

---

# Transmission d'énergie électrique sans fil

Filière MP

Session 2016/2017

# Sommaire:

---

*Introduction*

*I] Couplage inductif non résonant*

*II] Couplage inductif résonant*

*III] Comparaisons et améliorations*

*Conclusion*

---

# Introduction

# Intérêt de la transmission d'énergie sans fil

---

- Nécessité actuelle de supprimer les fils → limiter l'encombrement
- Multiplication des appareils électriques à faible consommation
- Nombreuses applications dans divers domaines :
  - Domestique : recharge d'appareils avec batteries, alimentation de petits appareils courants



- Industriel : recharge de voitures électriques, applications diverses de la transmission de puissance (trains)



*Recharge sans fil  
Nissan Leaf*

- Médecine : Apport d'énergie électrique aux implants (sans effectuer d'opérations lourdes)



*Pacemaker*

# Différents moyens de transmission de puissance sans fil

- Couplage inductif non résonant en champ proche



- Couplage inductif résonant en champ proche

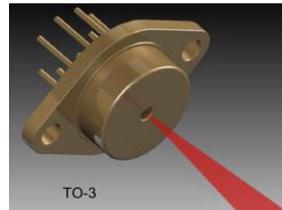
*Equipe du MIT ayant réalisé un transfert de puissance sans fil par couplage résonant*



- Rayonnement en champ lointain



*Antenne à forte directivité*



*Diode laser*



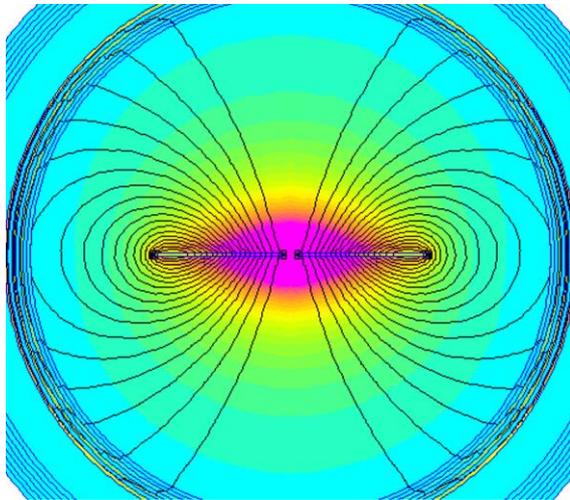
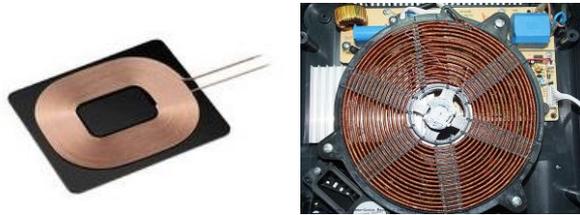
*Antenne micro-onde*

---

# I] Couplage inductif non résonant

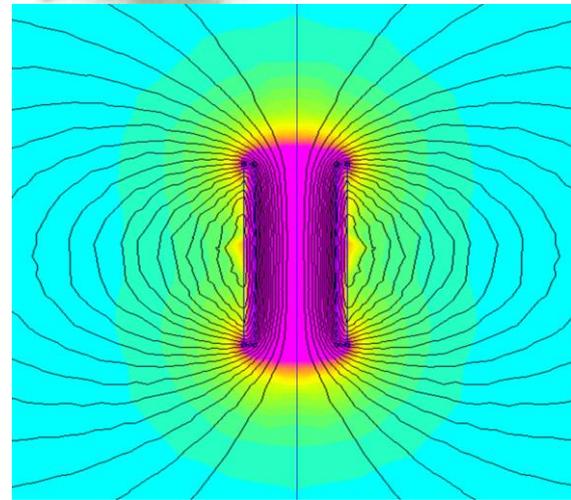
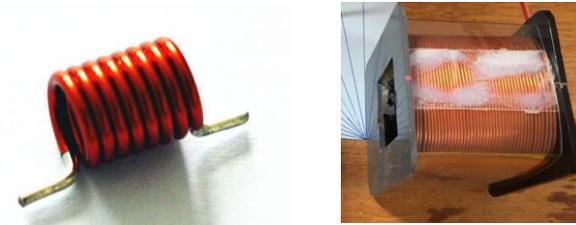
# Etude préliminaire des bobines utilisées

## BOBINES 2D OU « PLATES »



*Carte de champ bobine plate (logiciel FEMM)*

## BOBINES TYPE SOLÉNOÏDES



*Carte de champ solénoïde (logiciel FEMM)*

# Description du système

- Système de transmission classique utilisé dans les chargeurs sans fil actuels (type IQ)



*Emetteur type IQ*



*Récepteur type IQ  
en circuit imprimé*

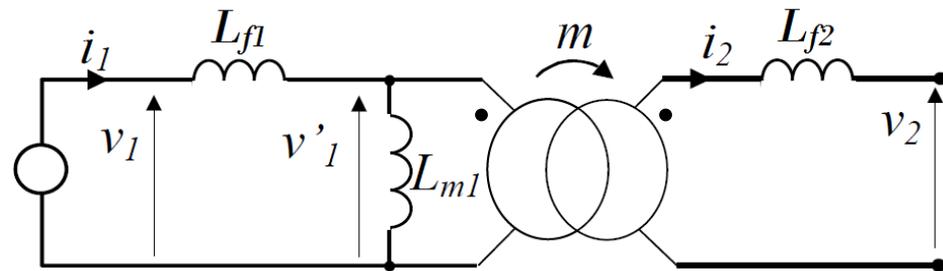
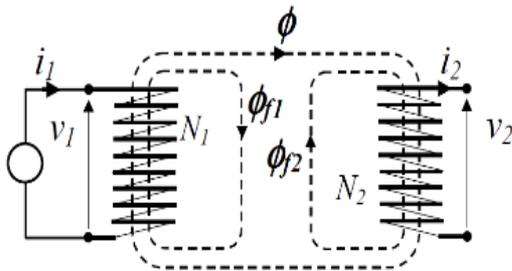
- Rendement de transfert de puissance entre les deux bobines dans le cas d'un alignement parfait donné par Yates :

$$\eta = \frac{\mu_0^2 \pi^2 N_e^2 N_r^2 a^4 b^4 w^2}{16 R_e R_r (a^2 + d^2)^3}$$

- Bobine émettrice :  $N_e$  spires, résistance  $R_e$ , diamètre  $a$
- Bobine réceptrice :  $N_r$  spires, résistance  $R_r$ , diamètre  $b$
- Bobines séparées d'une distance  $d$

# Modélisation théorique du couplage

- Ajout d'inductances de fuites modélisant le flux de perte



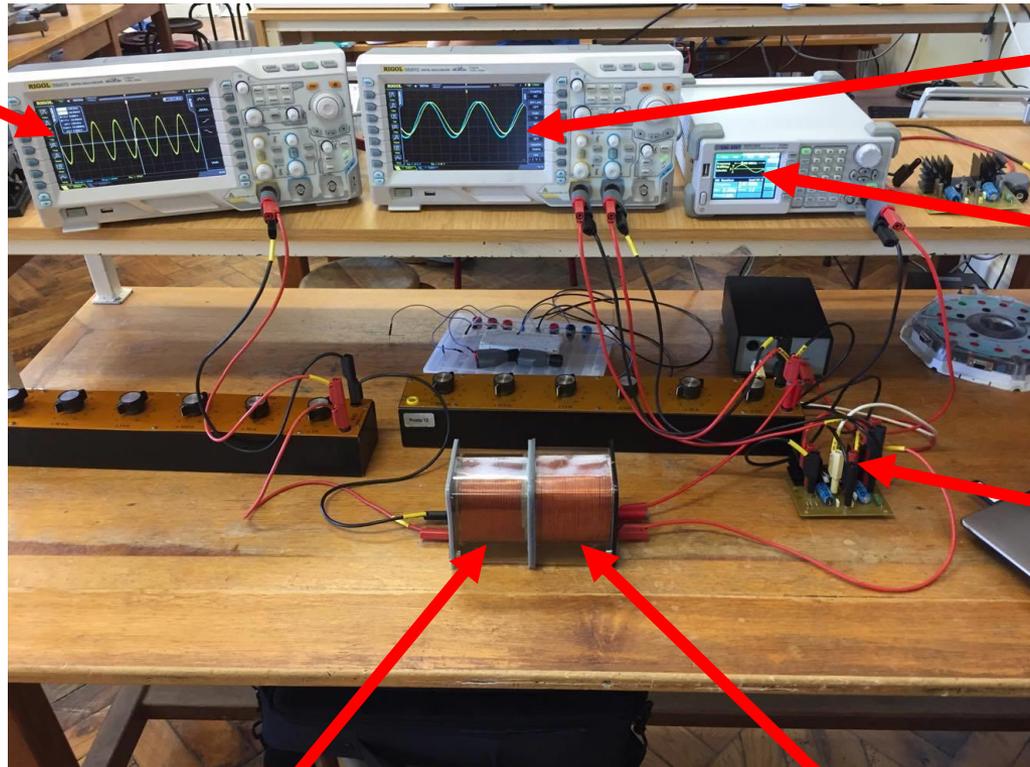
- Coefficient de couplage  $k$  :  $M = k \cdot M_{max}$  ;  $k = \frac{M}{\sqrt{L1L2}}$

