

Le tricot



A close-up photograph of a ball of blue yarn and a piece of blue knitted fabric on green knitting needles. The yarn is a deep blue color and has a thick, textured appearance. The knitted fabric is also blue and shows a distinct ribbed pattern. The green knitting needles are visible, with one needle passing through the fabric. The background is a plain, light-colored surface.

**Comment un tricot constitué d'un fil
quasiment inextensible peut-il autant se
déformer ?**

Sommaire

Introduction

I) Elasticité du fil de laine

II) Le tricot

Conclusion

Introduction

- Qu'est ce qu'un métamatériau?
→ Matériau qui possède des propriétés physiques essentiellement dues à sa structure et non sa composition

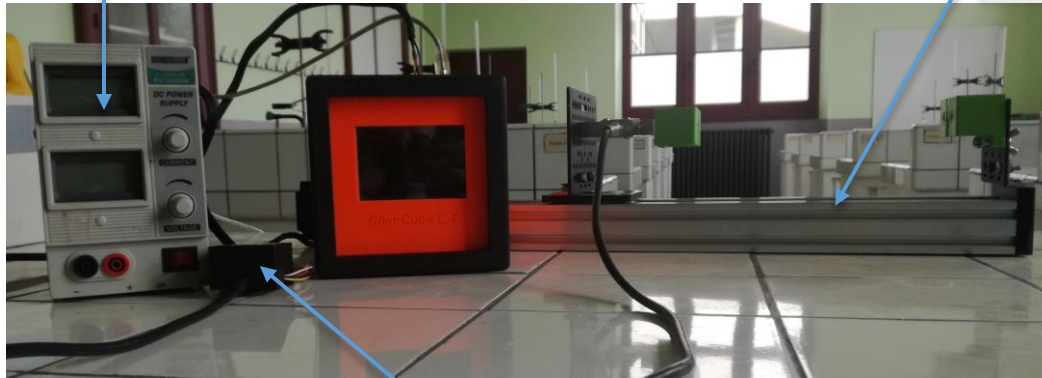
- Intérêts:
 - textiles
 - renfort par matériaux composites

I. Elasticité du fil de laine

1. Mesure de l'élasticité

a. Banc de mesure

Générateur



Capteur de force

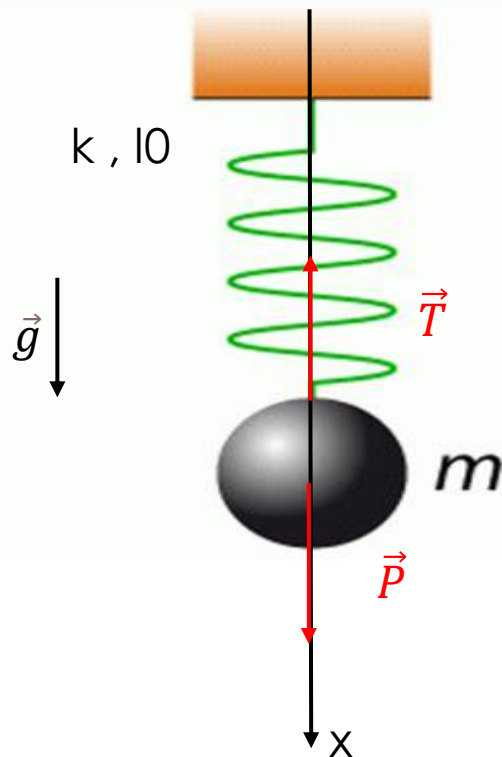
Banc de mesure



I. Elasticité du fil de laine

1. Mesure de l'élasticité

b. Mesure de référence



$$\begin{aligned}\text{Bilan des forces: } \vec{P} &= m\vec{g} \\ \vec{T} &= -k(l(t) - l_0)\vec{e}_x = -kx\vec{e}_x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{PFD/ } \vec{e}_x: \quad m\ddot{x} &= -kx + mg \\ \Leftrightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x &= \omega_0^2 x_{eq} \\ \Rightarrow x(t) &= x_{eq}(1 - \cos(\omega_0 t))\end{aligned}$$

