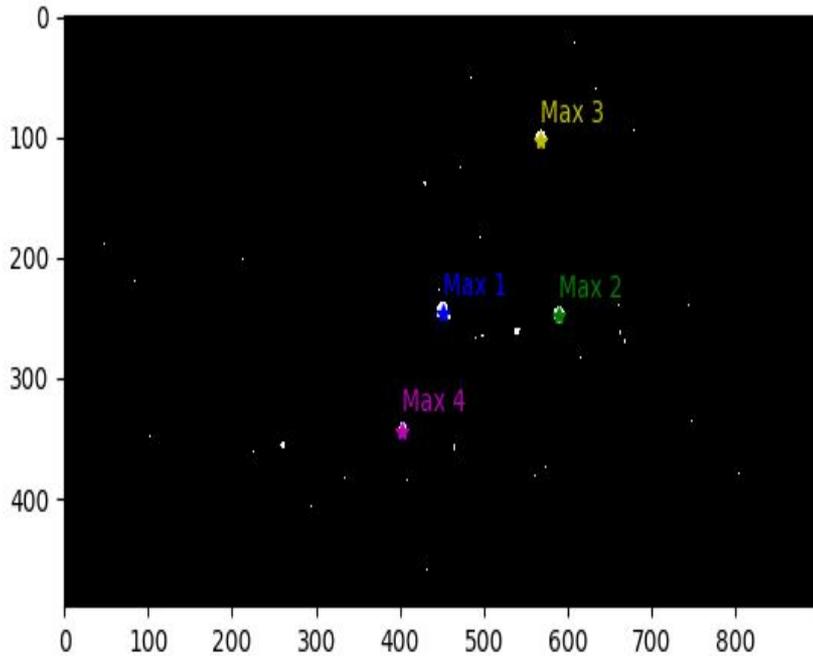
Programme de l'étude des maximums

L: liste de coordonnées supérieures au seuil
intervalle: déterminé à partir de la taille de l'image

- coordonnées point isolé
- nombre de pixels dans l'intervalle autour du point
- somme des coordonnées de x et de y

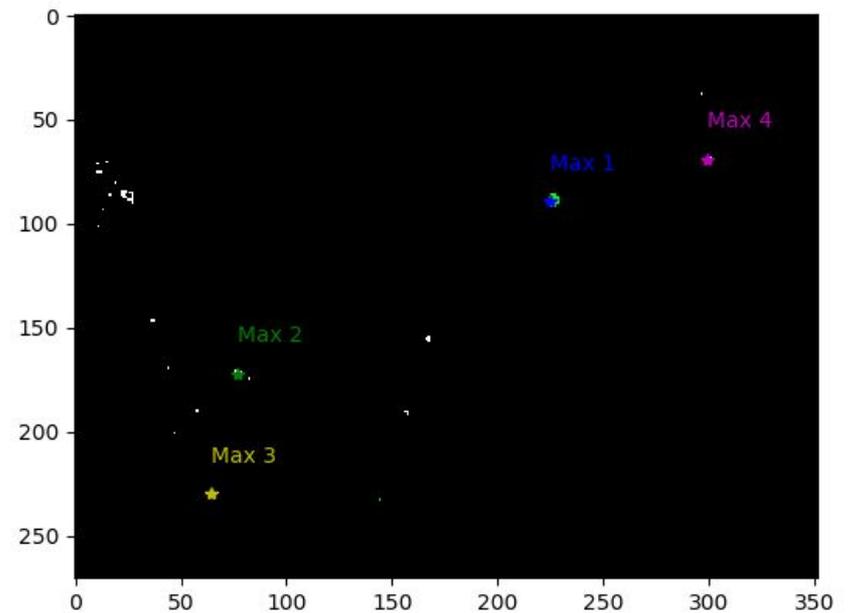
```
def pixel (L, intervalle):  
    pixel_iso_1 = [[L[1], 1, [L[1][0], [L[1][1]]]]  
    for k in L[1:]:  
        j = True  
        for i in pixel_iso_1:  
            if math.sqrt((i[0][0] - k[0]) ** 2 + (i[0][1] - k[1]) ** 2) < intervalle :  
                j = False  
                i[1] += 1  
                i[2].append(k[0])  
                i[3].append(k[1])  
        if j:  
            pixel_iso_1.append([k, 1, [k[0], [k[1]]]])
```

Détermination des points les plus éclairés



Constellation A

Constellation B



Création de la base de données SQL

Table "constellation"

Tables

constellation
etoiles



nom	id
aigle	1
lyre	2
cygne	3
bouvier	4
cocher	5
cassiopee	6
scorpion	7
grande_ourse	8

Table "etoile"

Exemple pour la constellation Cassiopée:

id	nom	constellation	dec	asc	lum
8	gamma	6	60.69	14.18	1
6	alpha	6	56.52	10.13	2
7	beta	6	59.14	2.30	3
12	delta	6	60.23	21.45	4
13	epsilon	6	63.64	28.60	5

dec: déclinaison

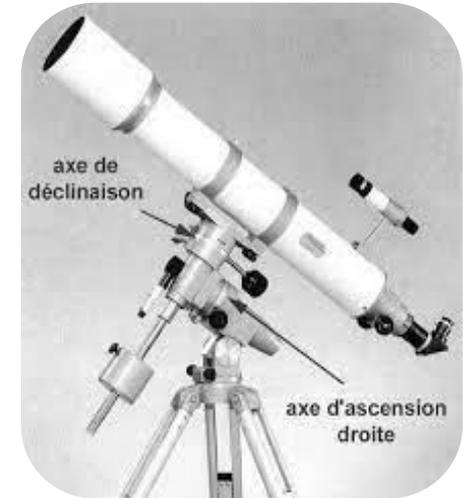
asc: ascension droite

lum: luminescence

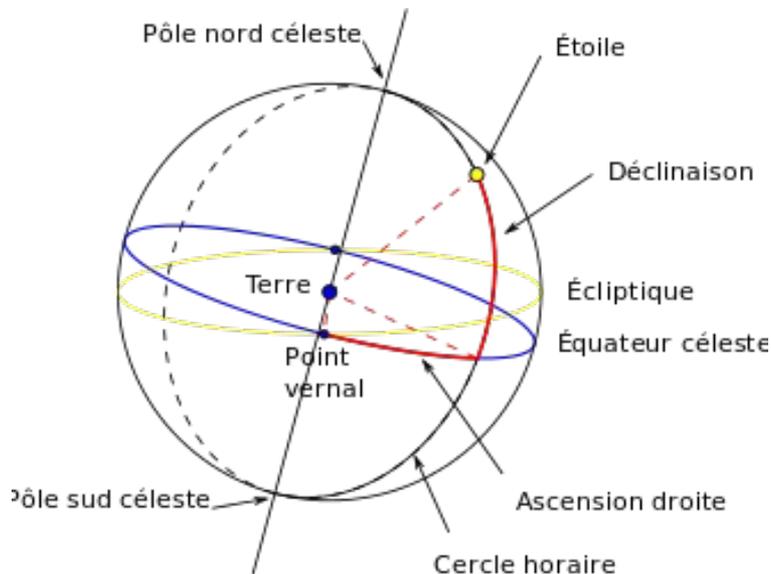
Détermination des angles

Conversion exemple:

- Ascension droite (entre 0 et 24h): 00h 56m 42.50s
→ 14.18°
- Déclinaison (entre $+90^\circ$ et -90°): $+60^\circ 40' 00.3''$
→ 60.68°



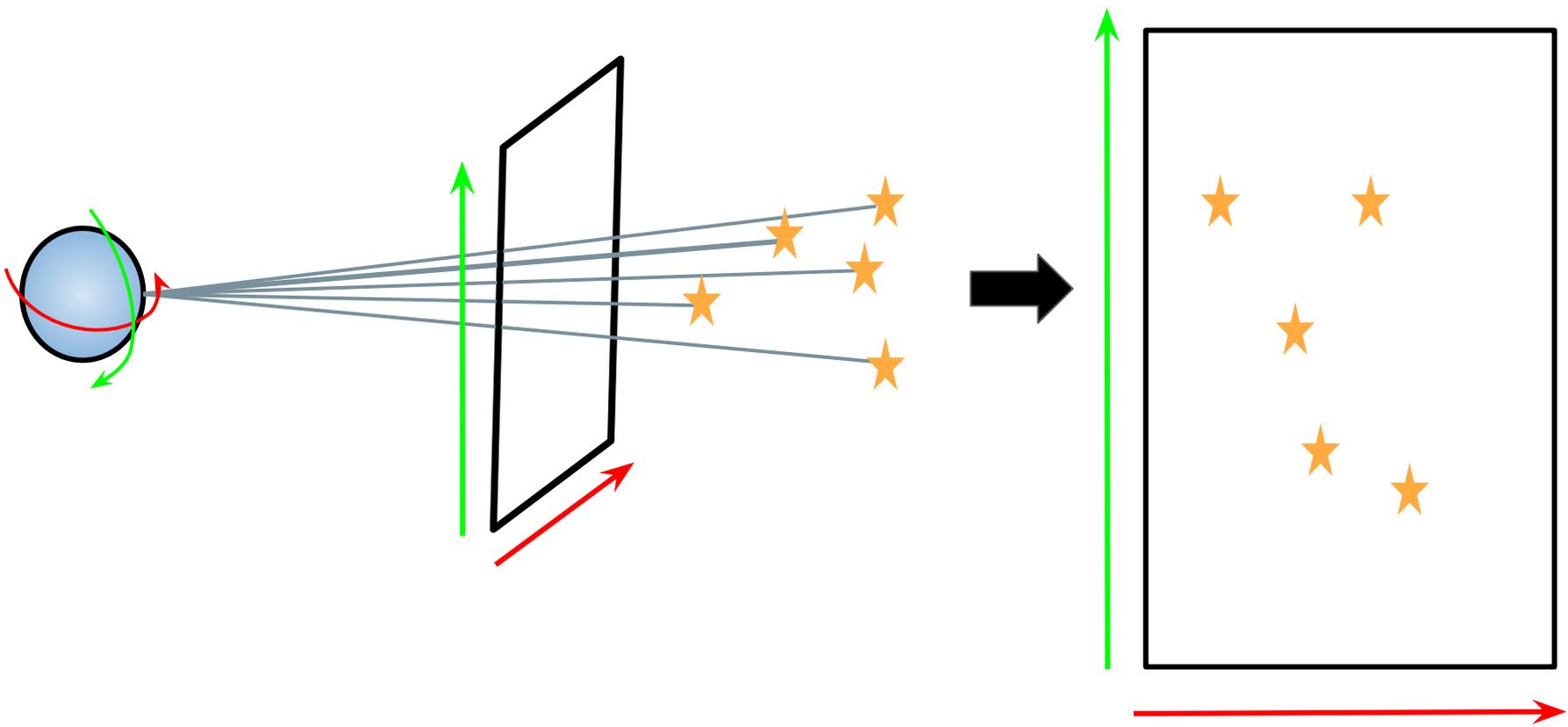
https://fr.wikipedia.org/wiki/Syst%C3%A8me_de_coordonn%C3%A9es_%C3%A9quatoriales#/media/Fichier:Coordonnees_equatoriales.svg



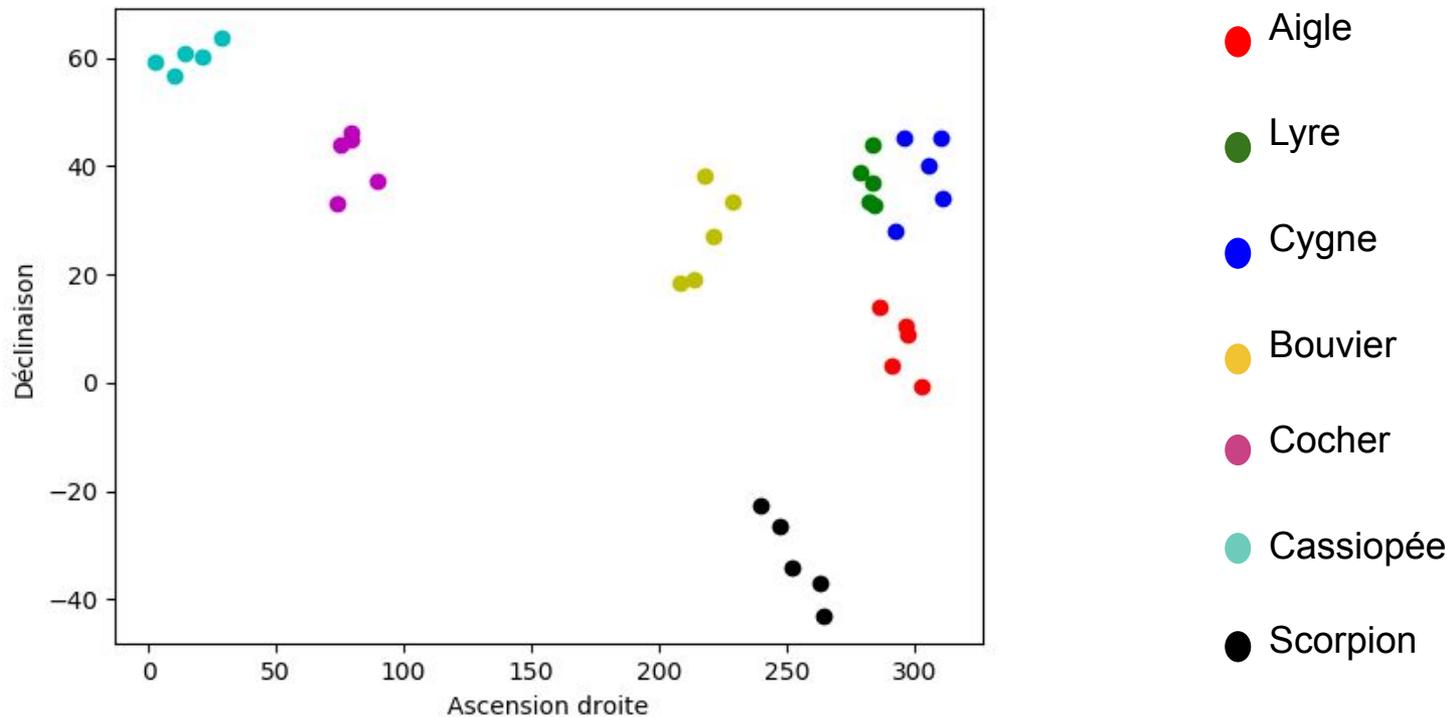
<http://www.astrosurf.com/toussaint/dossiers/coordonnees/coordonnees.htm>