- Equation du circuit :  $V2(t) = m \cdot \frac{Lm1}{Lm1 + Lf1} \cdot V1(t) = k \cdot \sqrt{\frac{L2}{L1}} \cdot V1(t)$

Avec :  $L1 = Lm1 + Lf1$  et  $L2 = Lm2 + Lf2$

# Réalisation expérimentale

Mesures sur le circuit secondaire



Mesures sur le circuit primaire

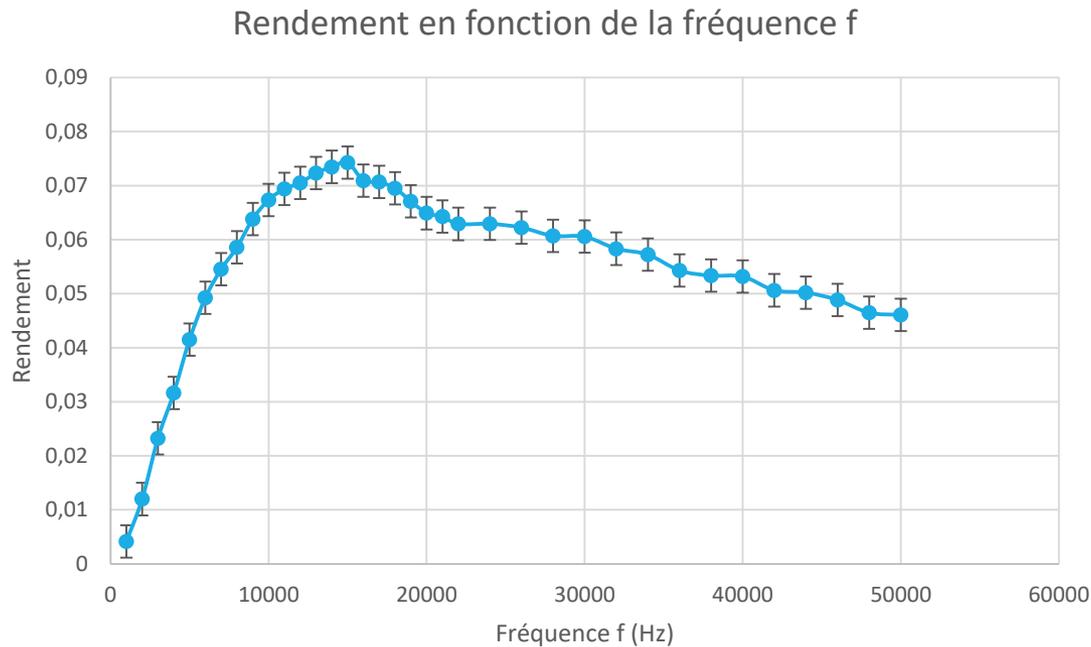
GBF, amplitude tension constante

Amplificateur de courant (puissance)

Bobine secondaire

Bobine primaire

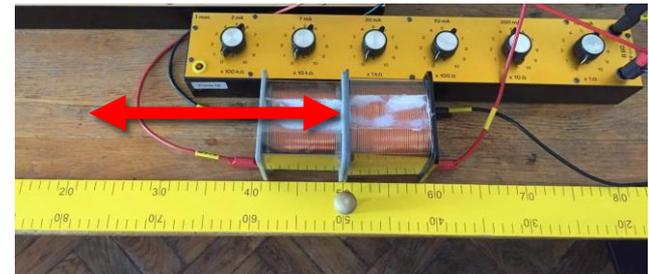
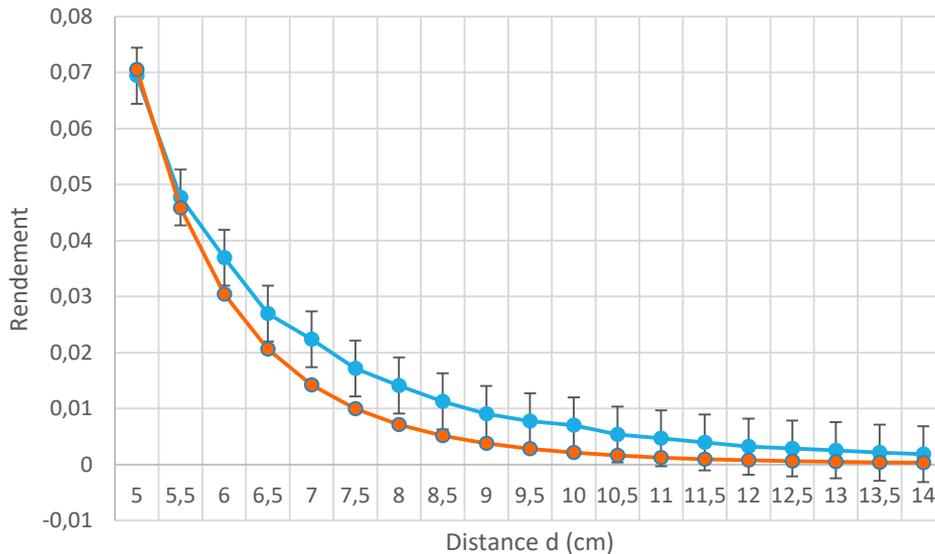
# Expérience : Balayage en fréquence



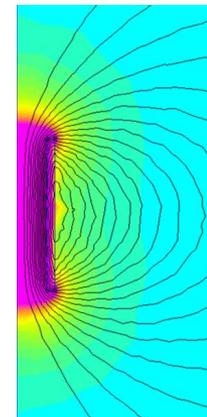
- **Rendement maximal : 7,4%** → fréquence : 15 kHz
- Comparaison avec le rendement théorique  $\eta_{th} \sim \omega^2$   
→ Cause : capacités parasites

# Expérience : Distance sur l'axe

Rendement en fonction de la distance sur l'axe



—●— Rendement mesuré  
—●— Rendement théorique



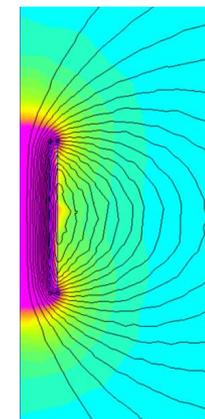
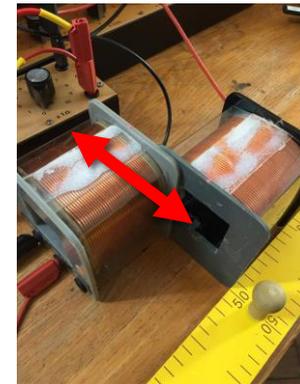
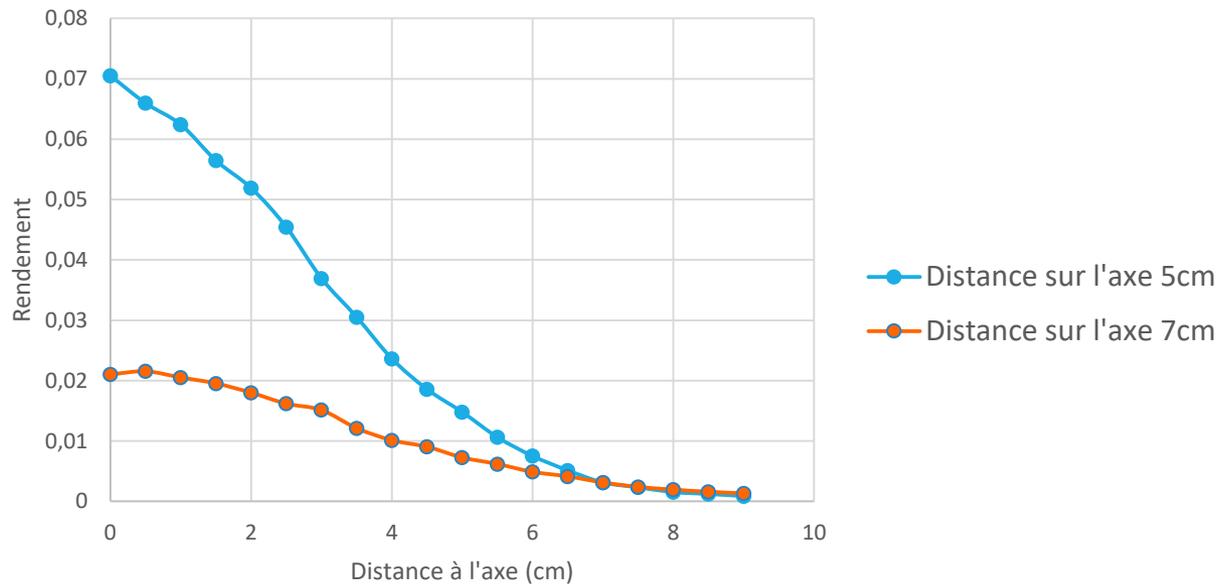
*Carte de champ  
Bobine solénoïde*

- Comparaison rendement mesuré / théorique :  
- Coefficient de corrélation :  $R^2 = 0,992$