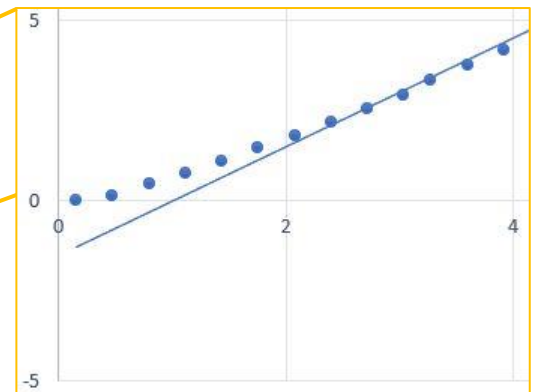
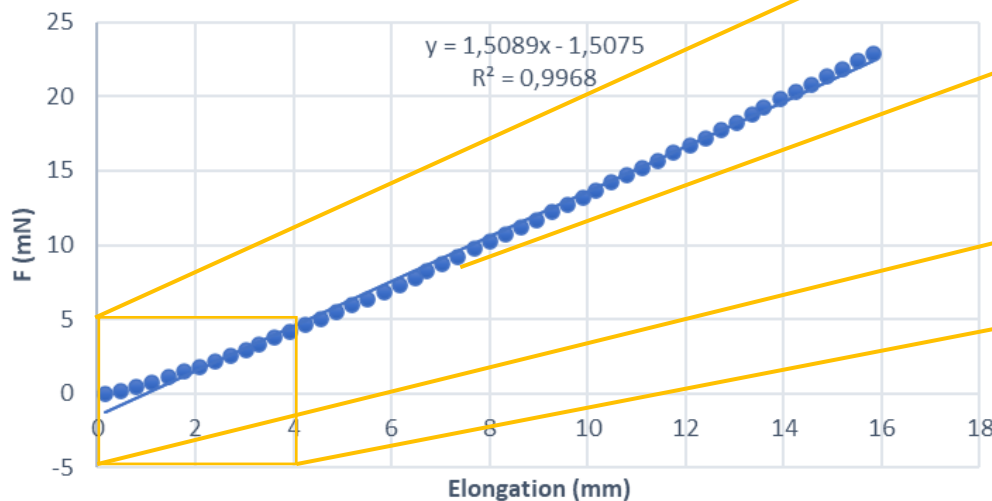
$$\begin{aligned}\text{où } \omega_0 &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ x_{eq} &= l_0 + \frac{mg}{k}\end{aligned}$$