Représentation plane

- Ascension droite
- Déclinaison

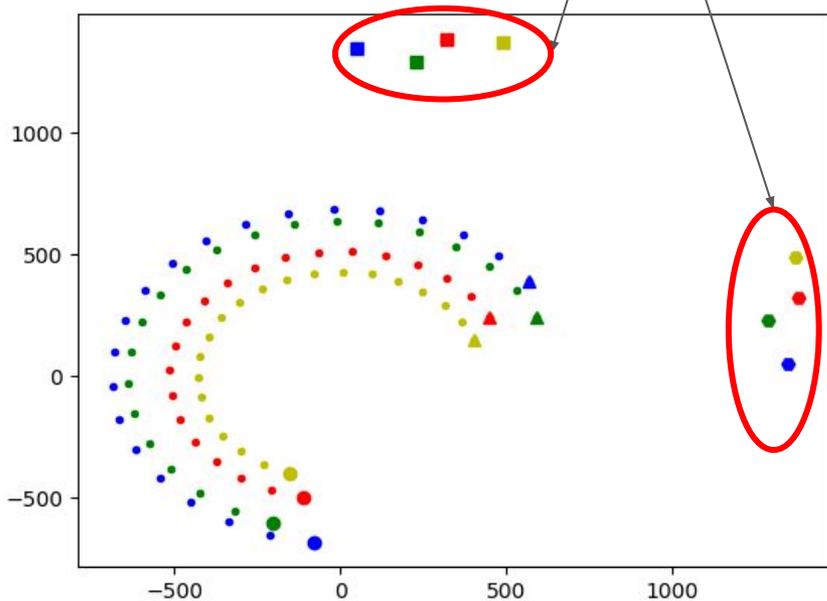


Définition de la base angulaire des coordonnées de SQL

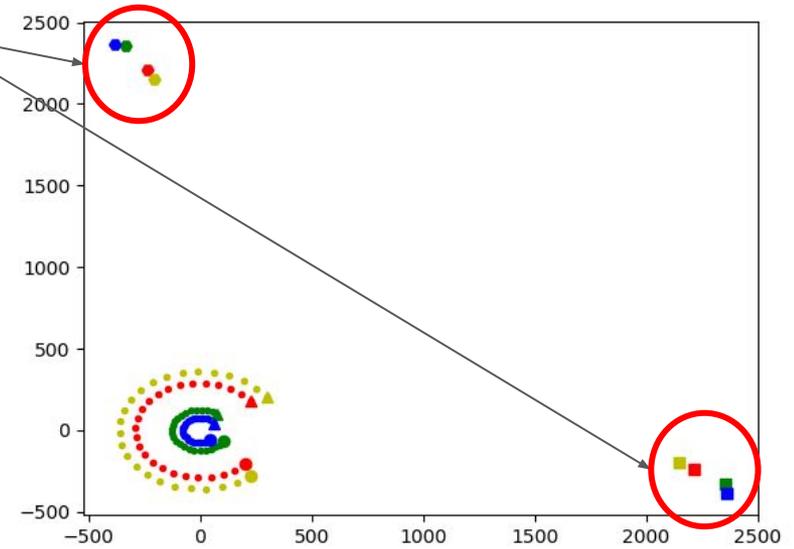


Lien entre les 2 bases de coordonnées

Constellation A



Coordonnées des étoiles en SQL



Constellation B

Programme de liaison

```
for k in range(len(constellation)):
    while (0.999 > kx / ky or 1.001 < kx / ky) or kx < 0:
        x1 = np.cos(i) * p1[0] + np.sin(i) * p1[1]
        y1 = np.cos(i) * p1[1] - np.sin(i) * p1[0]
        x2, y2 = ...
        x3, y3 = ...
        x4, y4 = ...
        v1p = (x2 - x1, y2 - y1)
        v2p = ...
        v3p = ...
        kx = v1p[0] / v1[0]
        ky = v1p[1] / v1[1]
        i += 0.001
    ...
    if abs(theta2) < 0.4 and abs(theta3) < 0.4:
        return k + 1
```