- Décroissance similaire → Rendement théorique :  $\eta = \frac{\mu_0^2 \pi^2 N_e^2 N_r^2 a^4 b^4 w^2}{16 R_e R_r (a^2 + d^2)^3}$

# Expérience : Désalignement

Rendement en fonction du désalignement

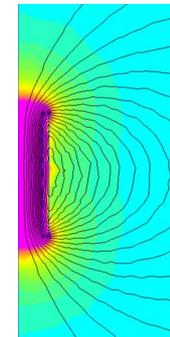
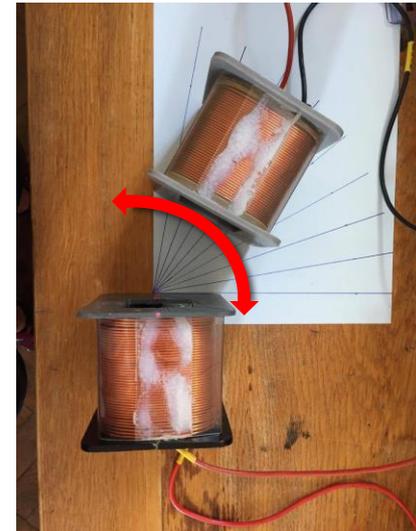
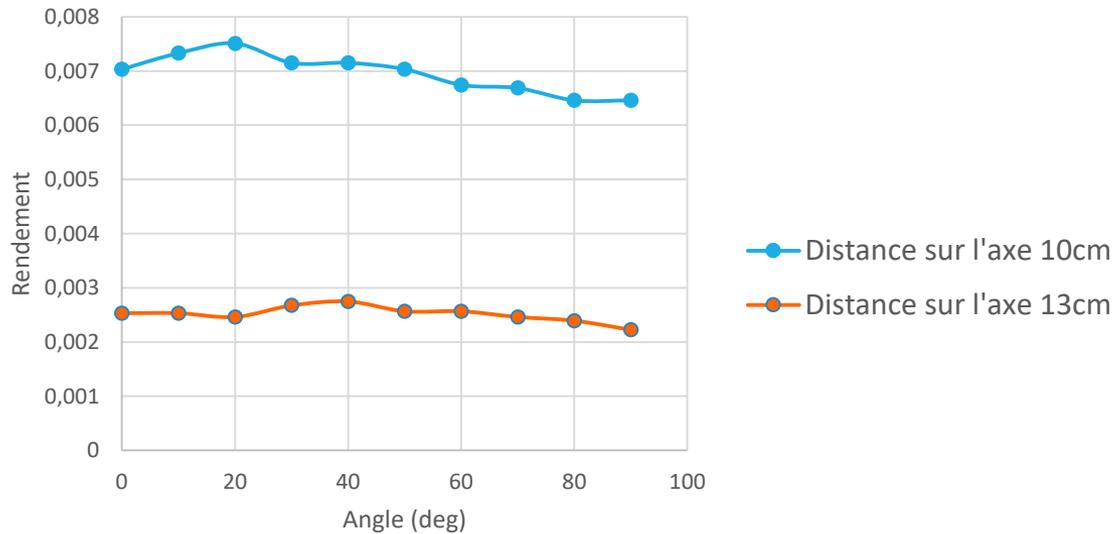


Carte de champ  
Bobine solénoïde

- Influence du désalignement
- Effondrement plus important à faible distance

# Expérience : Angle

Rendement en fonction de l'angle



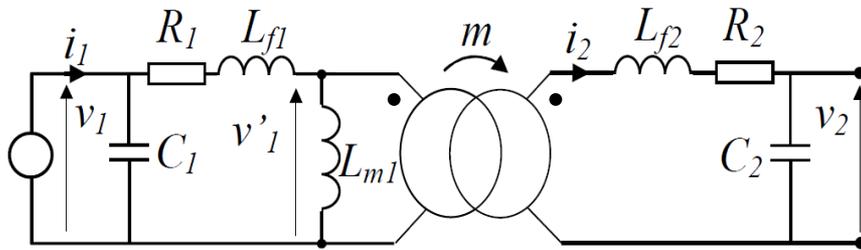
Carte de champ  
Bobine solénoïde

- Faible influence de l'angle sur le rendement

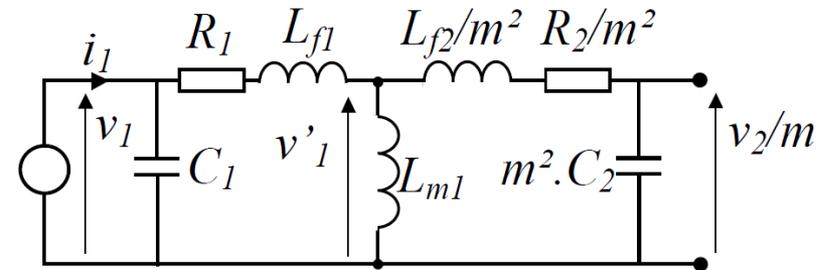
---

## II] Couplage inductif résonant

# Modélisation théorique en couplage partiel résonant



Circuit en couplage partiel



Circuit en couplage partiel ramené au primaire

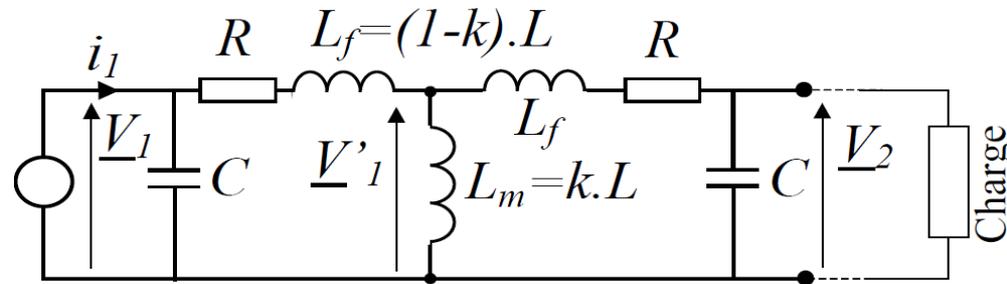
Rapport de transformation:

$$m = \frac{M}{Lm1} = \frac{\sqrt{Lm1Lm2}}{Lm1} < m_{max}$$

Coefficient de couplage:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L1L2}} = \sqrt{\frac{Lm1Lm2}{L1L2}}$$

# Simplifications et fonction de transfert



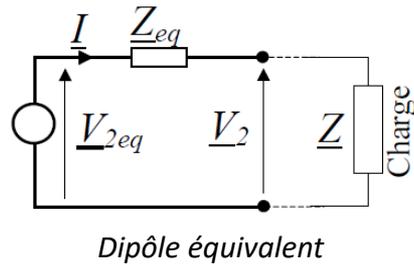
Fonction de transfert: 
$$\underline{V2} = \frac{j \cdot (kL) \cdot \omega}{R + (j\omega) \cdot (L + R^2C) - 2\omega^2 RLC + j\omega^3 CL^2(k^2 - 1)} \cdot \underline{V1}$$

- Approximation: 
$$\underline{V2} = \frac{k}{1 + j\omega \cdot RC - \omega^2 LC} \cdot \underline{V1}$$

*Couplage faible :  $k \ll 1$   
 $R \ll L\omega$  (vérifiée expérimentalement)*
- $f_{résonance} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} \rightarrow$  **indépendante de k**

Grandeurs caractéristiques: pulsation propre :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , facteur de qualité :  $Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  (type RLC)

# Cas de la résonance



- $Z_{eq} = \frac{R+(j\omega).L}{1-\omega^2 LC+(j\omega).RC} \rightarrow Z_{eq,min} = \frac{R+jL\omega_0}{j.RC.\omega_0}$

D'où :  $|Z_{eq,min}| \approx \frac{L}{RC}$  Approximation :  $R \ll L\omega$

- $V_{2eq,max} = \frac{k}{j.RC.\omega_0} . V_1$

Puissance maximale secondaire :  $P_{max} = \frac{V_{2,max}^2}{|Z_{eq,min}|} \approx \frac{k^2.V_1^2}{|Z_{eq,min}|}$

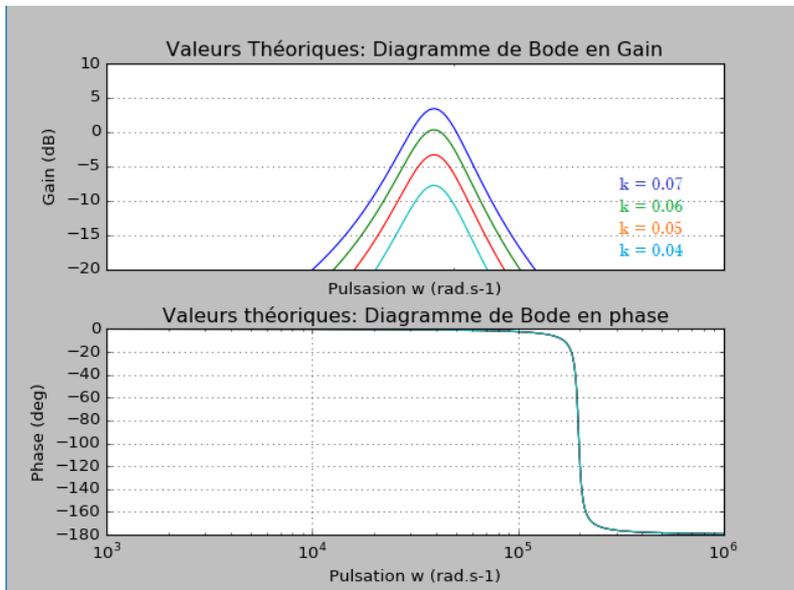
Coefficient de couplage :  $k = \frac{\sqrt{R.P_{max}}}{V_1} \rightarrow \underline{k_{th} = 0,046}$

