



Le moulin à humidité



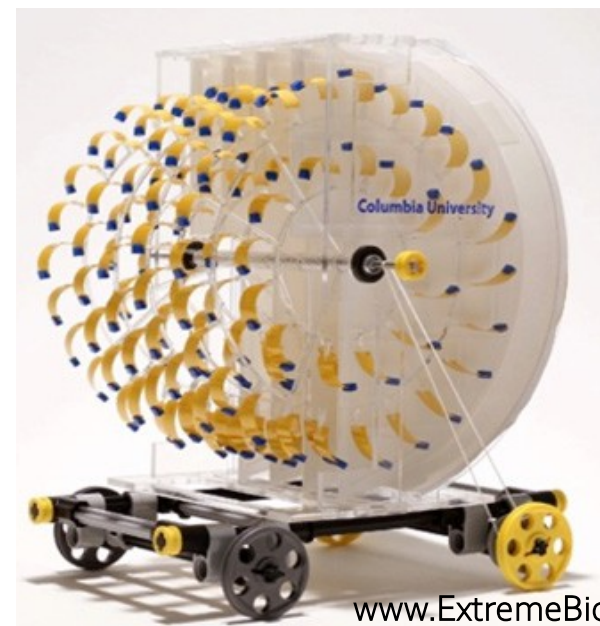
La mise en place d'un dispositif rotatif utilisant l'évaporation de l'eau est-elle la promesse d'un nouveau moyen efficace de produire de l'énergie verte ??

But:

- évaluer l'apport énergétique d'un dispositif simplifié du moulin à humidité.

Intérêt :

- permet de mieux comprendre comment faire face à un des enjeux sociétaux : la production d'énergie renouvelable





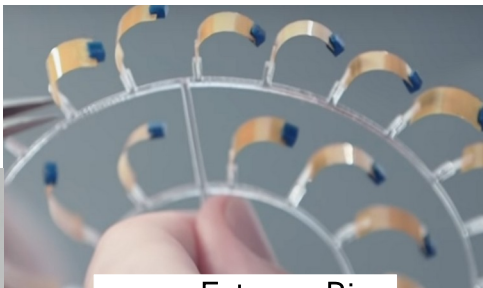
Le modèle théorique / Notre modèle

Spores d'une bactérie nommée bacillus subtilis

gonflent se rétractent

humidité

sec

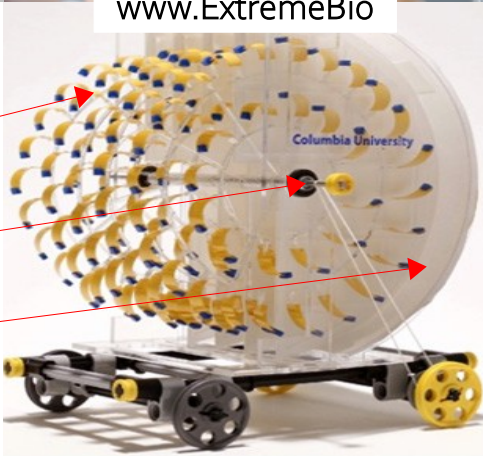


www.ExtremeBio

Blocs acryliques

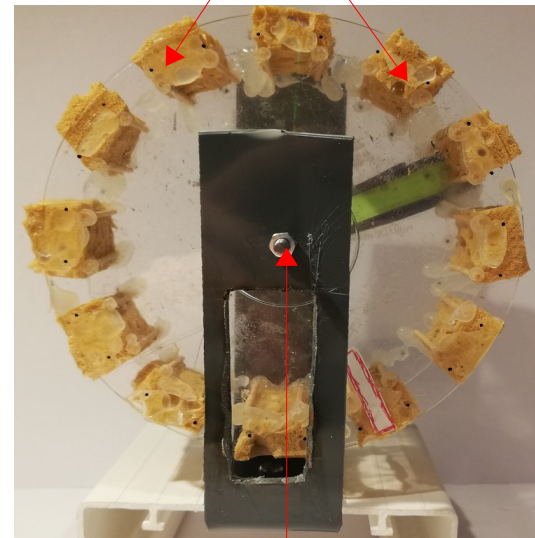
Axe de rotation

Papier humide

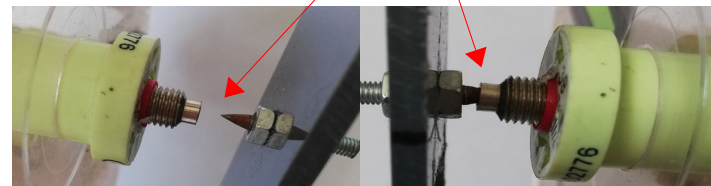


Somme des moments des forces dans le milieu humide supérieur à celle dans le milieu sec → rotation de la roue

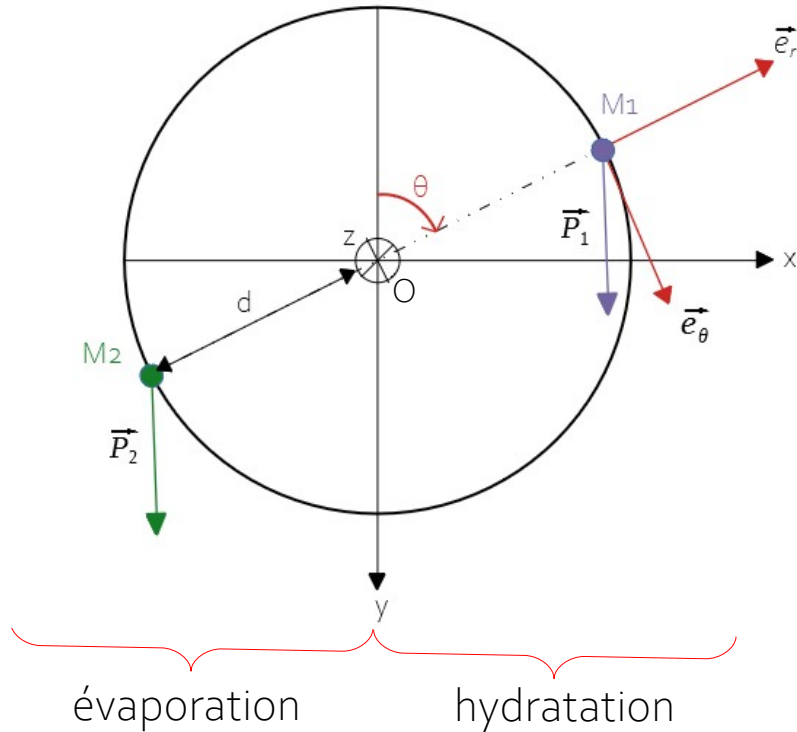
bouts d'éponge



Liaison pivot



Modélisation de notre dispositif



But: déterminer la puissance que notre modèle peut fournir $\rightarrow$ besoin des valeurs de θ à différents instants