Constellation A

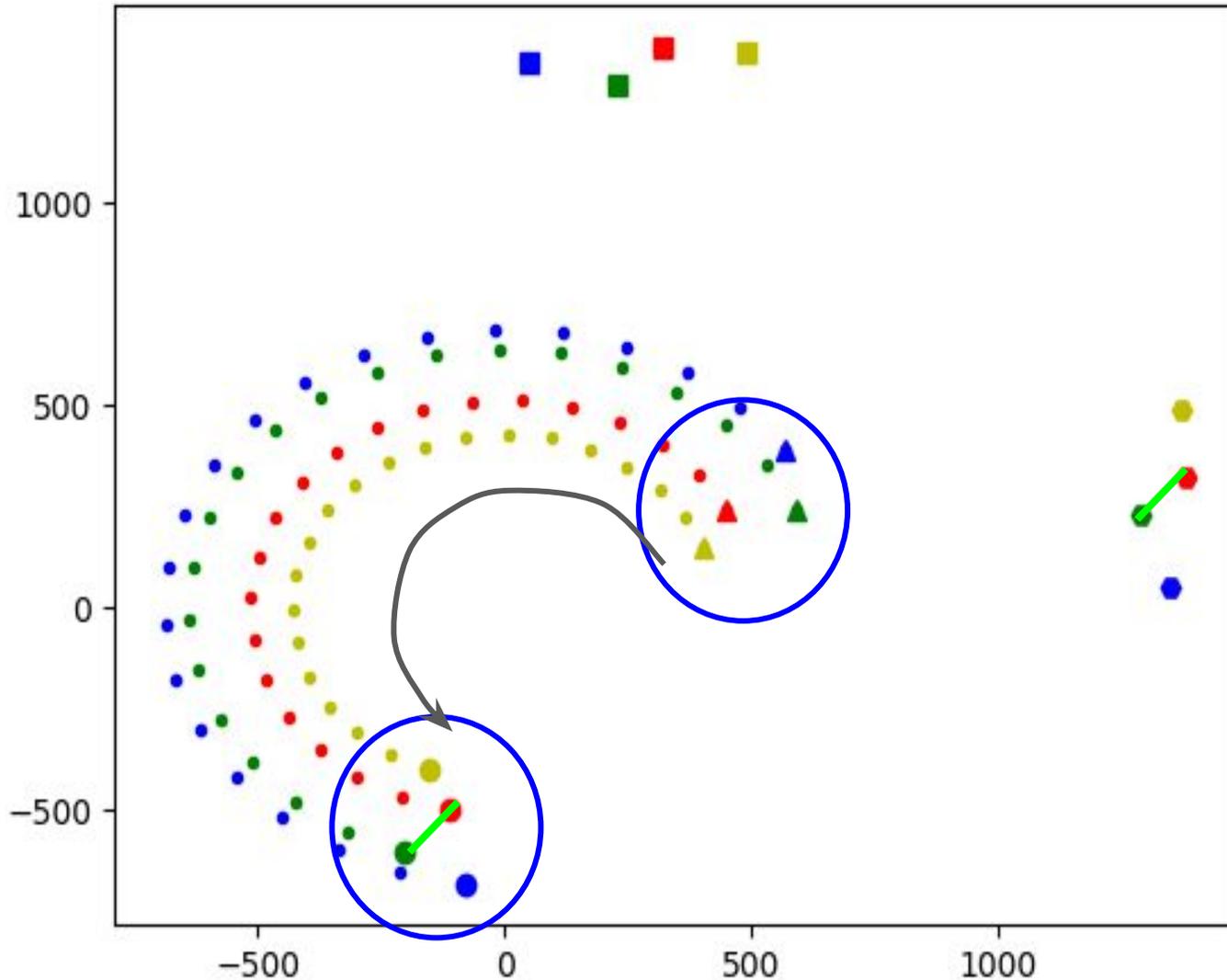


```
>>> (executing file "TIPE_presq_propre.py")
207
0.3305557484285003 1.2193382551389047
1.4841872700481817 1.032612576605162
1.0956181106750167 2.589623455883187
0.7191249078016887 0.3376726241390982
0.040703587163228895 1.2176741346265696
1.7740394313134547 2.8135603408089467
1.5640136250010228 2.553457554771222
2.905243356522917 1.478591613485333
0.024909396956333516 1.6485405363417724
1.789429104116649 2.3830984564974393
1.5780667378366444 1.9892976136837661
0.23667628064004131 0.26265321806030345
```

v1p, v2p, v3p sont les vecteurs obtenus à partir de l'image
v1, v2, v3 sont les vecteurs a partir de la base de données

Puis: produit scalaire de v2 et v2p, de v3 et v3p
> détermination de l'angle d'erreur (inférieur à 0.4 radians)

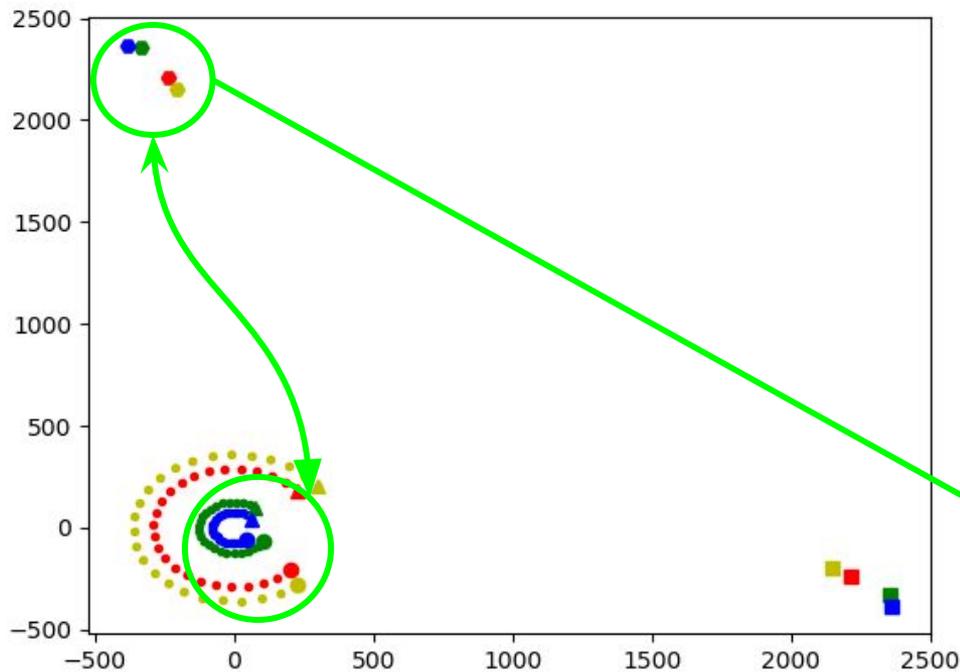
Exemple pour la constellation A:



Après la détection:

Constellation B : Scorpion / Constellation A : Cassiopee

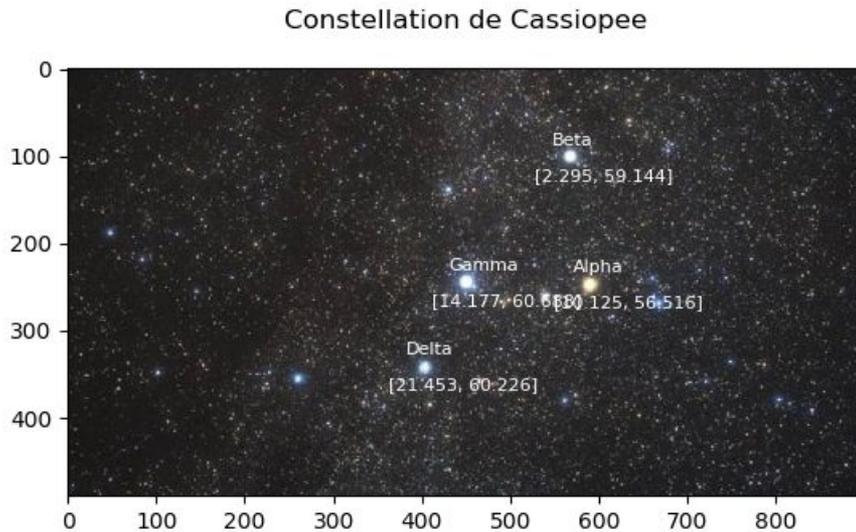
Table "constellation"