- Fonctionnement à la fréquence de résonance :

$$\rightarrow E_{\text{élec}} = E_{\text{magn}}$$

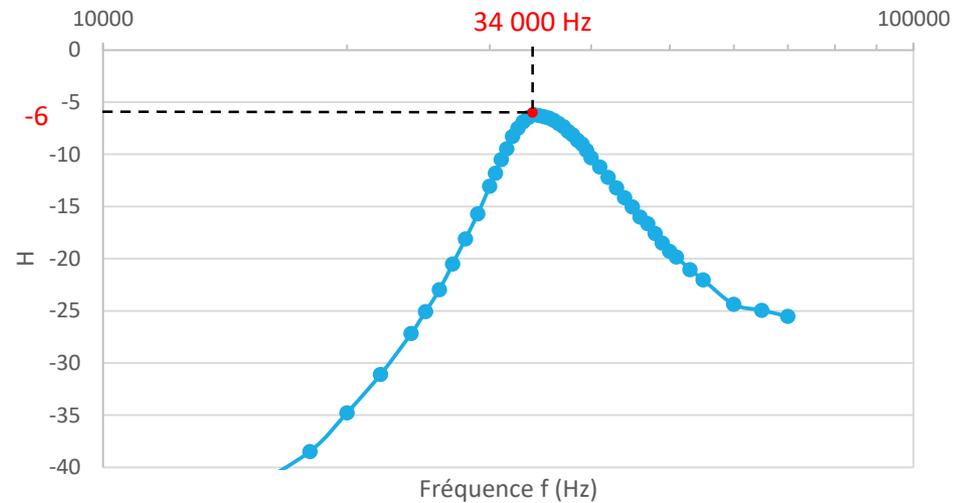
- Pertes dans le conducteur / Pertes par rayonnement

- **Q et k  $\rightarrow$  rendement de transmission de puissance**



$$k_{exp} = 0,044 \pm 0,004$$

Diagramme de Bode en gain expérimental



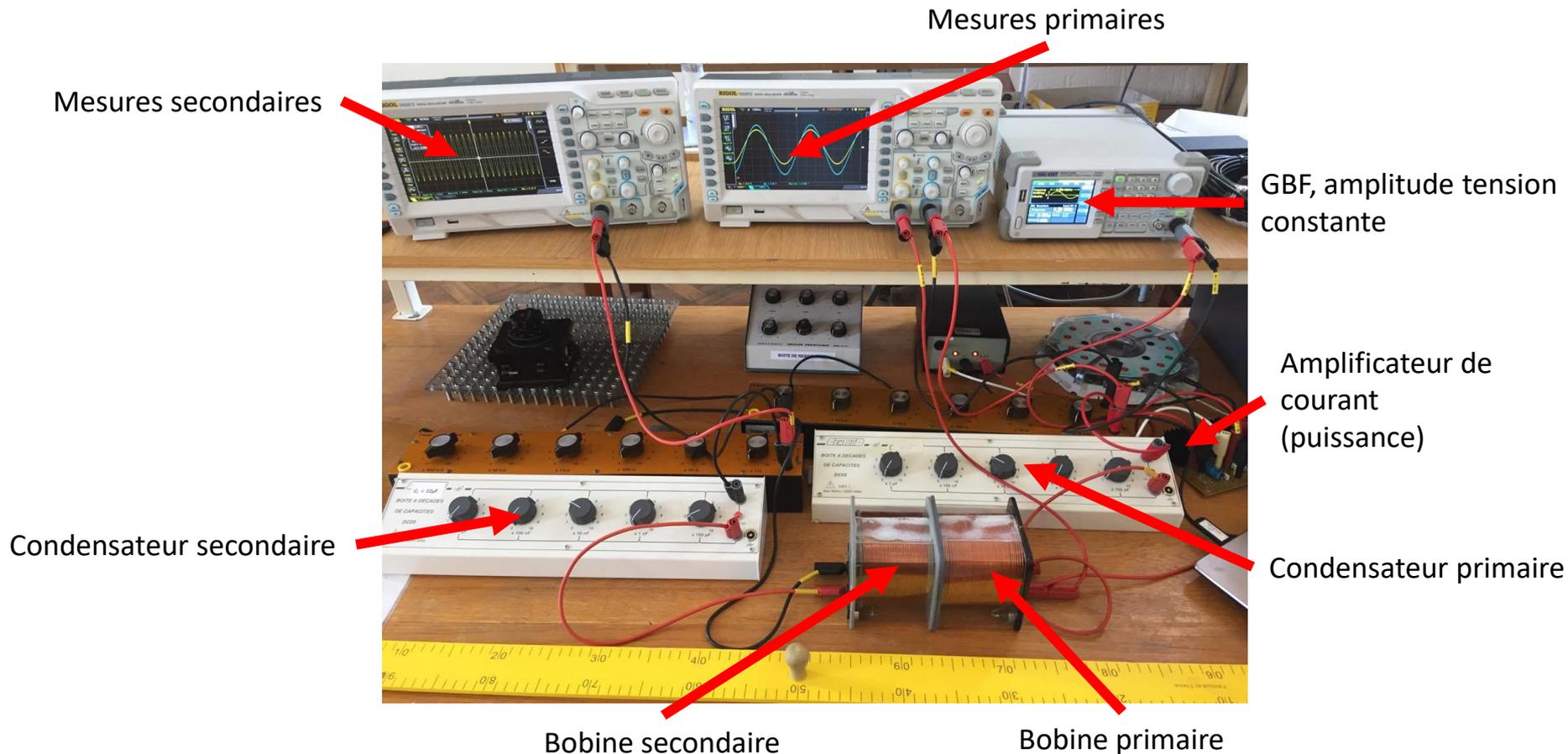
$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 16,9$$