Bilan des forces appliqué à la roue :

- poids éponge hydratation $\vec{P}_1$
- poids éponge évaporation $\vec{P}_2$
- frottements $\vec{f}_r$

Théorème du moment cinétique :

$$J_\Delta \ddot{\theta} = m_1(t)gd \sin(\theta) - m_2(t)gd \sin(\theta) - \alpha \dot{\theta}$$

Inconnues à déterminer



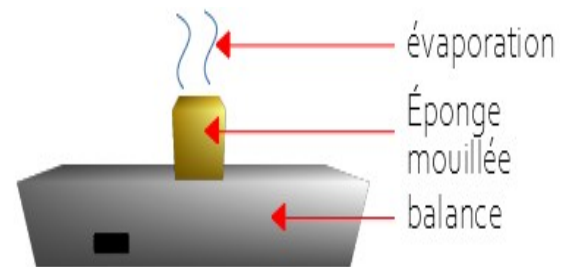


Détermination de la loi suivie par la masse lors de l'évaporation



Expérience :

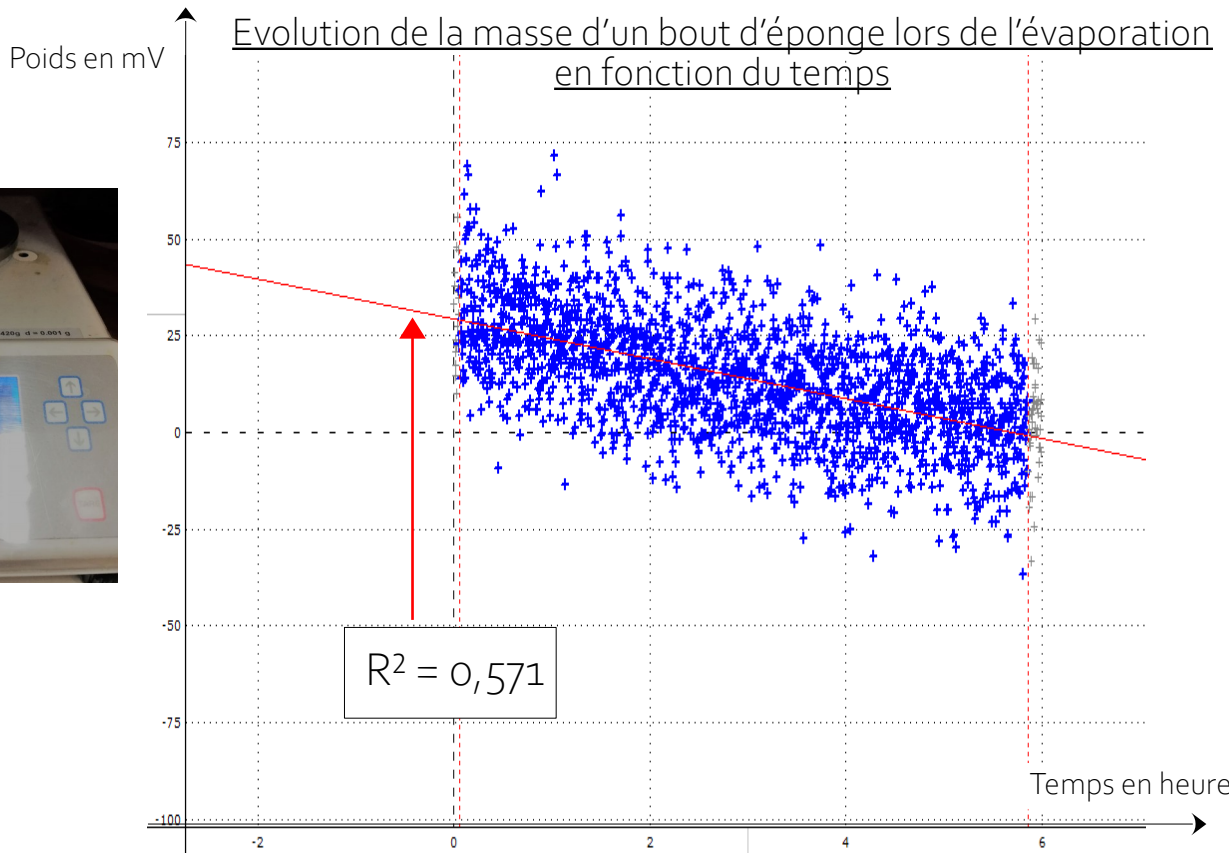
Bout d'éponge mouillée sur une balance



Résultat :

pour $\pi < \theta < 2\pi$:

$$m_2(t) = 29,4 \times 10^{-3} - 1,4 \times 10^{-6} \times t$$





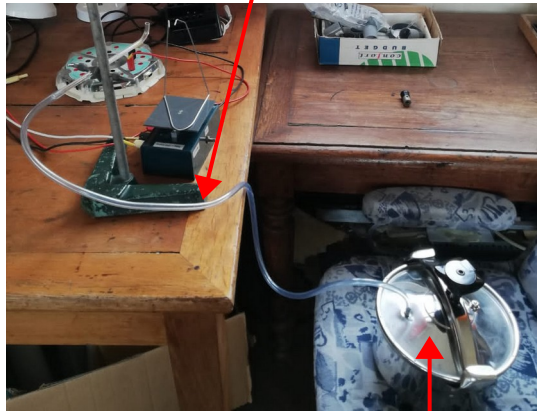
Détermination de la loi suivie par la masse lors de l'hydratation



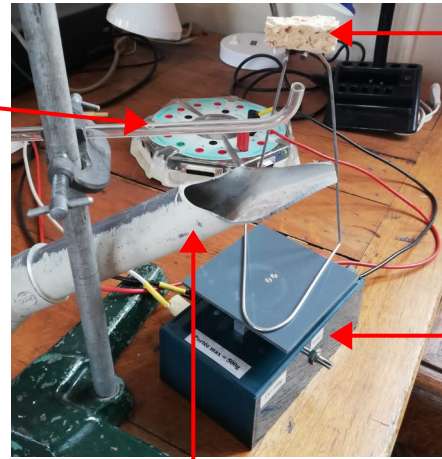
Expérience :