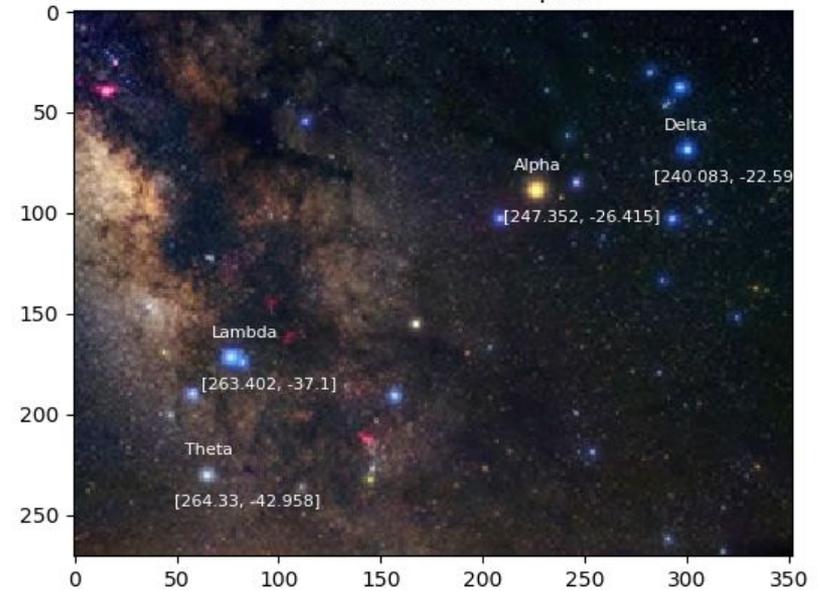
nom	id
aigle	1
lyre	2
cygne	3
bouvier	4
cocher	5
cassiopee	6
scorpion	7
grande_ourse	8

Affichage sur l'image initiale

Constellation A



Constellation de Scorpion



Constellation B

Améliorations possibles

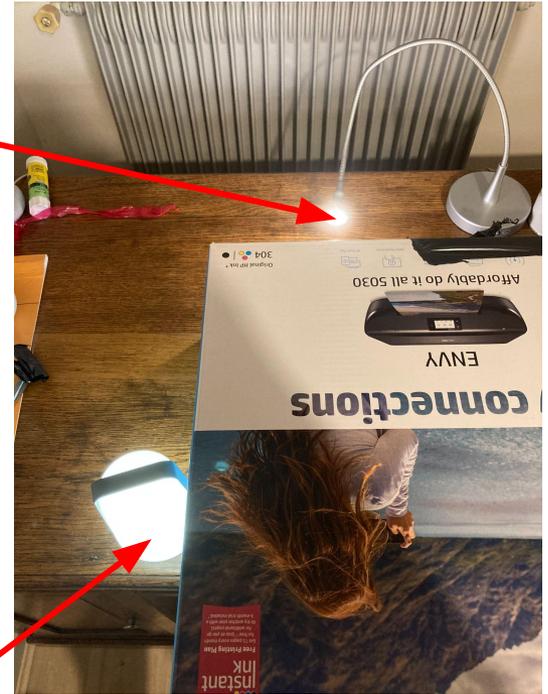
- Être plus précis sur la reconnaissance des étoiles pour ne pas mélanger 2 constellations (exemple entre Aigle et Scorpion)
- Pour le seuillage, trouver directement une couleur adaptée pour le choix des maximums
- Gagner du temps sur l'analyse des images (plusieurs minutes)
- Ne pas analyser uniquement sur les angles mais aussi sur les distances séparant les différentes étoiles.

Expérience



Lumière (étoiles)