$$R = 10 \Omega$$

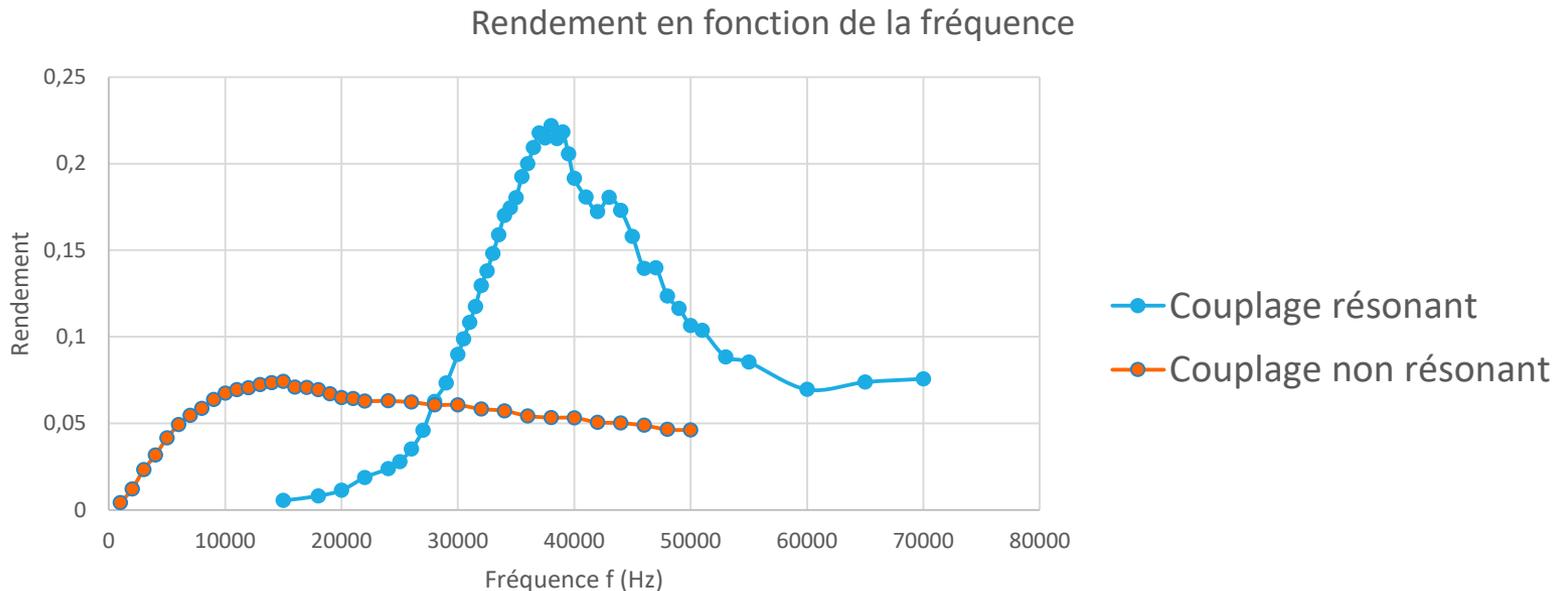
$$L = 0,86 \text{ mH}$$

$$C = 10 \text{ nF}$$

# Réalisation expérimentale



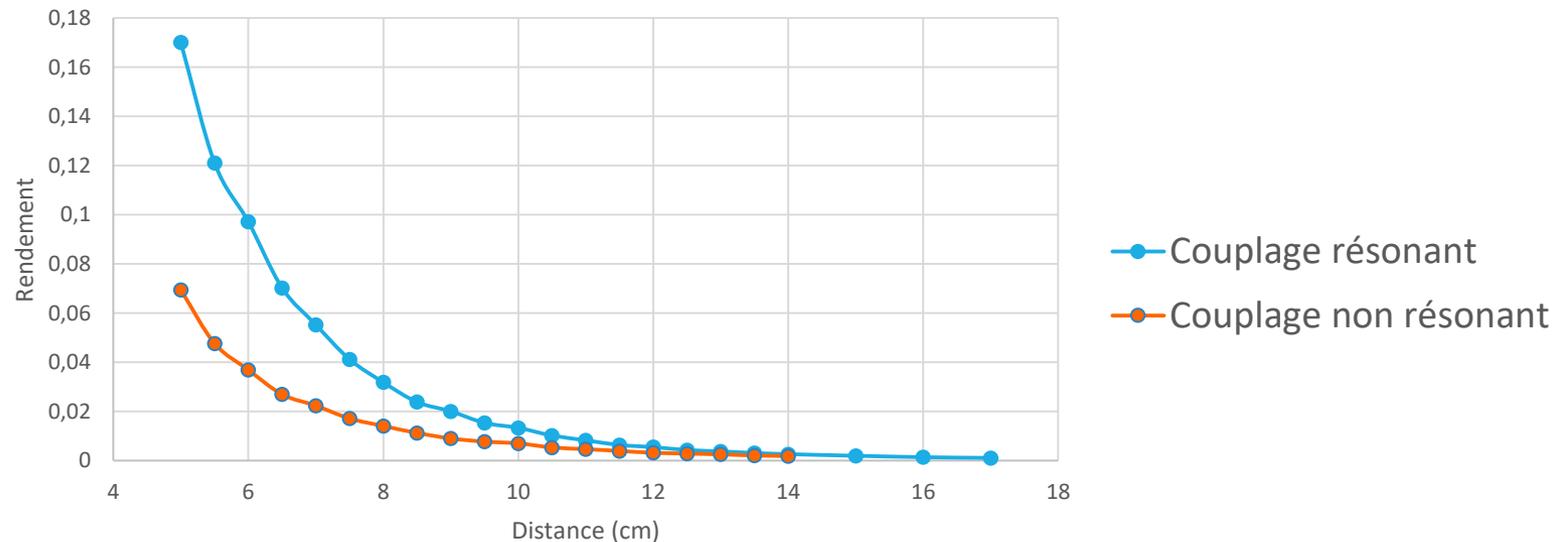
# Expérience : Balayage en fréquence



- **Rendement plus important avec résonance** → **23 %**
- Possibilité d'atteindre des fréquences plus élevées
- Couplage résonant → **fréquence de travail précise**

# Expérience : Distance sur l'axe

Rendement en fonction de la distance sur l'axe

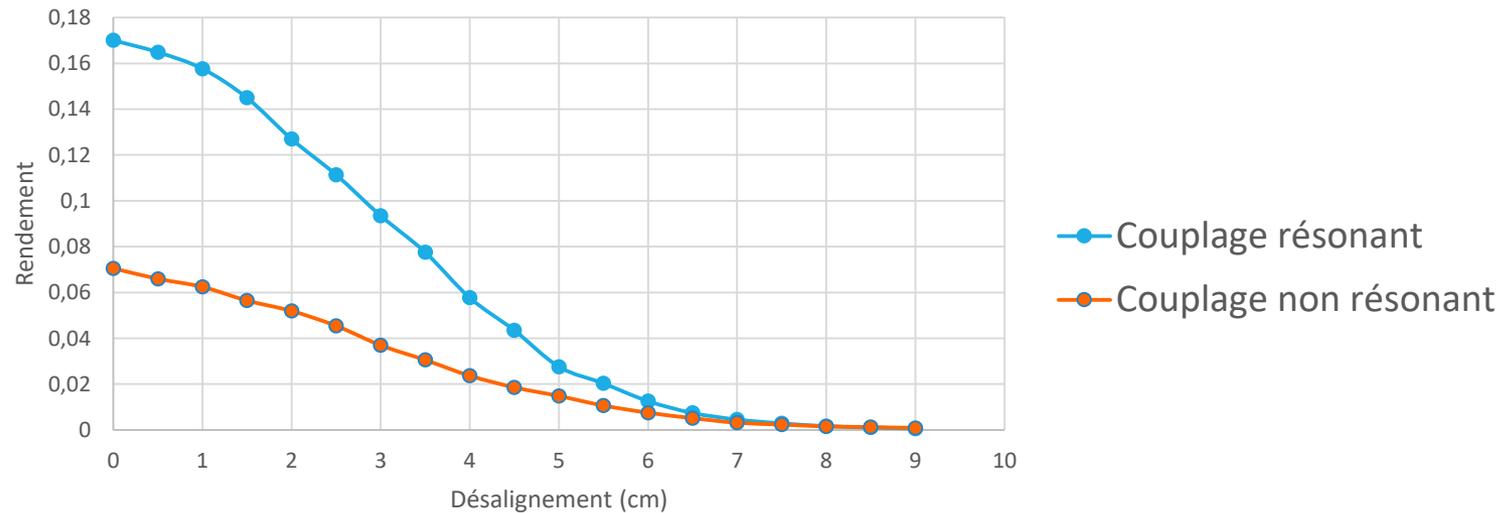


*Fréquence de travail : 34 kHz*

- Rendement plus important avec résonance **en champ proche**
- Zone de couplage fort **allongée**
  - distance avec rendement acceptable plus élevée

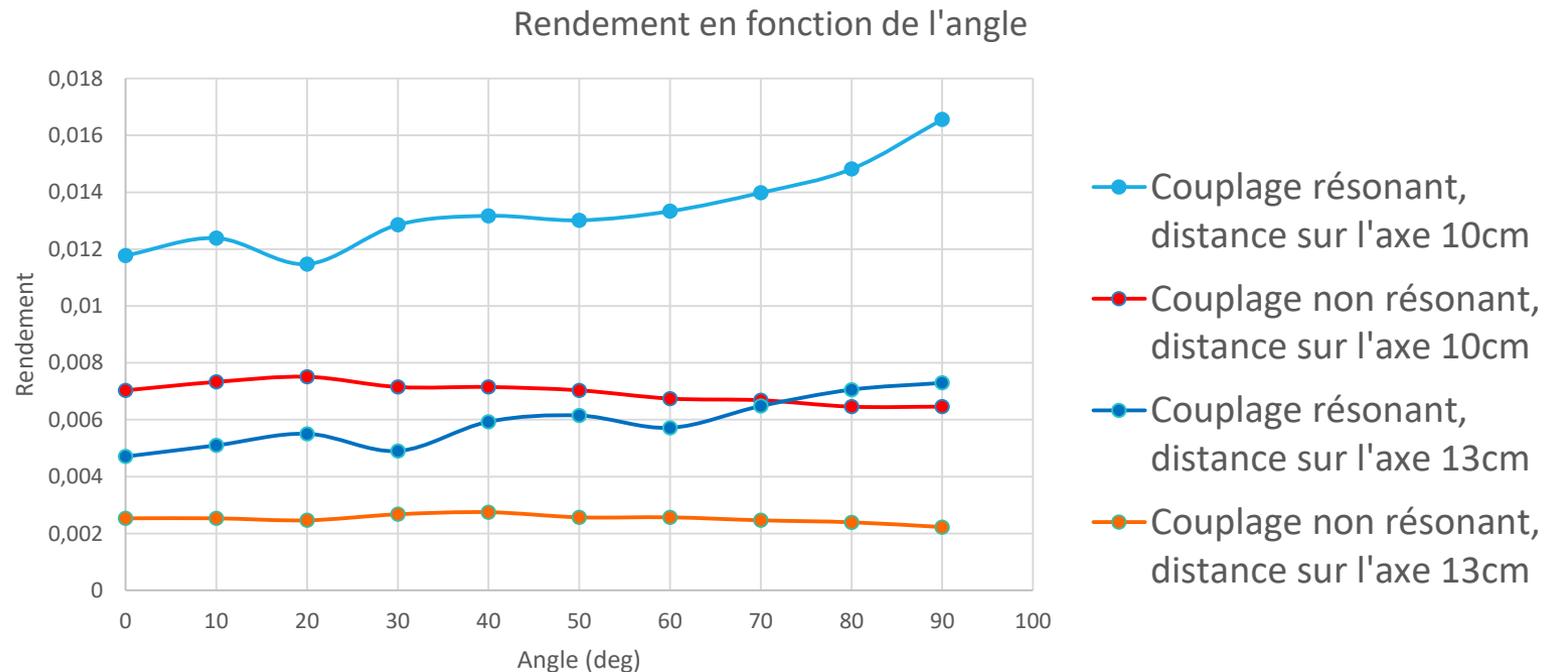
# Expérience : Désalignement

Rendement en fonction du désalignement,  
distance sur l'axe 5 cm



- Zone de couplage fort **élargie**
- Plus forte décroissance du rendement avec résonance