Hydratation d'un bout d'éponge par évaporation de l'eau

Tuyau : transport de l'évaporation



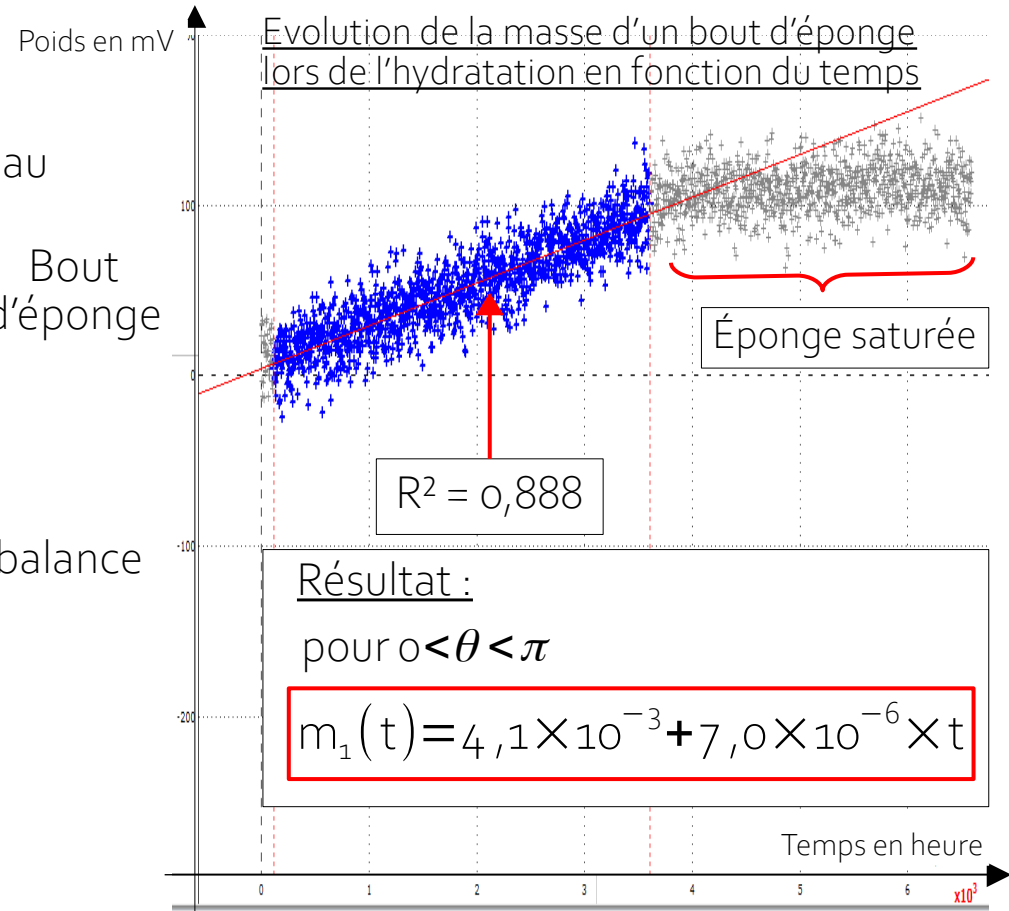
Eau



Bout d'éponge

balance

Tuyau : récupère l'eau, très utile quand l'éponge est saturée

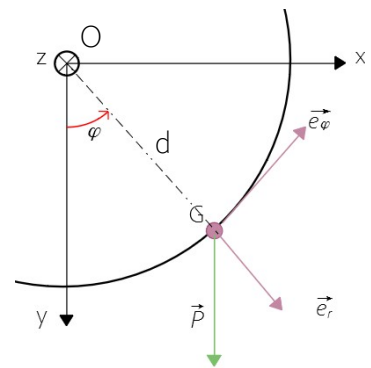




Détermination du moment d'inertie



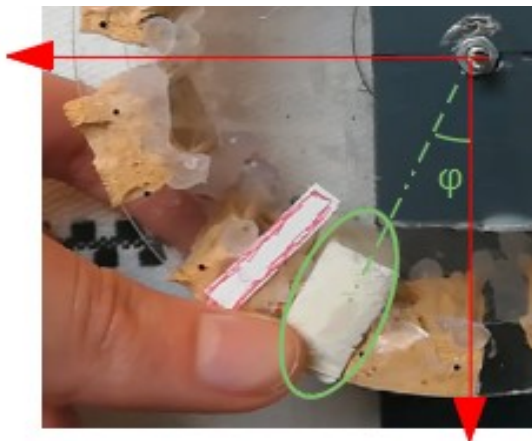
Système: roue + masse entre deux bouts d'éponge



TMC:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd}{J_{\Delta}} \varphi = 0$$

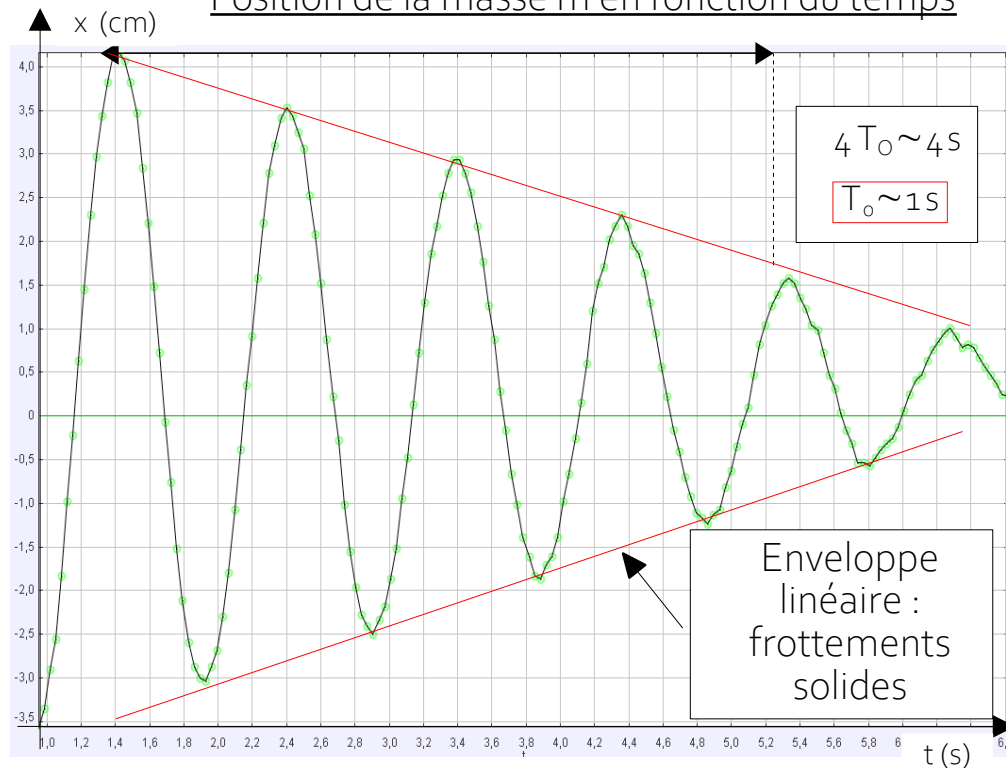
$$J_{\Delta} = \frac{mgdT_0^2}{4\pi^2}$$