Fond percé de trous



Pollution lumineuse

Résultats

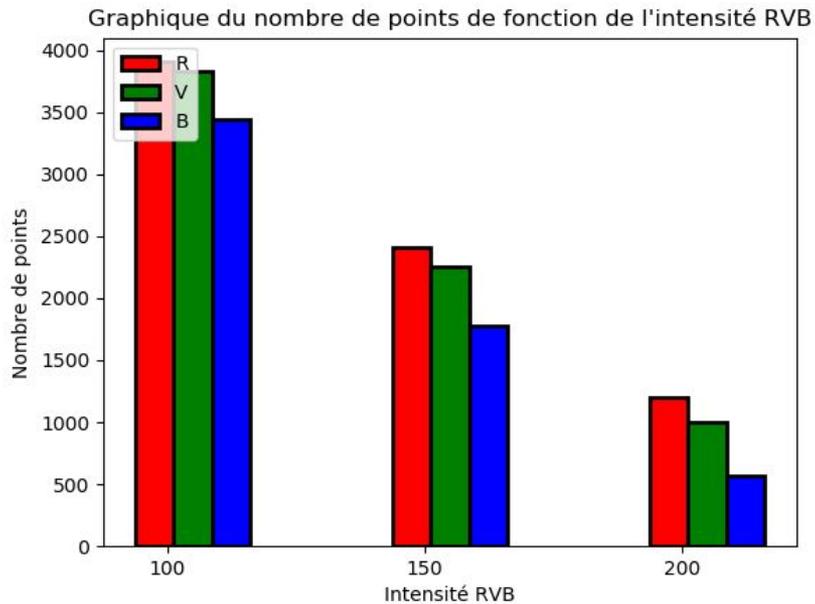
Sans pollution lumineuse



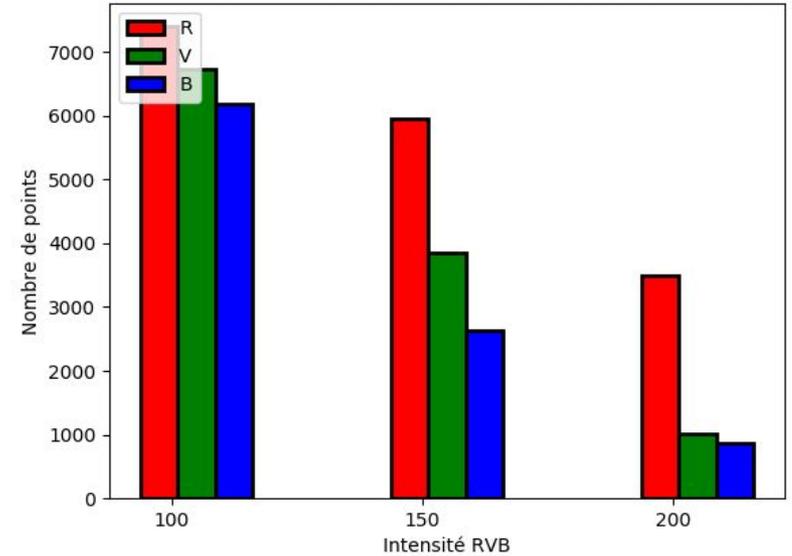
Avec pollution lumineuse

Affichage graphique

Sans pollution lumineuse



Graphique du nombre de points de fonction de l'intensité RVB



Avec pollution lumineuse

Annexes

```
1 import math
2 import sqlite3
3 etoiles = sqlite3.connect('etoiles.db')
4 cursor = etoiles.cursor()
5 import numpy as np
6 import PIL
7 from PIL import Image
8 import matplotlib.pyplot as plt
```

```
121 def transf(L1):
122     for i in L1:
123         i[0], i[1] = i[1], i[0]
124     return L1
```

```
159 def min(L):
160     min = L[0]
161     for i in L:
162         if i < min:
163             min = i
164     return min
165
166 def max(L):
167     max = L[0]
168     for i in L:
169         if i > max:
170             max = i
171     return max
```

```
14 def extraction_image(nomFichier):
15     '''
16     retourne l'image sous forme de tableau
17     '''
18     img = Image.open(nomFichier)
19     return np.array(img)
20
```

```
21 def est_blanc(pix):
22     i,j = pix
23     return img[i,j,0]==img[i,j,1]==img[i,j,2]==255
```

```
25 def est_dans_image(i0,j0,img):
26     l, h, t = img.shape
27     return 0 <= i0 < l and 0 <= j0 < h
28
```

```

29 def det_seuil(img):
30     a = 0
31     b = 255
32     nb_pix = 0
33     l, h, t = img.shape
34     while nb_pix > l * h / 800 or nb_pix < l * h / 1000:
35         nb_pix = 0
36         for i in range(l):
37             for j in range(h):
38                 if img[i,j,1] >= (b + a) / 2:
39                     nb_pix += 1
40             if nb_pix > h * l / 600:
41                 a = (b + a) / 2
42             else:
43                 b = (b + a) / 2
44     return (a + b) / 2
45

```

```

8 def image_mat(nom_fichier):
9     img = Image.open(nom_fichier)
10    return np.array(img)
11
12 img = image_mat("cass.png")
13 l, h, t = img.shape
14
15 def histoRVB(img):
16     l, h, t = img.shape
17     R, V, B = [], [], []
18     for j in range(h):
19         for i in range(l):
20             R.append(img[i,j,0])
21             V.append(img[i,j,1])
22             B.append(img[i,j,2])
23     return R, V, B
24
25 R, V, B = histoRVB(img)

```

```

55 def seuil_rouge(img, seuil):
56     l, h, t = img.shape
57     rou = 0
58     for i in range(l):
59         for j in range(h):
60             if img[i,j,0] > seuil:
61                 rou += 1
62     return rou
63
64 def seuil_vert(img, seuil):
65     l, h, t = img.shape
66     ver = 0
67     for i in range(l):
68         for j in range(h):
69             if img[i,j,1] > seuil:
70                 ver += 1
71     return ver
72
73 def seuil_bleu(img, seuil):
74     l, h, t = img.shape
75     ble = 0
76     for i in range(l):
77         for j in range(h):
78             if img[i,j,2] > seuil:
79                 ble += 1
80     return ble

```

```

81 seuil1 = 200
82 seuil2 = 150
83 seuil3 = 100
84 abs_x = ['R', 'V', 'B']
85 abs_y1 = [seuil_rouge(img, seuil1), seuil_vert(img, seuil1), seuil_bleu(img, seuil1)]
86 abs_y2 = [seuil_rouge(img, seuil2), seuil_vert(img, seuil2), seuil_bleu(img, seuil2)]
87 abs_y3 = [seuil_rouge(img, seuil3), seuil_vert(img, seuil3), seuil_bleu(img, seuil3)]
88
89 repver = retour_vert(img)
90 reprou = retour_rouge(img)
91 repble = retour_bleu(img)
92
93
94 Categories = ["R","V","B"] # 3 échantillons
95 Sous_categories = ['100', '150', '200'] # comparés selon 3 critères
96 # Valeurs pour chaque catégories
97 y1 = [seuil_rouge(img, seuil3),seuil_rouge(img, seuil2),seuil_rouge(img, seuil1)] ; y2 = [seuil_vert(img, seuil3),seuil_vert(img, seuil2),seuil_vert(img,
seuil1)] ; y3 = [seuil_bleu(img, seuil3),seuil_bleu(img, seuil2),seuil_bleu(img, seuil1)]
98 nb_categories = len(Categories)
99 largeur_barre = floor(1*10/nb_categories)/20
100 x1 = range(len(y1))
101 x2 = [i + largeur_barre for i in x1]
102 x3 = [i + 2 * largeur_barre for i in x1]
103 plt.bar(x1, y1, width = largeur_barre, color = 'red',
104         edgecolor = 'black', linewidth = 2)
105 plt.bar(x2, y2, width = largeur_barre, color = 'green',
106         edgecolor = 'black', linewidth = 2)
107 plt.bar(x3, y3, width = largeur_barre, color = 'blue',
108         edgecolor = 'black', linewidth = 2)
109 plt.xticks([r + largeur_barre / nb_categories for r in range(len(y1))],
110           Sous_categories)
111 plt.legend(Categories,loc=2)
112 plt.xlabel("Intensité RVB")
113 plt.ylabel("Nombre de points")
114 plt.title("Graphique du nombre de points de fonction de l'intensité RVB")
115
116 plt.show()

```

```

59 def pixel (L, intervalle) :
60     pixel_iso_1 = [[L[1], 1, [L[1][0]], [L[1][1]]]]
61     for k in L[1:]:
62         j = True
63         for i in pixel_iso_1:
64             if math.sqrt((i[0][0] - k[0]) ** 2 + (i[0][1] - k[1]) ** 2) < intervalle :
65                 j = False
66                 i[1] += 1
67                 i[2].append(k[0])
68                 i[3].append(k[1])
69         if j:
70             pixel_iso_1.append([k, 1, [k[0]], [k[1]]])
71     pixel_iso = []
72     for k in pixel_iso_1: # permet de centrer les points
73         somx, somy = 0, 0
74         long = len(k[2])
75         for i in range(long):
76             somx += k[2][i]
77             somy += k[3][i]
78         somx = somx // long
79         somy = somy // long
80         pixel_iso.append([[somx, somy], k[1]])
81     pixel_iso_seul = []
82     for k in pixel_iso:
83         pixel_iso_seul.append(k[0])
84     return pixel_iso_seul, pixel_iso