# Expérience : Angle



- Faible influence de l'angle sur le rendement

---

# III] Comparaisons et améliorations

# Intérêts du couplage résonant

---

- Compenser la chute de tension dû à un flux moins important de fuite grâce au **phénomène de résonance**.
- Atteindre un **rendement acceptable**
- Augmenter la **distance entre l'émetteur et le récepteur** :
  - *Jusqu'à 2 à 4 fois la taille du système (rayon des bobines)*
  - résultats du MIT : 2,5 fois → efficacité 70%
  - 3,5 fois → efficacité 40%
- Transmettre une **puissance plus importante** (par rapport au couplage non résonant) → plus grand stockage d'énergie
- **Faible interaction avec les milieux** → **sécurité** pour le corps humain (couplage inductif général)

# Améliorations du dispositif

- + **grand rayon** des bobines
- + **grande inductance** → flux primaire plus important
- + **faible capacité** → fréquence de résonance élevée
- + **faible résistance des enroulements**

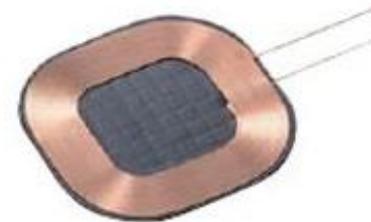
} Facteur de qualité élevé Q

- **Optimisation de la géométrie des bobines**

*Bobine type utilisée par l'équipe du MIT*

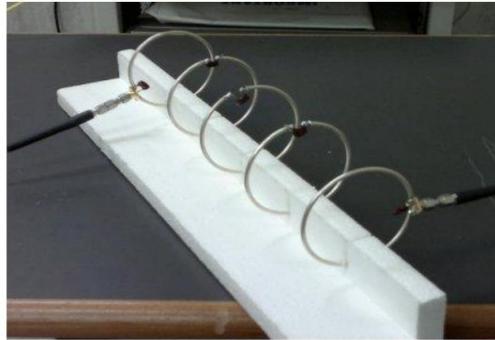


*Bobine type circuit imprimé*

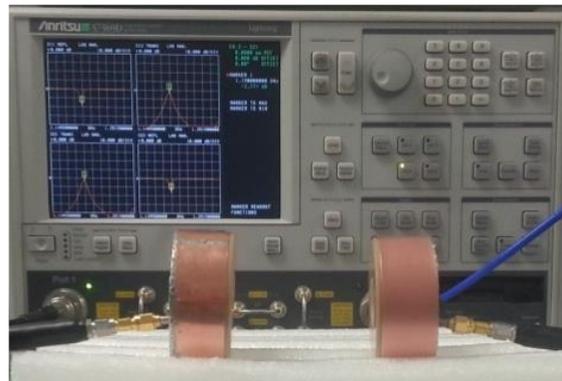


# Systemes complémentaires

- Utilisation de plusieurs résonateurs  $\rightarrow$  guidage du flux magnétique  
(Ou noyau ferromagnétique)



- Résonateurs diélectriques céramiques avec permittivité élevée



# Conclusion

---

- Couplage inductif + résonance → Résoudre le problème de rendement des systèmes classiques
- Solution pour la réduction des fils (chargeurs)
- Solution pour une alimentation directe (réduction des batteries)
- Actualité : système performant développé par le MIT notamment



Equipe du MIT dirigé par Marin Soljacic'

---

# Annexes

# Programme Python diagramme de Bode :

```
# On importe les bibliothèques
from matplotlib.pyplot import *
from numpy import *
from pylab import *

#Constante du système: à modifier avec Q=1/R.sqrt(L/C)
#Valeur TP
R1=10
C1=3e-8
L1=0.86e-3

# La fonction de transfert ici
def H(w,k,R,L,C):
    return k/(1 - L*C*(w**2) + 1j*R*C*w)

# Découpage régulier des puissances en base 10 de la pulsation
#ici de 10^-2 à 10^3
puissance_w = arange(3,6,0.001)

# Les pulsations w
W = 10**puissance_w

#####
# Première valeur de R,L,C:
# La phase en degré, R1,L1,C1

phase1 = angle(H(W,0.07,R1,L1,C1), 'deg')
phase2 = angle(H(W,0.06,R1,L1,C1), 'deg')
phase3 = angle(H(W,0.05,R1,L1,C1), 'deg')
phase4 = angle(H(W,0.04,R1,L1,C1), 'deg')

# Le module en dB

module1 = 20*log(absolute(H(W,0.07,R1,L1,C1)))
module2 = 20*log(absolute(H(W,0.06,R1,L1,C1)))
module3 = 20*log(absolute(H(W,0.05,R1,L1,C1)))
module4 = 20*log(absolute(H(W,0.04,R1,L1,C1)))

#####
#Tracer du diagramme de Bode

subplot(2,1,1) # Permet d'afficher plusieurs graphes
               #(nombre de graphe (2),colonne (1), ligne (1))
semilogx(W,module1) # Tracé en semilog du module
semilogx(W,module2)
semilogx(W,module3)
semilogx(W,module4)
title('Valeurs Théoriques: Diagramme de Bode en Gain')
xlabel('Pulsation w (rad.s-1)')
ylabel('Gain (dB)')
axis([150000,250000,-20,10])
grid(True) # Activation de la grille

subplot(2,1,2)
semilogx(W,phase1) #Tracé en semilog de la phase
semilogx(W,phase2)
semilogx(W,phase3)
semilogx(W,phase4)
title('Valeurs théoriques: Diagramme de Bode en phase')
xlabel('Pulsation w (rad.s-1)')
ylabel('Phase (deg)')
grid(True) #Activation de la grille

#On montre le graphique
show()
```

## Tableau de mesures en couplage non résonant :

Fréquences (Hz)	Amplitude entrée (V)	Amplitude sortie (V)	Amplitude R primaire (V)	S/E	H(jw)	Pulsation (rad/s)	Puissance entrée (W)	Puissance sortie (W)	Rendement	Rendement (%)	Rendement th.
1000	1,3	0,5	9,3	0,3846154	-8,299467	6283,185307	1,209	0,005	0,0041356	0,41356493	0,00031345
2000	1,3	0,752	7,25	0,5784615	-4,75451	12566,37061	0,9425	0,01131008	0,0120001	1,200008488	0,00125378
3000	1,3	0,92	5,6	0,7076923	-3,00311	18849,55592	0,728	0,0169328	0,0232527	2,325274725	0,00282101
4000	1,3	0,96	4,48	0,7384615	-2,633442	25132,74123	0,5824	0,018432	0,0316484	3,164835165	0,00501513
5000	1,3	0,98	3,58	0,7538462	-2,454346	31415,92654	0,4628	0,019208	0,0415039	4,150388937	0,00783615
6000	1,3	0,98	3	0,7538462	-2,454346	37699,11184	0,39	0,019208	0,0492513	4,925128205	0,01128405
7000	1,3	0,96	2,6	0,7384615	-2,633442	43982,29715	0,338	0,018432	0,0545325	5,453254438	0,01535885
8000	1,3	0,94	2,32	0,7230769	-2,81631	50265,48246	0,3016	0,017672	0,0585942	5,859416446	0,02006054
9000	1,3	0,92	2,04	0,7076923	-3,00311	56548,66776	0,2652	0,0169328	0,0638311	6,383107089	0,02538912
10000	1,3	0,9	1,85	0,6923077	-3,194017	62831,85307	0,2405	0,0162	0,0673597	6,735966736	0,03134459
11000	1,3	0,86	1,64	0,6615385	-3,588898	69115,03838	0,2132	0,014792	0,0693809	6,938086304	0,03792695
12000	1,3	0,84	1,54	0,6461538	-3,793281	75398,22369	0,2002	0,014112	0,0704895	7,048951049	0,04513621
13000	1,3	0,82	1,43	0,6307692	-4,00259	81681,40899	0,1859	0,013448	0,072734	7,233996772	0,05297235
14000	1,3	0,8	1,34	0,6153846	-4,217067	87964,5943	0,1742	0,0128	0,0734788	7,347876005	0,06143539
15000	1,3	0,78	1,26	0,6	-4,436975	94247,77961	0,1638	0,012168	0,0742857	7,428571429	0,07052532
16000	1,3	0,75	1,22	0,5769231	-4,777642	100530,9649	0,1586	0,01125	0,0709332	7,09331652	0,08024214
17000	1,3	0,73	1,16	0,5615385	-5,01241	106814,1502	0,1508	0,010658	0,0706764	7,067639257	0,09058586
18000	1,3	0,705	1,1	0,5423077	-5,315085	113097,3355	0,143	0,0099405	0,069514	6,951398601	0,10155646
19000	1,3	0,68	1,06	0,5230769	-5,628689	119380,5208	0,1378	0,009248	0,0671118	6,711175617	0,11315396
20000	1,3	0,656	1,02	0,5046154	-5,94079	125663,7061	0,1326	0,00860672	0,0649074	6,490739065	0,12537835
21000	1,3	0,64	0,98	0,4923077	-6,155268	131946,8915	0,1274	0,008192	0,0643014	6,430141287	0,13822963
22000	1,3	0,62	0,94	0,4769231	-6,431033	138230,0768	0,1222	0,007688	0,0629133	6,291325696	0,1517078
24000	1,3	0,6	0,88	0,4615385	-6,715842	150796,4474	0,1144	0,0072	0,0629371	6,293706294	0,18054483
26000	1,3	0,576	0,82	0,4430769	-7,070417	163362,818	0,1066	0,00663552	0,0622469	6,224690432	0,21188941
28000	1,3	0,544	0,75	0,4184615	-7,566889	175929,1886	0,0975	0,00591872	0,0607048	6,070482051	0,24574157
30000	1,3	0,525	0,7	0,4038462	-7,875681	188495,5592	0,091	0,0055125	0,0605769	6,057692308	0,28210129
32000	1,3	0,504	0,67	0,3876923	-8,230256	201061,9298	0,0871	0,00508032	0,0583274	5,832743972	0,32096858
34000	1,3	0,488	0,64	0,3753846	-8,510471	213628,3004	0,0832	0,00476288	0,0572462	5,724615385	0,36234343
36000	1,3	0,464	0,61	0,3569231	-8,948507	226194,6711	0,0793	0,00430592	0,0542991	5,429911728	0,40622586
38000	1,3	0,45	0,584	0,3461538	-9,214617	238761,0417	0,07592	0,00405	0,0533456	5,334562698	0,45261585
40000	1,3	0,44	0,56	0,3384615	-9,409814	251327,4123	0,0728	0,003872	0,0531868	5,318681319	0,5015134
42000	1,3	0,42	0,536	0,3230769	-9,813881	263893,7829	0,06968	0,003528	0,0506315	5,063145809	0,55291853
44000	1,3	0,41	0,515	0,3153846	-10,02319	276460,1535	0,06695	0,003362	0,0502166	5,021657954	0,60683122
46000	1,3	0,4	0,504	0,3076923	-10,23767	289026,5241	0,06552	0,0032	0,04884	4,884004884	0,66325148
48000	1,3	0,384	0,488	0,2953846	-10,59224	301592,8947	0,06344	0,00294912	0,0464868	4,648675914	0,7221793
50000	1,3	0,376	0,472	0,2892308	-10,77511	314159,2654	0,06136	0,00282752	0,0460808	4,608083442	0,78361469