Déterminer T_0 :

- écarte la masse d'un petit angle
- filme l'évolution de la roue
- trace la courbe avec Tracker

Position de la masse m en fonction du temps

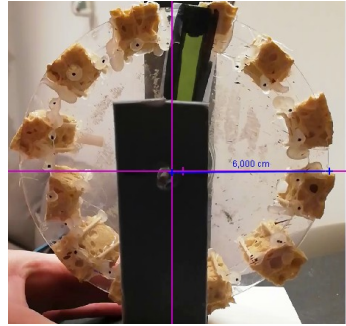


$$J_{\Delta} \sim 1,5 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



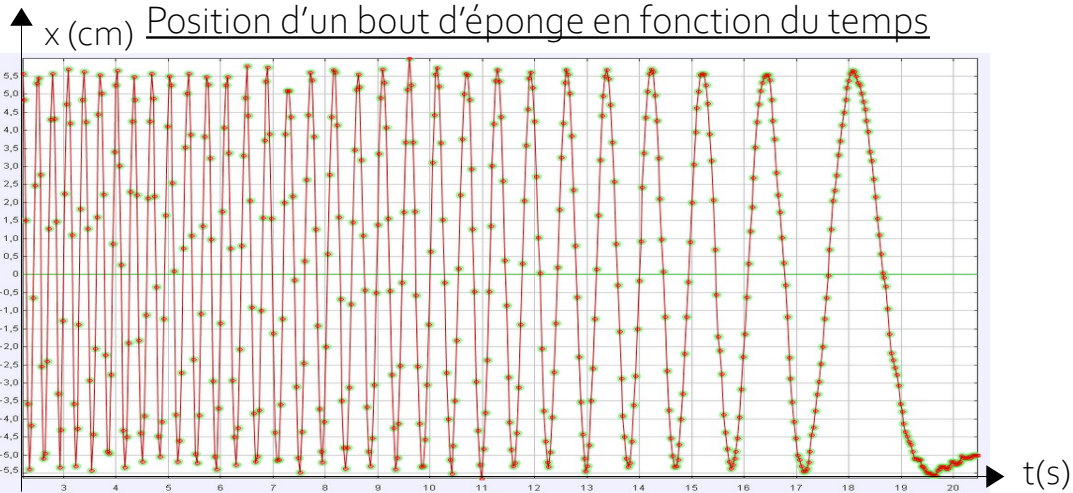
Détermination du coefficient de frottement

Système : roue équilibrée $\rightarrow m_1(t) = m_2(t)$ donc $\frac{d\omega}{dt} + \frac{\alpha}{J_{\Delta}} \omega = 0$ avec $\omega = \dot{\theta}$ ainsi $\alpha = \frac{J_{\Delta}}{\tau}$

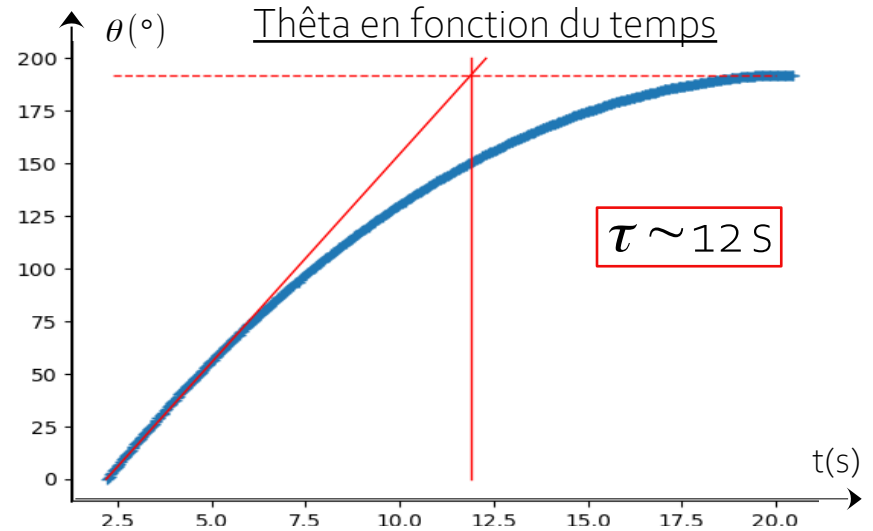


Expérience :

- tourner et filmer la roue
- trace le mouvement d'un bout d'éponge $\rightarrow$ Tracker



On utilise python :

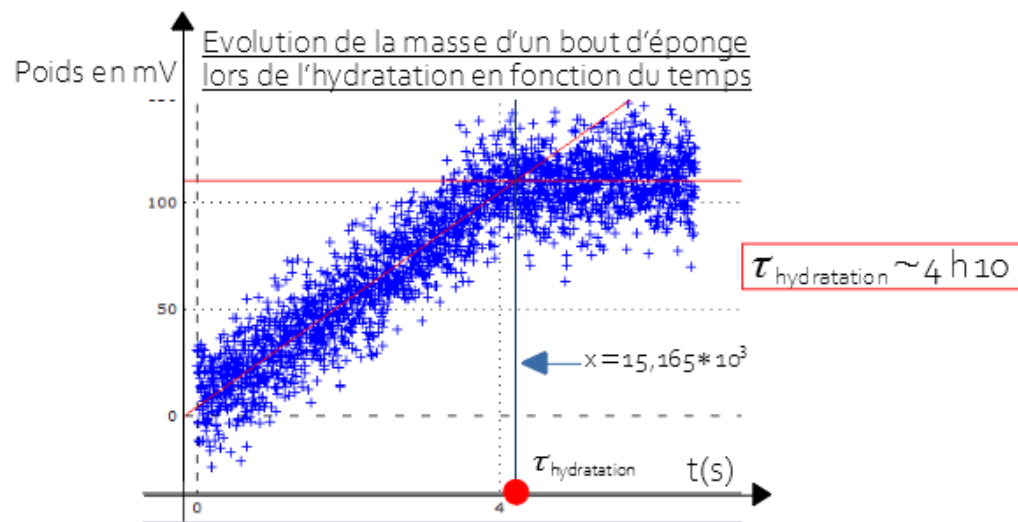


$$\alpha = \frac{J_{\Delta}}{\tau} \sim 1,3 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$



Résultats de notre modèle

Des temps caractéristiques qui présagent l'échec....