```

```

87 def maxii(pixel1):
88     Lmax = []
89     for j in pixel1:
90         Lmax.append(j[1])
91     max1 = Lmax[0]
92     ind1 = 0
93     for i in range(len(Lmax)):
94         if Lmax[i] > max1:
95             max1 = Lmax[i]
96             ind1 = i
97     Lmax[ind1] = 0
98     max2 = Lmax[0]
99     ind2 = 0
100    for i in range(len(Lmax)):
101        if Lmax[i] > max2:
102            max2 = Lmax[i]
103            ind2 = i
104    Lmax[ind2] = 0
105    max3 = Lmax[0]
106    ind3 = 0
107    for i in range(len(Lmax)):
108        if Lmax[i] > max3:
109            max3 = Lmax[i]
110            ind3 = i
111    Lmax[ind3] = 0
112    max4 = Lmax[0]
113    ind4 = 0
114    for i in range(len(Lmax)):
115        if Lmax[i] > max4:
116            max4 = Lmax[i]
117            ind4 = i

```

```

144 ### Evaluation des distances de SQL
145 def decasc(taille):
146     donnees = []
147     for i in range(1, taille + 1):
148         cons = []
149         cursor.execute("""SELECT COUNT (*) FROM etoile WHERE constellation = {}""".format(i))
150         nbre = cursor.fetchall()[0][0]
151         if nbre >= 3:
152             for j in range(1,6):
153                 cursor.execute("""SELECT nom, asc, dec FROM etoile WHERE constellation = {} and lum = {}""".format(i,j))
154                 coor = cursor.fetchall()
155                 cons.append([coor[0][0],coor[0][1],coor[0][2]])
156     donnees.append(cons)
157     return donnees

```

```

10 list = ["r", "g", "b", "y", "m", "c", "k"]
11 for k in range(1,8):
12     L = []
13     M = []
14     cursor.execute("""SELECT asc, dec, nom FROM etoile WHERE constellation = {}""".format(k))
15     coor = cursor.fetchall()
16     for i in range(len(coor)):
17         plt.plot(coor[i][0],coor[i][1], "o", color = list[k-1])
18 plt.xlabel("Ascension droite")
19 plt.ylabel("Déclinaison")
20 plt.show()

```

```

177 def test_lien(donnees , l, p1 = M1, p2 = M2, p3= M3, p4 = M4):
178     p1, p2, p3, p4 = [p1[0], l - p1[1]], [p2[0], l - p2[1]], [p3[0], l - p3[1]], [p4[0], l - p4[1]]
179     for k in range(len(donnees)):
180         if donnees[k] != []:
181             M1 = [donnees[k][0][1], donnees[k][0][2]]
182             M2 = [donnees[k][1][1], donnees[k][1][2]]
183             M3 = [donnees[k][2][1], donnees[k][2][2]]
184             M4 = [donnees[k][3][1], donnees[k][3][2]]
185             i = 0
186             k12x, k12y = 40, 1
187             while (0.999 > k12x / k12y or 1.001 < k12x / k12y) or k12x < 0:
188                 x1, y1 = np.cos(i) * p1[0] + np.sin(i) * p1[1], np.cos(i) * p1[1] - np.sin(i) * p1[0]
189                 x2, y2 = np.cos(i) * p2[0] + np.sin(i) * p2[1], np.cos(i) * p2[1] - np.sin(i) * p2[0]
190                 x3, y3 = np.cos(i) * p3[0] + np.sin(i) * p3[1], np.cos(i) * p3[1] - np.sin(i) * p3[0]
191                 x4, y4 = np.cos(i) * p4[0] + np.sin(i) * p4[1], np.cos(i) * p4[1] - np.sin(i) * p4[0]
192                 v1 = (M2[0] - M1[0], M2[1] - M1[1])
193                 v2 = (M3[0] - M1[0], M3[1] - M1[1])
194                 v3 = (M4[0] - M1[0], M4[1] - M1[1])
195                 v1p = (x2 - x1, y2 - y1)
196                 v2p = (x3 - x1, y3 - y1)
197                 v3p = (x4 - x1, y4 - y1)
198                 k12x = v1p[0] / v1[0]
199                 k12y = v1p[1] / v1[1]
200                 i += 0.001
201                 n2 = np.sqrt(v2[0] ** 2 + v2[1] ** 2)
202                 n2p= np.sqrt(v2p[0] ** 2 + v2p[1] ** 2)
203                 n3 = np.sqrt(v3[0] ** 2 + v3[1] ** 2)
204                 n3p= np.sqrt(v3p[0] ** 2 + v3p[1] ** 2)
205                 ps2 = v2[0] * v2p[0] + v2[1] * v2p[1]
206                 ps3 = v3[0] * v3p[0] + v3[1] * v3p[1]
207                 theta2 = np.arccos(ps2 / (n2 * n2p))
208                 theta3 = np.arccos(ps3 / (n3 * n3p))
209                 print(theta2, theta3)
210                 if abs(theta2) < 0.4 and abs(theta3) < 0.4:
211                     return k + 1

```

```

214 while (0.999 > k12x / k12y or 1.001 < k12x / k12y) or k12x < 0:
215     x1, y1 = np.cos(i) * p1[0] + np.sin(i) * p1[1], np.cos(i) * p1[1] - np.sin(i) * p1[0]
216     x2, y2 = np.cos(i) * p2[0] + np.sin(i) * p2[1], np.cos(i) * p2[1] - np.sin(i) * p2[0]
217     x3, y3 = np.cos(i) * p3[0] + np.sin(i) * p3[1], np.cos(i) * p3[1] - np.sin(i) * p3[0]
218     x4, y4 = np.cos(i) * p4[0] + np.sin(i) * p4[1], np.cos(i) * p4[1] - np.sin(i) * p4[0]
219     v1 = (M2[1] - M1[1], M2[0] - M1[0])
220     v2 = (M3[1] - M1[1], M3[0] - M1[0])
221     v3 = (M4[1] - M1[1], M4[0] - M1[0])
222     v1p = (x2 - x1, y2 - y1)
223     v2p = (x3 - x1, y3 - y1)
224     v3p = (x4 - x1, y4 - y1)
225     k12x = v1p[0] / v1[0]
226     k12y = v1p[1] / v1[1]
227     i += 0.001
228     n2 = np.sqrt(v2[0] ** 2 + v2[1] ** 2)
229     n2p = np.sqrt(v2p[0] ** 2 + v2p[1] ** 2)
230     n3 = np.sqrt(v3[0] ** 2 + v3[1] ** 2)
231     n3p = np.sqrt(v3p[0] ** 2 + v3p[1] ** 2)
232     ps2 = v2[0] * v2p[0] + v2[1] * v2p[1]
233     ps3 = v3[0] * v3p[0] + v3[1] * v3p[1]
234     theta2 = np.arccos(ps2 / (n2 * n2p))
235     theta3 = np.arccos(ps3 / (n3 * n3p))
236     print(theta2, theta3)
237     if abs(theta2) < 0.4 and abs(theta3) < 0.4:
238         return k + 1