## Tableau de mesures en couplage résonant :

Fréquences (Hz)	Amplitude entrée (V)	Amplitude sortie (V)	Amplitude R primaire (V)	Phase primaire (deg)	S/E	H(jw)	Pulsation (rad/s)	Puissance entrée (W)	Puissance sortie (W)	Rendement	Rendement (%)
25000	10,6	0,532	0,32	-75	0,0558431	-25,05968	157079,6327	0,252400333	0,00700928	0,027770486	2,777048636
26000	10,6	0,752	1,04	-73	0,0709434	-22,98176	163362,818	0,322310567	0,01131008	0,035090627	3,509062733
27000	10,6	1	1,2	-70	0,0943396	-20,50612	169646,0033	0,435049622	0,02	0,045971767	4,59717673
28000	10,6	1,32	1,4	-68	0,1245283	-18,03464	175929,1886	0,555916185	0,034848	0,062685709	6,268570868
29000	10,6	1,74	1,66	-62	0,1641509	-15,69513	182212,3739	0,826082162	0,060552	0,073300215	7,330021491
30000	10,6	2,36	2,04	-55	0,2226415	-13,04788	188495,5592	1,240301686	0,111392	0,089810408	8,981040763
30500	10,6	2,72	2,2	-50	0,2566038	-11,81474	191637,1519	1,498980706	0,147968	0,098712411	9,871241133
31000	10,6	3,16	2,42	-44	0,2981132	-10,51238	194778,7445	1,845250456	0,199712	0,108230294	10,82302944
31500	10,6	3,56	2,62	-39	0,3358491	-9,477117	197920,3372	2,158289764	0,253472	0,117441135	11,74411352
32000	10,6	4,08	2,8	-30	0,3849057	-8,292914	201061,9298	2,570363398	0,332928	0,129525654	12,95256539
32500	10,6	4,48	2,96	-22	0,4226415	-7,480557	204203,5225	2,909132062	0,401408	0,137982048	13,79820481
33000	10,6	4,8	3,04	-15	0,4528302	-6,881293	207345,1151	3,112599389	0,4608	0,148043466	14,80434657
33500	10,6	5,04	3,04	-7	0,4754717	-6,457507	210486,7078	3,198380719	0,508032	0,158840377	15,88403772
34000	10,6	5,2	3	0	0,490566	-6,18605	213628,3004	3,18	0,5408	0,170062893	17,00628931
34500	10,6	5,15	2,88	5	0,4858491	-6,269973	216769,8931	3,041183174	0,53045	0,174422246	17,44222461
35000	10,6	5,08	2,76	12	0,4792453	-6,388843	219911,4858	2,861668621	0,516128	0,180359108	18,03591081
35500	10,6	5,01	2,62	20	0,4726415	-6,509363	223053,0784	2,609714346	0,502002	0,192358984	19,23589839
36000	10,6	4,88	2,48	25	0,4603774	-6,737721	226194,6711	2,382501911	0,476288	0,199910858	19,99108575
36500	10,6	4,72	2,32	30	0,445283	-7,027277	229336,2637	2,129729673	0,445568	0,209213407	20,92134066
37000	10,6	4,56	2,2	35	0,4301887	-7,32682	232477,8564	1,910262567	0,415872	0,217704104	21,77041037
37500	10,6	4,32	2,08	38	0,4075472	-7,796442	235619,449	1,73740611	0,373248	0,214830602	21,48306018
38000	10,6	4,16	1,98	42	0,3924528	-8,124251	238761,0417	1,55971236	0,346112	0,221907583	22,19075831
38500	10,6	3,92	1,88	44	0,3698113	-8,640396	241902,6343	1,433500354	0,307328	0,214389902	21,43899017
39000	10,6	3,76	1,76	46	0,354717	-9,00236	245044,227	1,295954656	0,282752	0,218180473	21,81804731
39500	10,6	3,5	1,68	48	0,3301887	-9,624756	248185,8196	1,191587784	0,245	0,205608016	20,56080159
40000	10,6	3,23	1,6	50	0,304717	-10,32207	251327,4123	1,090167786	0,208658	0,191399895	19,13998952
41000	10,6	2,92	1,48	53	0,2754717	-11,19846	257610,5976	0,944127408	0,170528	0,180619693	18,06196902
42000	10,6	2,6	1,36	57	0,245283	-12,20665	263893,7829	0,785151633	0,1352	0,172196037	17,21960375
43000	10,6	2,32	1,24	63	0,2188679	-13,19636	270176,9682	0,596725113	0,107648	0,180397972	18,03979717
44000	10,6	2,08	1,16	66	0,1962264	-14,14485	276460,1535	0,500123376	0,086528	0,173013309	17,30133085
45000	10,6	1,88	1,08	67	0,1773585	-15,02296	282743,3388	0,447308996	0,070688	0,158029462	15,80294621
46000	10,6	1,68	1,02	68	0,1584906	-15,99993	289026,5241	0,405024649	0,056448	0,139369296	13,93692956
47000	10,6	1,56	0,96	70	0,1471698	-16,64363	295309,7094	0,348039698	0,048672	0,139846116	13,98461161
48000	10,6	1,4	0,92	71	0,1320755	-17,58356	301592,8947	0,317494064	0,0392	0,123466875	12,34668752
49000	10,6	1,26	0,88	73	0,1188679	-18,49871	307876,0801	0,272724326	0,031752	0,116425258	11,64252579
50000	10,6	1,15	0,85	74	0,1084906	-19,29216	314159,2654	0,248349258	0,02645	0,106503238	10,65032376

# Démonstration du rendement :

$$\eta = \frac{\mu_0^2 \pi^2 N e^2 N r^2 a^4 b^4 w^2}{16 R e R r (a^2 + d^2)^3}$$

## Démonstration rendement

Chp créé par un solénoïde au son axe :  $B(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \times \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$

Donc  $\Phi_s(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 I a^2 N_1}{2 (z^2 + a^2)^{3/2}} \times 4\pi b^2 N_2$  (capté par une seconde spire)

En dérivant :  $\frac{d\Phi_s(\vec{B})}{dt} = \left( \frac{4\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2 w}{2 (z^2 + a^2)^{3/2}} \right) = e$  avec loi de Faraday.