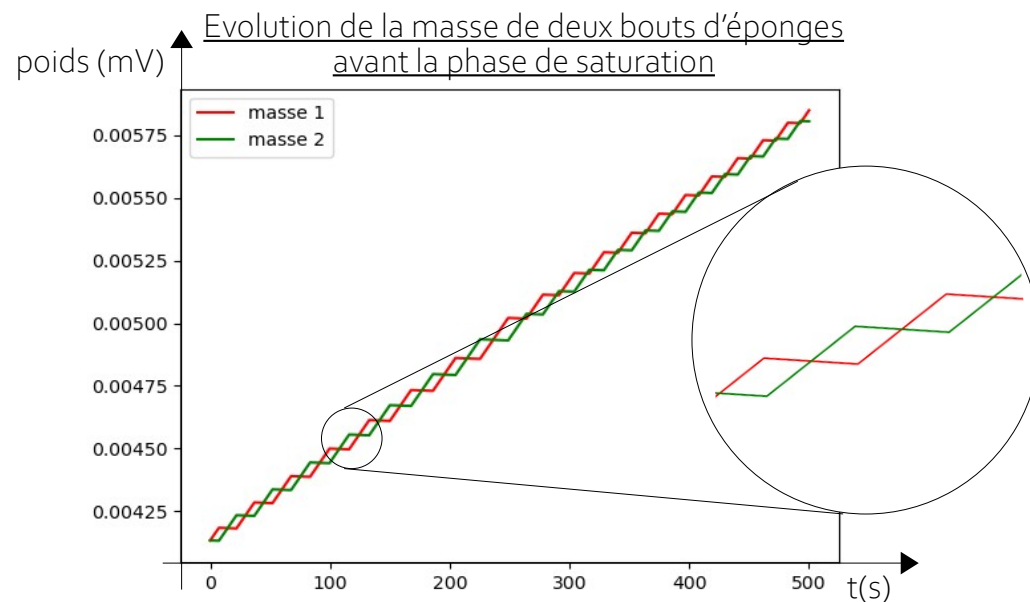


détermination de $\tau_{\text{evaporation}}$ à l'aide d'une acquisition de données = pas adaptée

$$\tau_{\text{evaporation}} \sim 2 \text{ jours}$$

$$\tau_{\text{evaporation}} \sim 12 \times \tau_{\text{hydratation}}$$

Un bout d'éponge qui n'a pas le temps de sécher :



Courbes en escalier → variation phase hydratation / évaporation

Le bout d'éponge n'a pas le temps de sécher avant d'être hydraté

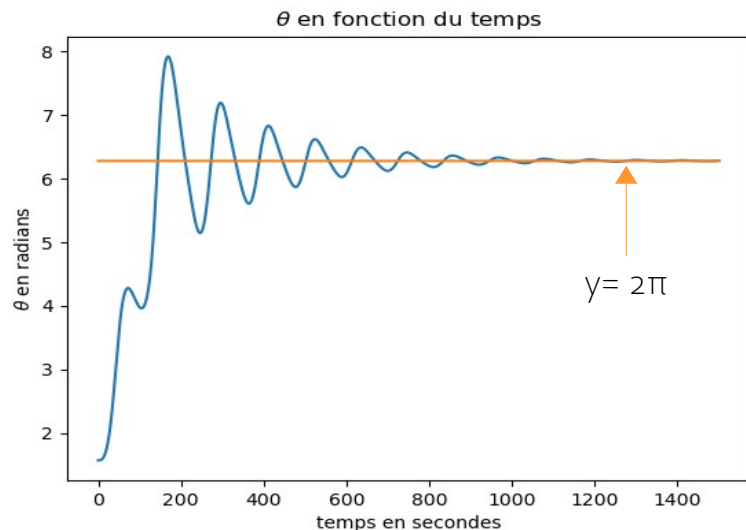


Simulation numérique

Une roue qui a du mal à tourner : confirmation par une étude de θ

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} = m_1(t)gd \sin(\theta) - m_2(t)gd \sin(\theta) - \alpha \dot{\theta}$$

Équation non linéaire $\rightarrow$ méthode d'Euler

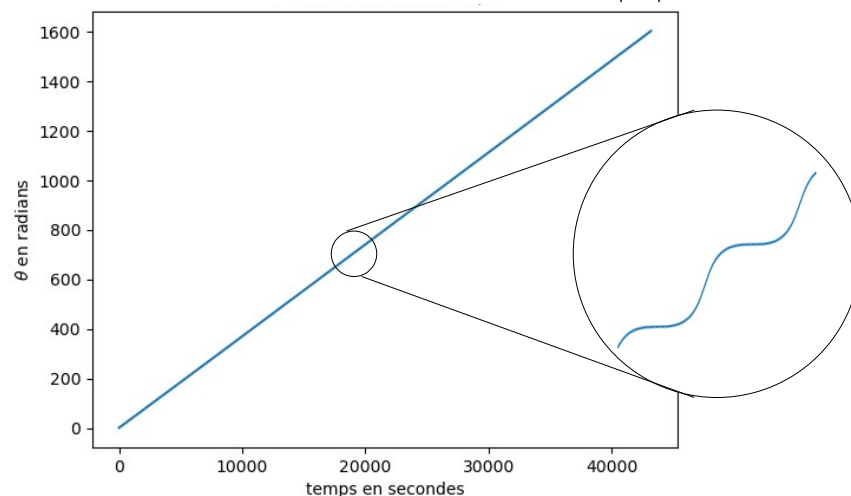


La roue fait seulement **un tour**

Et si on diminuait le coefficient de frottement ?

En multipliant α par 10^{-4} la simulation numérique nous donne :