I. Élasticité du fil de laine

1. Mesure de l'élasticité

b. Mesure de référence

Force en fonction de l'élongation



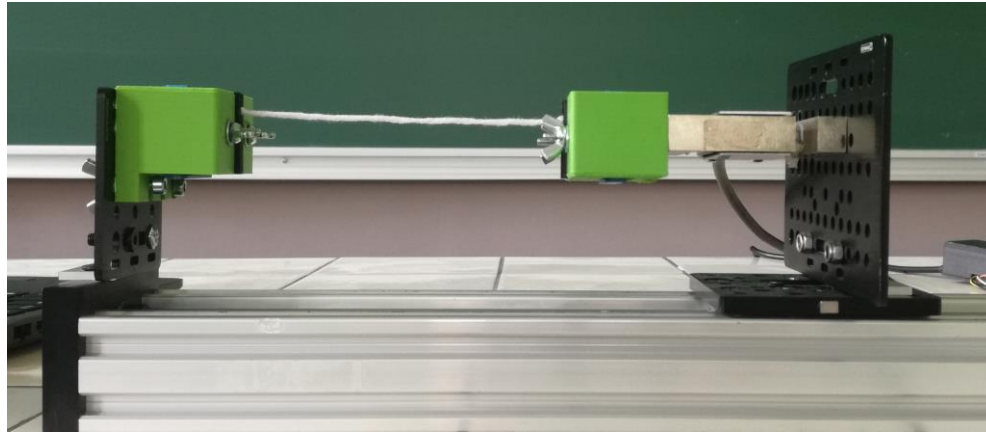
A l'équilibre: $kx = mg =$
constante

$\Rightarrow k$ est proportionnelle à x

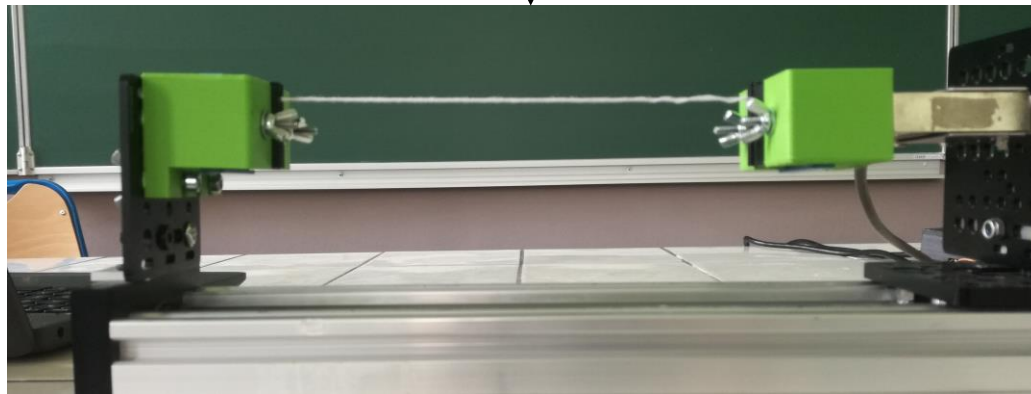
$\Rightarrow$ Les résultats sont exploitables pour
une élongation supérieure à 4 mm