Donc puissance générateur :  $\frac{e^2}{R_2} = \left( \frac{16\pi^2 \mu_0^2 N_1^2 N_2^2 I^2 a^4 b^4 w^2}{4 R_2 (z^2 + a^2)^3} \right)$

a: rayon 1<sup>ère</sup> spire :  $R_1$   
 b: rayon 2<sup>nd</sup> spire :  $R_2$   
 z: distance spire distance

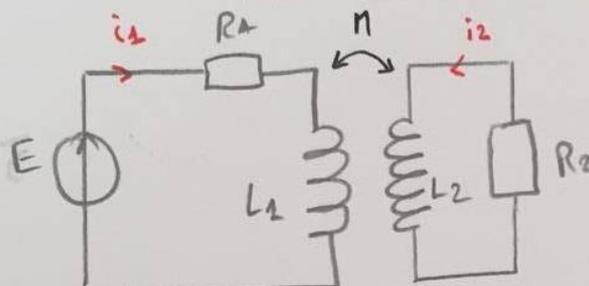
$N_1$ : spires 1<sup>ère</sup> sol.  
 $N_2$ : spires 2<sup>nd</sup> sol.

D'où  $\eta = \frac{P_{géné}}{P_{rece}} = \frac{\mu_0^2 \pi^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 w^2}{R_1 R_2 (z^2 + a^2)^3}$

avec  $P_{rece} = R_2 I^2$ .

# Démonstration $M_{max} = \sqrt{L_1 L_2}$

Démonstration  $M_{max} = \sqrt{L_1 L_2} / \mu_0 \mu_r \sqrt{L_1 L_2}$



Equations électriques:

$$\begin{cases} E = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \times i_1 \\ 0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \times i_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E i_1 = R_1 i_1^2 + L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} i_1 & (i) \\ 0 = R_2 i_2^2 + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} i_2 & (ii) \end{cases}$$

$\rightarrow E i_1 = \underbrace{R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2}_{P_{\text{générateur}} \quad P_{\text{puiss}}} + \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2}_{E_{\text{magn.}}} \right)$

$\bullet E_{\text{magn.}} = \frac{1}{2} i_2^2 \left( L_1 \left( \frac{i_1}{i_2} \right)^2 + L_2 + 2M \left( \frac{i_1}{i_2} \right) \right) \geq 0$  (définie positive)

$$\Delta = 4M^2 - 4L_1 L_2 \leq 0$$

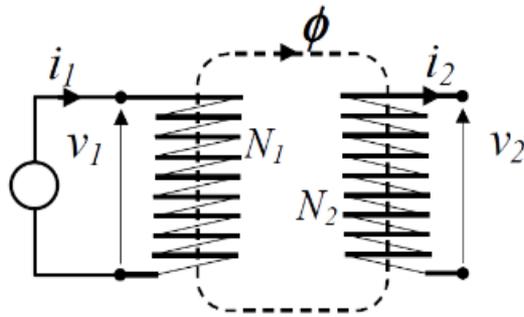
$$\Rightarrow \boxed{M \leq \sqrt{L_1 L_2}}$$

# Comparaisons des différents systèmes, avantages et inconvénients

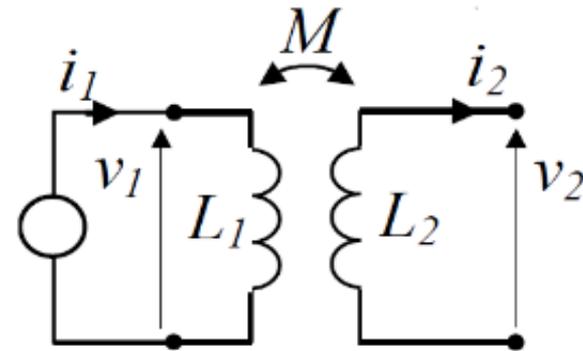
	Couplage non résonant	Couplage résonant	Rayonnement
Matériel nécessaire	Bobines	Bobines	Antenne à grande directivité
Complexité du système	Simple	Complexe	Complexe (variable)
Type de champ	Magnétique	Magnétique	Electrique
Distance de transmission	Faible ( <i>moins de ½ de la dimension des bobines</i> )	Faible / Moyenne ( <i>jusqu'à 4 fois la dimension des bobines</i> )	Moyenne / Grande ( <i>de 10 à 100 fois la dimension de l'antenne</i> )
Puissance transmissible	Faible ( <i>inférieur à la dizaine de watts</i> )	Moyenne ( <i>dizaine voir centaine de watts</i> )	Moyenne / Grande
Interactions avec le milieu possible	Faible ( <i>faible interaction du champs magnétique</i> )	Faible ( <i>faible interaction du champs magnétique</i> )	Forte ( <i>impossibilité d'obstacles dans la direction de transmission</i> )
Sécurité	Élevée ( <i>Faibles interactions du champs magnétique avec le corps humain</i> )	Élevée ( <i>Faibles interactions du champs magnétique avec le corps humain</i> )	Potentiellement dangereux

# Couplage total

Approximation globale de notre système:

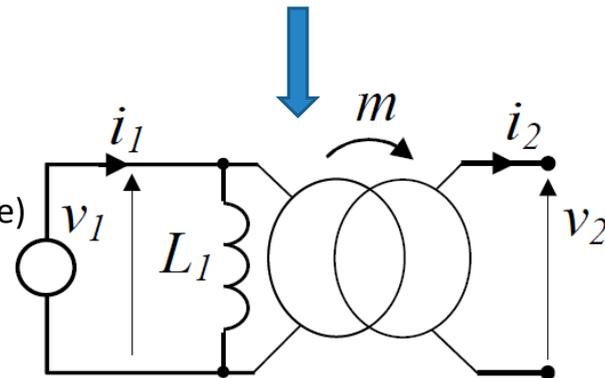


- Flux unique à travers les 2 bobines
- Coefficient d'inductance mutuel :  $M_{max} = \sqrt{L_1 L_2}$



Circuit primaire      Circuit secondaire

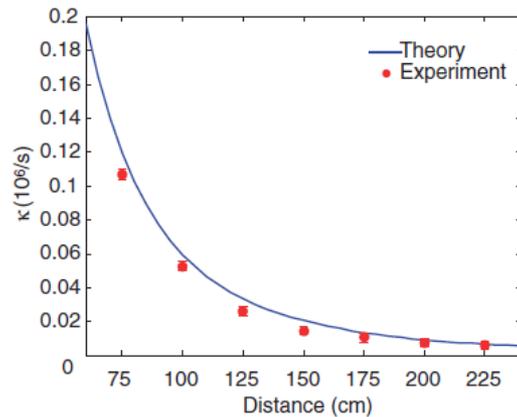
- Insertion d'un transformateur idéal (modélisation du couplage)
- Rapport de transformation :  $m = \frac{M}{L_1} = \frac{N_2}{N_1}$



# Article du MIT

*Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances / Science (2007)*

André Kurs, Aristeidis Karalis, Robert Moffatt, J. D. Joannopoulos, Peter Fisher, Marin Soljacic

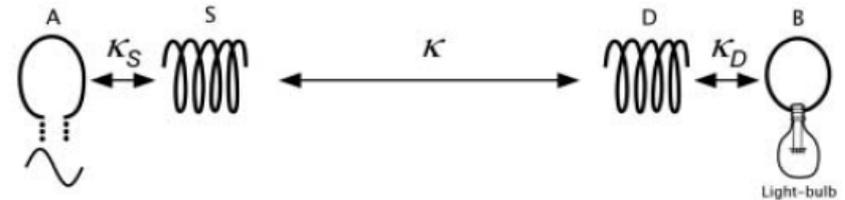


*K en fonction de la distance*

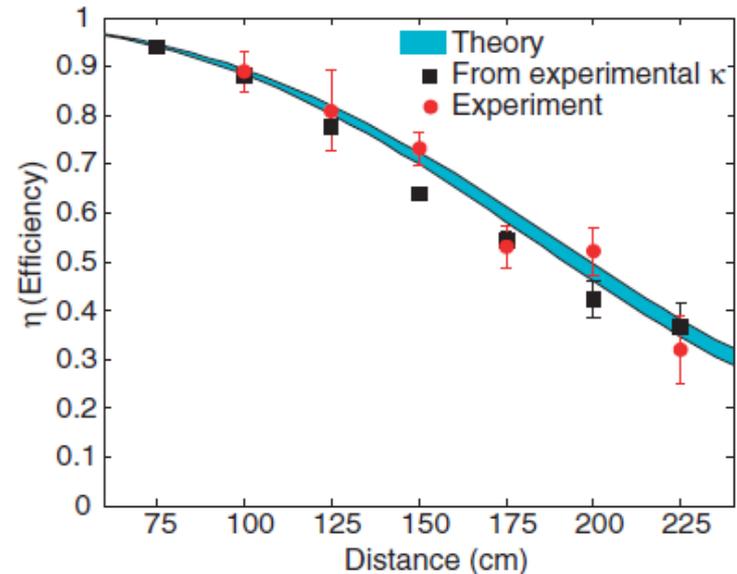
$$\eta = \frac{\Gamma_W |a_D|^2}{\Gamma_S |a_S|^2 + (\Gamma_D + \Gamma_W) |a_D|^2}$$

$$= \frac{\frac{\Gamma_W \kappa^2}{\Gamma_D \Gamma_S \Gamma_D}}{\left[ \left( 1 + \frac{\Gamma_W}{\Gamma_D} \right) \frac{\kappa^2}{\Gamma_S \Gamma_D} \right] + \left[ \left( 1 + \frac{\Gamma_W}{\Gamma_D} \right)^2 \right]}$$

*Expression du rendement*



*Système utilisé*



*Efficacité η en fonction de la distance sur l'axe*