Évolution de θ en fonction du temps pendant 12 h



La roue tourne sans s'arrêter $\rightarrow \alpha \sim 10^{-9}$

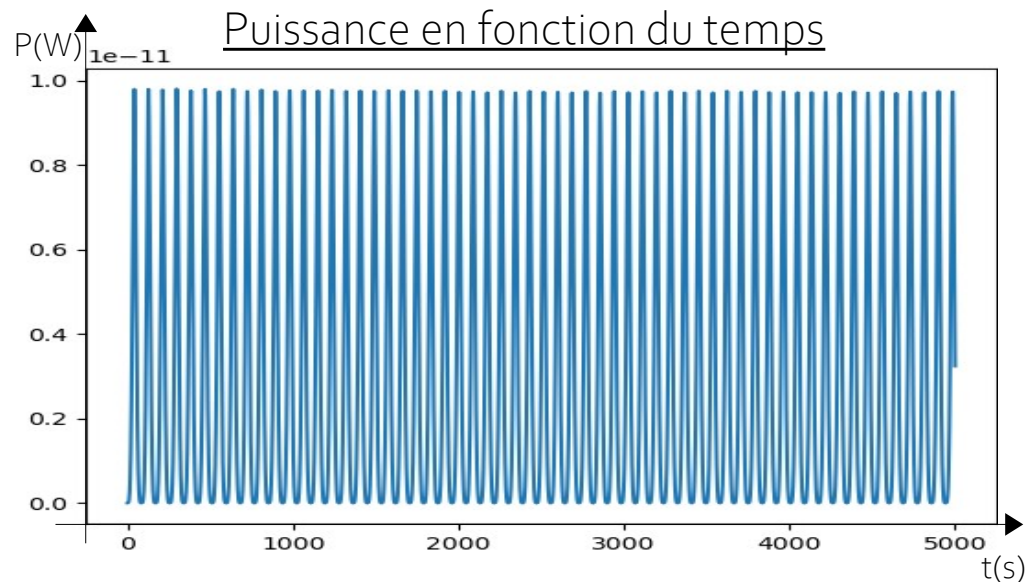
compliquer à réaliser avec nos moyens



Nos résultat VS les théoriques

Admettons que l'on puisse créer une liaison pivot tel que $\alpha \sim 10^{-9}$...

Quelle puissance pourrait-on obtenir de notre 'roue' ?



$$P = \alpha_{\max} \dot{\theta}^2$$

$$P_{\text{moyenne}} \sim 0.5 \times 10^{-11} \text{ W}$$

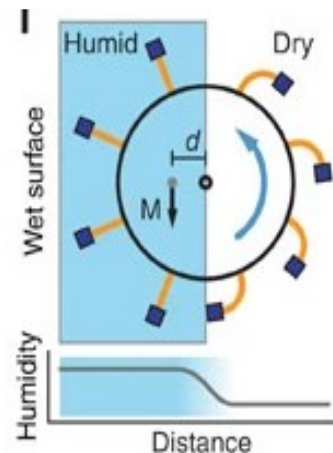
Données trouvées dans la thèse (source : Nature Communications)

« [...] the HYDRA strips can respond to changes in relative humidity within ~ 3 sec. »

$$\tau_{\text{evaporation}} = \tau_{\text{hydratation}} \sim 3 \text{ s}$$

« [...] average power to $1.8 \mu\text{W}$. »

$$P_{\text{moyenne}} \sim 1.8 \times 10^{-6} \text{ W}$$



Conclusion

	Notre modèle	Modèle théorique
$\tau_{\text{evaporation}}$	2 jours	3s
$\tau_{\text{hydratation}}$	4h10	
P_{moyenne}	$0.5 \times 10^{-11} \text{ W}$	$1.8 \times 10^{-6} \text{ W}$
α	$1,3 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	Non donné dans la thèse

Recharger un smartphone de type Galaxy S4 → **10,6 W** (source : <https://desideespourchangerlemonde>)





ANNEXES





Application du théorème du moment cinétique pour obtenir l'équation à 4 inconnues



- Dans le référentiel galiléen associé au laboratoire d'étude, la tige est soumise
 - $\vec{P}_1$ (poids du bout d'éponge dans la zone humide)
 - $\vec{P}_2$ (poids du bout d'éponge dans le milieu sec)
 - $\vec{M}_H$ (les frottements)

- Application du théorème du moment cinétique
$$\left(\frac{dL_O}{dt} = \mathcal{M}_O(\vec{P}_1) + \mathcal{M}_O(\vec{P}_2) + \vec{M}_H \right) \cdot \vec{e}_Z$$

$$\mathcal{M}_O(\vec{P}_1) = \vec{OM}_1 \wedge \vec{P}_1 = d\vec{e}_T \wedge m_1(t)g\vec{e}_Y$$
$$= d(\sin\theta\vec{e}_X - \cos\theta\vec{e}_Y) \wedge m_1(t)g\vec{e}_Y$$

$$\mathcal{M}_O(\vec{P}_1) = m_1(t)dg \sin\theta \vec{e}_Z$$

$$\mathcal{M}_O(\vec{P}_2) = -d\vec{e}_T \wedge m_2(t)g\vec{e}_Y = -m_2(t)gd \sin\theta \vec{e}_Z$$

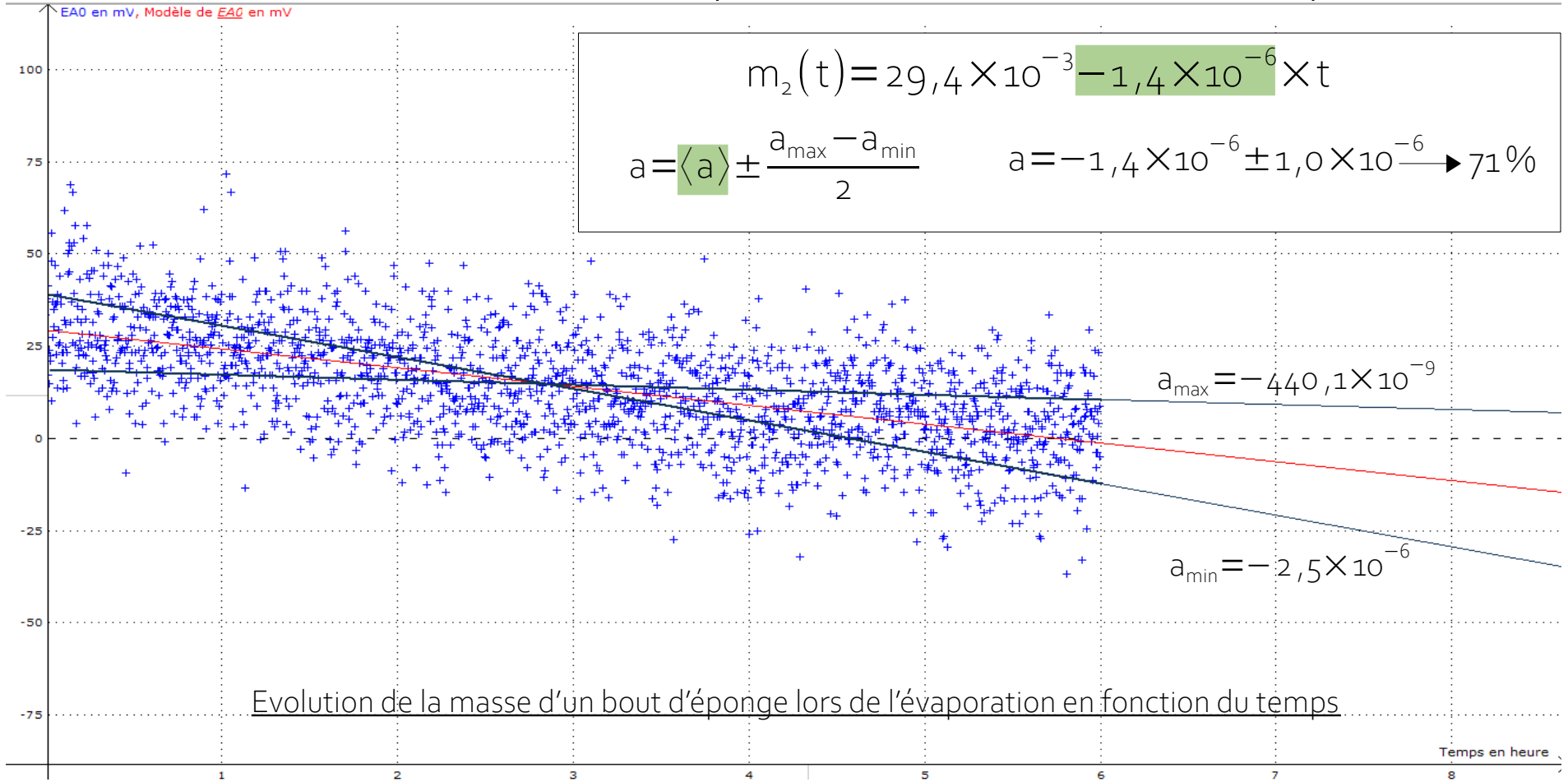
$$\vec{M}_H = -\alpha \dot{\theta} \vec{e}_Z$$