```

```
241 ### Données  
242 cursor.execute("""SELECT COUNT (*) FROM constellation; """)  
243 taille = cursor.fetchall()[0][0]  
244 donnees = decasc(taille)  
245 c = test_lien(donnees, l, M1, M2, M3, M4)
```

```
126 #### Données  
127 img, img_init = extraction_image('cass.png'), extraction_image('cass.png')  
128 l, h, t = img.shape  
129 seuil = int(det_seuil(img))  
130 print(seuil)  
131 img = seuillage(img, seuil)[0]  
132 L = seuillage(img, seuil)[1]  
133 intervalle = int(l / 30)  
134 p = pixel(L, intervalle)[0]  
135 p1 = pixel(L, intervalle)[1]  
136 maxim = maxii(p1)  
137 M = transf(maxim)
```

```
139 ### Evaluation des distances sur image  
140 M1 = M[0]  
141 M2 = M[1]  
142 M3 = M[2]  
143 M4 = M[3]
```

```

249 ## Affichage de l'image
250 cursor.execute("""SELECT nom, dec, asc FROM etoile WHERE constellation = {} ORDER BY lum ASC; """.format(c))
251 order = cursor.fetchall()
252 cursor.execute("""SELECT nom FROM constellation WHERE id = {}; """.format(c))
253 const = cursor.fetchall()[0][0]
254 noms = [order[0][0].capitalize(), order[1][0].capitalize(), order[2][0].capitalize(), order[3][0].capitalize()]
255 coord = [[round(order[0][2],3), round(order[0][1], 3)], [round(order[1][2],3), round(order[1][1], 3)], [ round(order[2][2],3), round(order[2][1], 3)], [
round(order[3][2],3), round(order[3][1], 3)]]
256 axex = [M1[0], M2[0], M3[0], M4[0]]
257 axey = [M1[1], M2[1], M3[1], M4[1]]
258 plt.imshow(img_init)
259
260 for k in range(len(axex)):
261     plt.text(axex[k] - 10, axey[k] - 10, noms[k], fontsize=8, color='w')
262     plt.text(axex[k] - 15, axey[k] + 15, coord[k], fontsize=8, color='w')
263 plt.title("Constellation de {}".format(const.capitalize()))
264
265 plt.show()

```

```

15 h = 271
16 k12x = 40
17 k12y = 1
18 i = 0
19 M1 = [225, 89]
20 M2 = [77, 172]
21 M3 = [64, 230]
22 M4 = [299, 69]
23 M1p = [247.35, -26.41]
24 M2p = [263.40, -37.1]
25 M3p = [264.33, -43.0]
26 M4p = [240.08, -22.60]

```

```

45 n2 = np.sqrt(v2[0] ** 2 + v2[1] ** 2)
46 n2p= np.sqrt(v2p[0] ** 2 + v2p[1] ** 2)
47 n3 = np.sqrt(v3[0] ** 2 + v3[1] ** 2)
48 n3p= np.sqrt(v3p[0] ** 2 + v3p[1] ** 2)
49 ps2 = v2[0] * v2p[0] + v2[1] * v2p[1]
50 ps3 = v3[0] * v3p[0] + v3[1] * v3p[1]
51 theta2 = np.arccos(ps2 / (n2 * n2p))
52 theta3 = np.arccos(ps3 / (n3 * n3p))
53 plt.plot(k12x * M1p[0], k12x * M1p[1], marker = "s",color = 'r' )
54 plt.plot(k12x * M2p[0], k12x * M2p[1], marker = "s",color = 'g' )
55 plt.plot(k12x * M3p[0], k12x * M3p[1], marker = "s",color = 'b' )
56 plt.plot(k12x * M4p[0], k12x * M4p[1], marker = "s",color = 'y' )
57 plt.plot(k12x * M1p[1], k12x * M1p[0], marker = "H",color = 'r' )
58 plt.plot(k12x * M2p[1], k12x * M2p[0], marker = "H",color = 'g' )
59 plt.plot(k12x * M3p[1], k12x * M3p[0], marker = "H",color = 'b' )
60 plt.plot(k12x * M4p[1], k12x * M4p[0], marker = "H",color = 'y' )
61 plt.plot(x1, y1, marker = "o",color = 'r' )
62 plt.plot(x2, y2, marker = "o",color = 'g' )
63 plt.plot(x3, y3, marker = "o",color = 'b' )
64 plt.plot(x4, y4, marker = "o",color = 'y' )
65 plt.plot(M1[0], h - M1[1], marker = "^",color = 'r' )
66 plt.plot(M2[0], h - M2[1], marker = "^",color = 'g' )
67 plt.plot(M3[0], h - M3[1], marker = "^",color = 'b' )
68 plt.plot(M4[0], h - M4[1], marker = "^",color = 'y' )
69
70
71
72 plt.show()

```

```

27 while (0.9 > k12x / k12y or 1.1 < k12x / k12y) or k12x < 0:
28     x1, y1 = np.cos(i) * M1[0] - np.sin(i) * (h - M1[1]), np.cos(i) * (h - M1[1]) + np.sin(i) * M1[0]
29     x2, y2 = np.cos(i) * M2[0] - np.sin(i) * (h - M2[1]), np.cos(i) * (h - M2[1]) + np.sin(i) * M2[0]
30     x3, y3 = np.cos(i) * M3[0] - np.sin(i) * (h - M3[1]), np.cos(i) * (h - M3[1]) + np.sin(i) * M3[0]
31     x4, y4 = np.cos(i) * M4[0] - np.sin(i) * (h - M4[1]), np.cos(i) * (h - M4[1]) + np.sin(i) * M4[0]
32     v1 = (M2p[1] - M1p[1], M2p[0] - M1p[0])
33     v2 = (M3p[1] - M1p[1], M3p[0] - M1p[0])
34     v3 = (M4p[1] - M1p[1], M4p[0] - M1p[0])
35     v1p = (x2 - x1, y2 - y1)
36     v2p = (x3 - x1, y3 - y1)
37     v3p = (x4 - x1, y4 - y1)
38     k12x = v1p[0] / v1[0]
39     k12y = v1p[1] / v1[1]
40     plt.plot(x1, y1, marker = ".", color = 'r' )
41     plt.plot(x2, y2, marker = ".", color = 'g' )
42     plt.plot(x3, y3, marker = ".", color = 'b' )
43     plt.plot(x4, y4, marker = ".", color = 'y' )
44     i += 0.2

```