I. Elasticité du fil de laine

2. Elasticité d'un brin

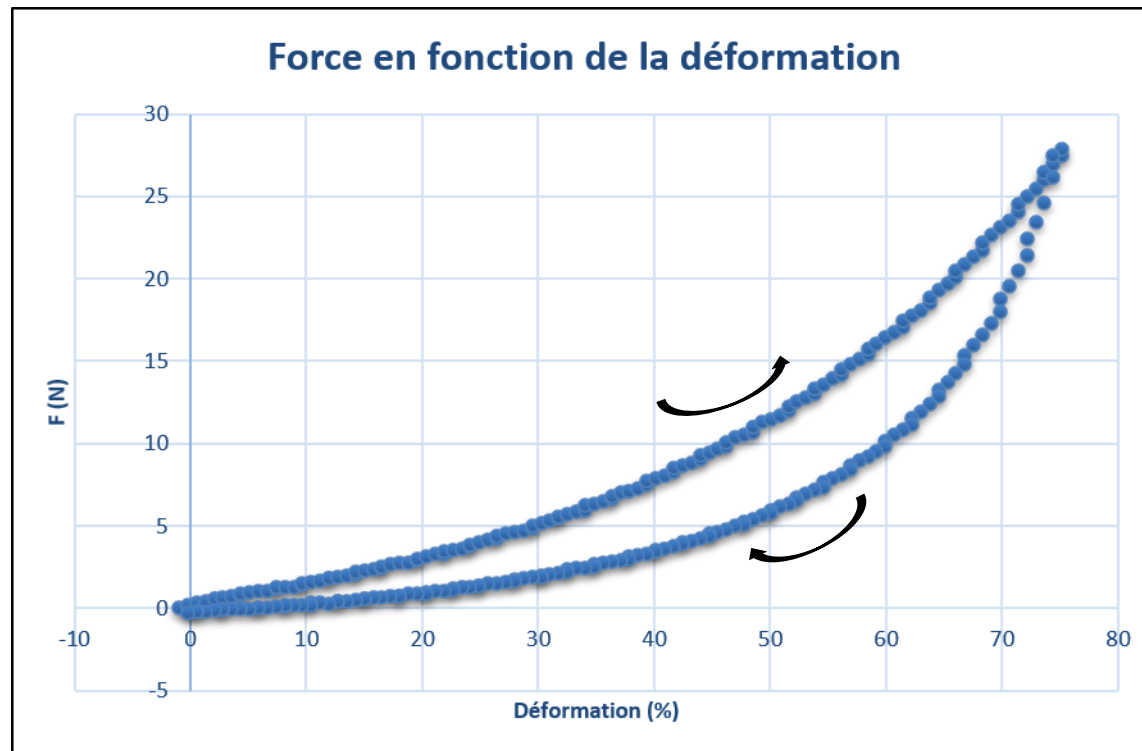


Déformation de
50 %



I. Elasticité du fil de laine

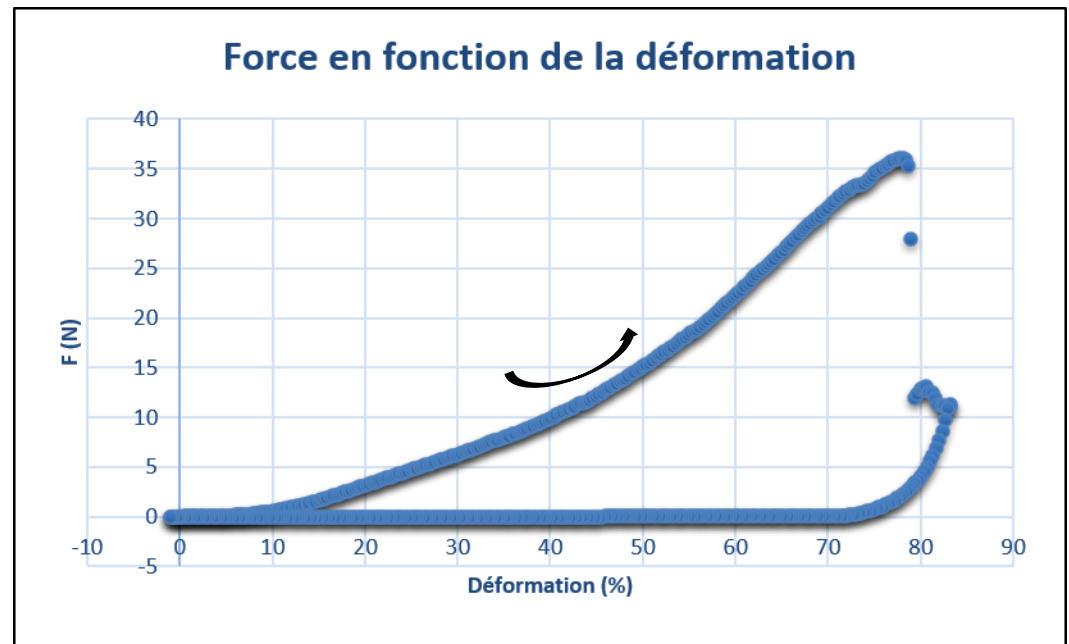
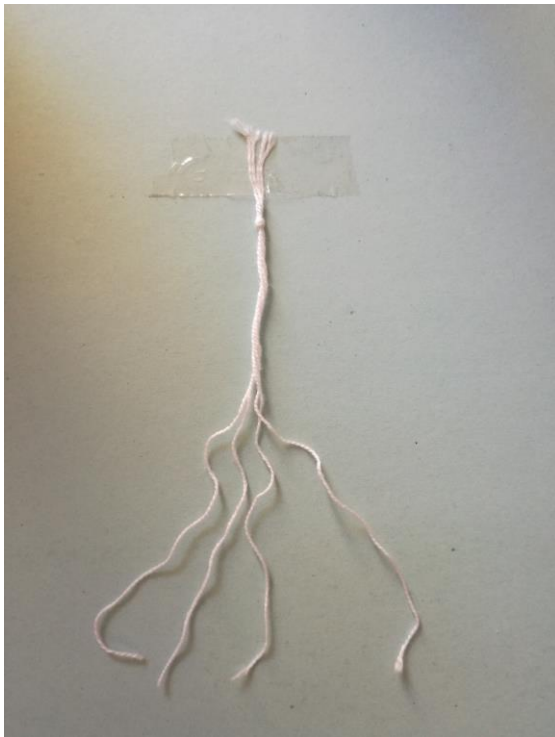
2. Elasticité d'un brin