$$\alpha \dot{\theta} = \mathcal{J}_A \dot{\theta}$$

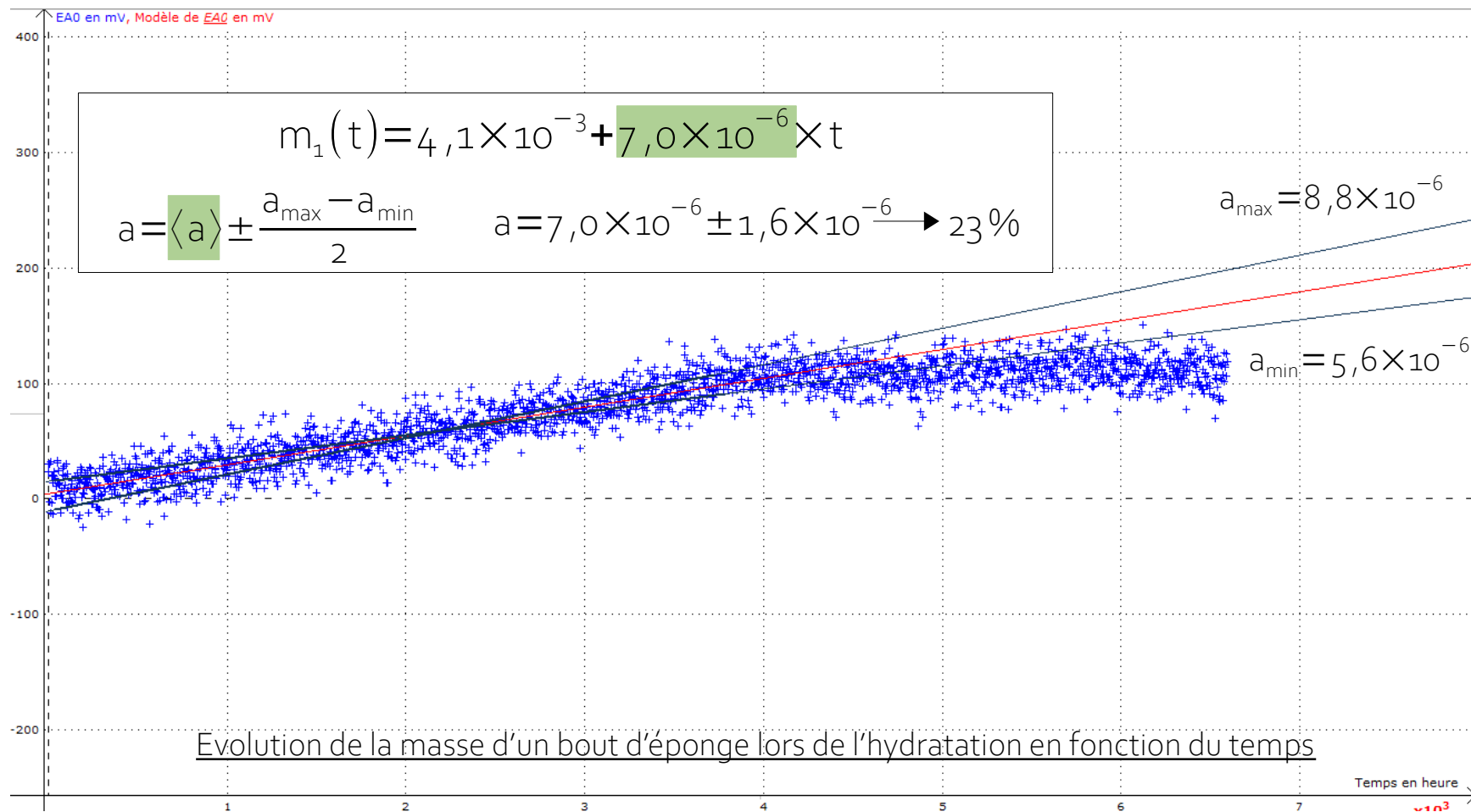
$$\text{donc } \mathcal{J}_A \ddot{\theta} = gd \sin\theta (m_1(t) - m_2(t)) - \alpha \dot{\theta}$$



Incertitudes sur la loi suivie par la masse lors de l'évaporation



Incertitudes sur la loi suivie par la masse lors de l'hydratation



Expression du moment d'inertie

- Dans le référentiel galiléen associé au laboratoire d'étude, le système {roule + masse entre deux bouts d'éponge} est soumis :

$$- \vec{P} = mg \vec{e}_y$$

- Application du TMC :

$$\left(\frac{dL_0}{dt} = 0 \right) \cdot \vec{e}_z$$

$$\begin{aligned} \text{donc } J \ddot{\psi} &= (\vec{OG} \wedge \vec{P}) \cdot \vec{e}_z \\ &= (\vec{de} \wedge mg \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_z \\ &= (\vec{de} \wedge mg (\cos(\psi) \vec{e}_x - \sin(\psi) \vec{e}_y)) \cdot \vec{e}_z \\ &= -mgd \sin(\psi) \end{aligned}$$

approximation des petits angles $\sin \psi \sim \psi$
donc $\ddot{\psi} + \frac{mgd}{J} \psi = 0$

oscillateur harmonique $\rightarrow \omega^2 = \frac{mgd}{J}$

$$\text{donc } \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mgd}{J}$$

$$\text{soit } J = \frac{mgd T^2}{4\pi^2}$$





Programme informatique pour récupérer les données d'un fichier .txt



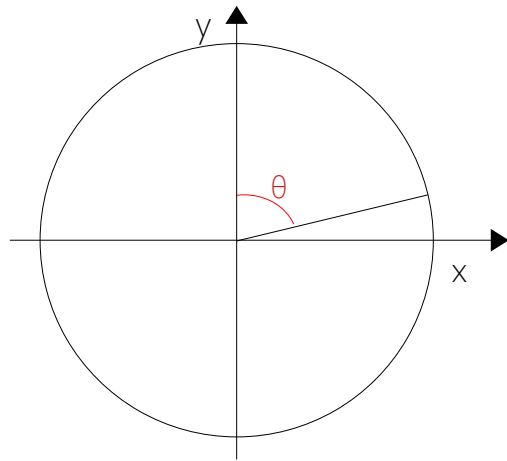
```
def recup(nomfichier, colonnes, sep = ";"):
    L = [ [] for _ in range(colonnes)] #initialisation de la liste de donnees
    with open(nomfichier, "r") as contenu:
        for ligne in contenu:
            try : #pour éviter les entêtes
                ligne = ligne.replace(',', '.') # transforme les , en .
                ligne = ligne.split(sep) #separe les valeurs
                for i in range(colonnes):
                    L[i].append(float(ligne[i]) ) #remplissage et conversion en flottant
            except: ValueError
    return np.array(L) # conversion en tableau
```

Extraction des points experimentaux

```
nomfichier = 'roue2'
Donnees = recup(nomfichier, 3, sep = ";") #recuperation de 3 colonnes
t = Donnees[0] #abscisses
X = Donnees[1] #abscisses
Y = Donnees[2] #ordonnees
```



Programme informatique pour tracer l'évolution de θ connaissant les coordonnées cartésiennes de chaque points



$$\tan(\theta) = \frac{x}{y}$$

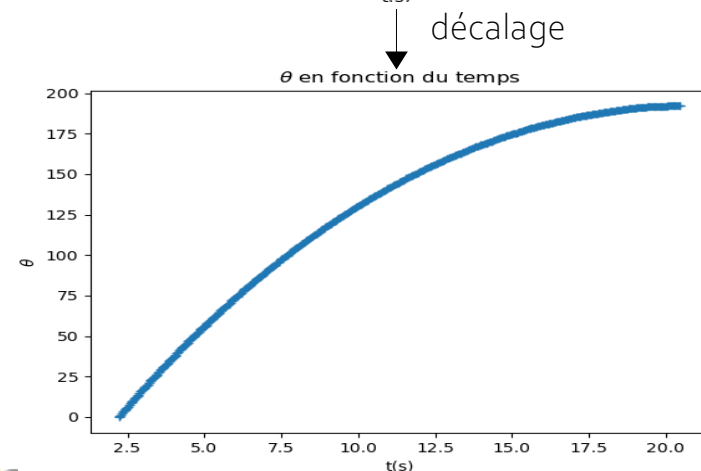
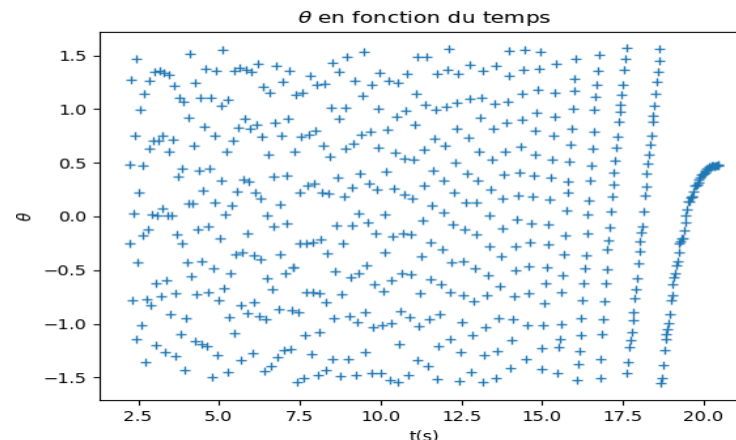
$$\theta = \arctan\left(\frac{x}{y}\right) [2\pi]$$

↓
(1)

Manipulation des donnees

```
theta = np.arctan(X / Y) (1)  
theta2 = np.copy(theta)
```

```
decalage = 0  
for k in range(1, len(theta)) :  
    if abs(theta[k] - theta[k-1]) > (np.pi / 2) :  
        decalage += np.pi  
    theta2[k] += decalage
```



Méthode d'Euler pour résoudre une équation non linéaire

```
def dm(theta, dt):
    if 0 <= theta % (np.pi * 2) < np.pi: # masse dans coté humide
        return a * m_01 * dt
    if np.pi < theta % (np.pi * 2) < np.pi * 2: # masse dans coté sec
        return -b * m_02 * dt

def resolution(to, tf, dt, theta_0, omega_0):
    g = 9.81
    temps = np.arange(to, tf + dt, dt)
    theta = np.zeros(len(temps))
    omega = np.zeros(len(temps))
    # CI
    theta[0] = theta_0
    omega[0] = omega_0
    l_m1 = [m_01]
    l_m2 = [m_01]
    m1, m2 = m_01, m_01

    for i in range(0, len(temps)-1):
        m1 += dm(theta[i], dt)
        m2 += dm(theta[i] + np.pi, dt)
        l_m1.append(m1)
        l_m2.append(m2)
        1 SM = (1/J) * (g*l*np.sin(theta[i]) * (m1 - m2) - cf*omega[i])
        2 theta[i+1] = omega[i]* dt + theta[i]
        3 omega[i+1] = omega[i] + dt * SM
    return temps, theta, omega, l_m1, l_m2
```

$$J\Delta\ddot{\theta} = gdsin\theta (m_1(t)-m_2(t)) - \alpha\dot{\theta}$$

on pose

$$\begin{cases} SM = \frac{1}{J\Delta} (gdsin\theta (m_1(t)-m_2(t)) - \alpha\dot{\theta}) \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \omega[i] = \frac{\theta[i+1]-\theta[i]}{dt} \\ SM = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow SM[i] = \frac{\omega[i+1]-\omega[i]}{dt} \end{cases}$$

on obtient ainsi :

$$\begin{cases} SM[i] = \frac{1}{J\Delta} (gdsin\theta[i] (m_1(t)-m_2(t)) - \alpha\dot{\theta}[i]) & 1 \\ \theta[i+1] = \theta[i] + \omega[i]dt & 2 \\ \omega[i+1] = \omega[i] + SM[i]dt & 3 \end{cases}$$