$l_0 = 105\text{mm}$

I. Elasticité du fil de laine

2. Elasticité d'un brin



$l_0 = 95\text{mm}$

II. Le tricot

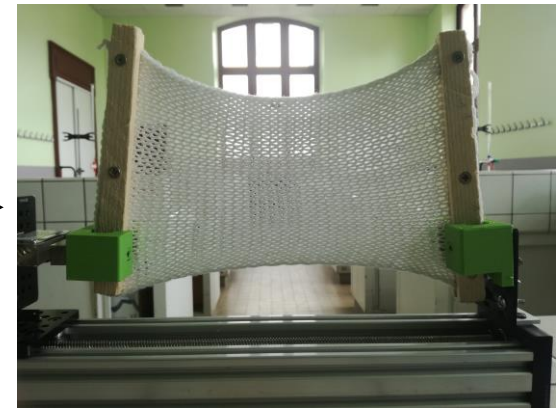
1. Mesure



Déformation de 0 %



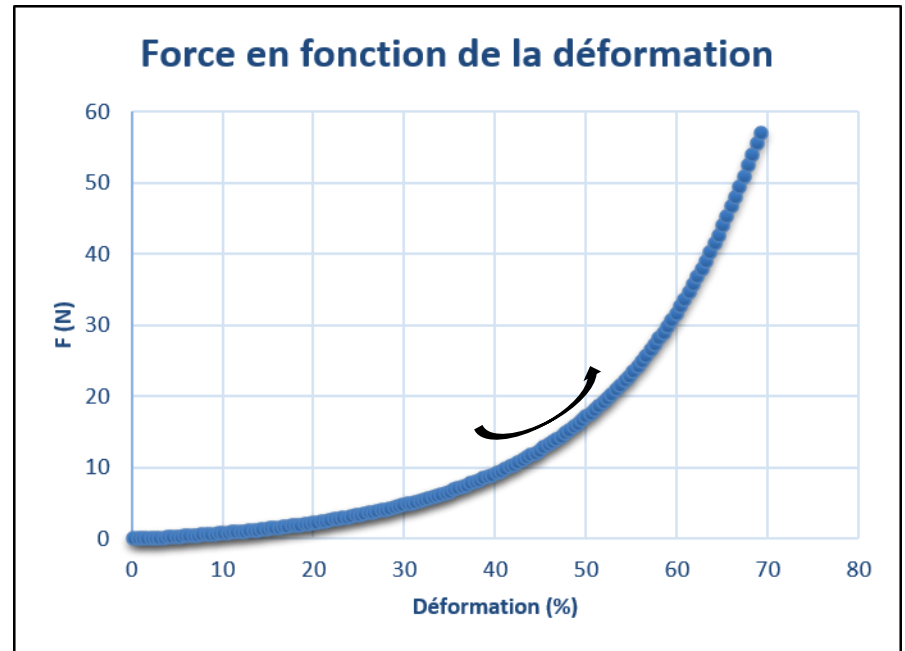
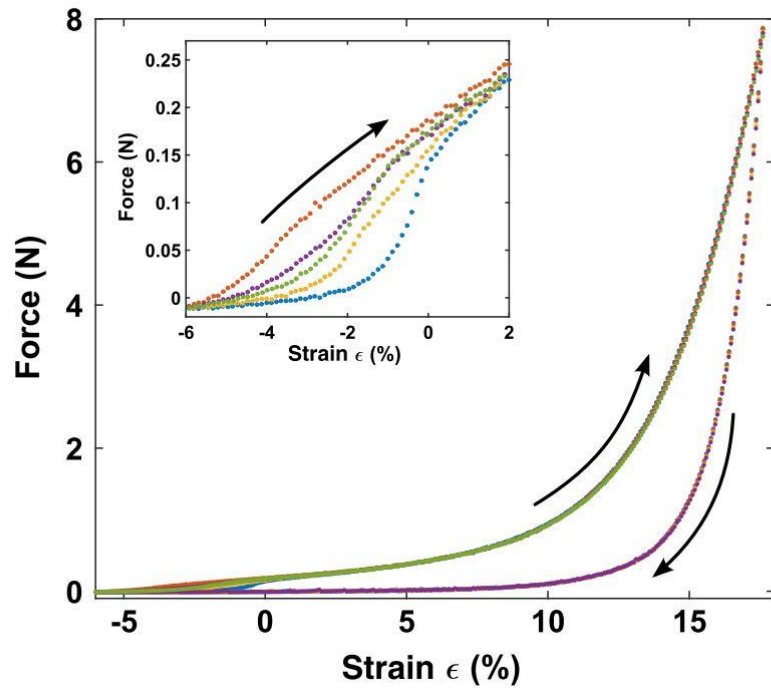
Déformation de 30 %



Déformation de 60 %

II. Le tricot

1. Mesure



$l_0 = 130$ mm

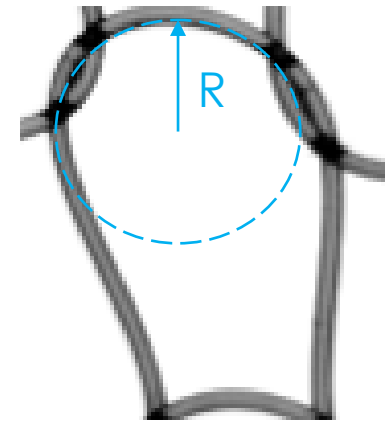
II. Le tricot

2. Flexion ou extension ?

Soit une maille d'une longueur l de fil de rayon r et de rayon de courbure R subissant une déformation ε de 0 à 60 %

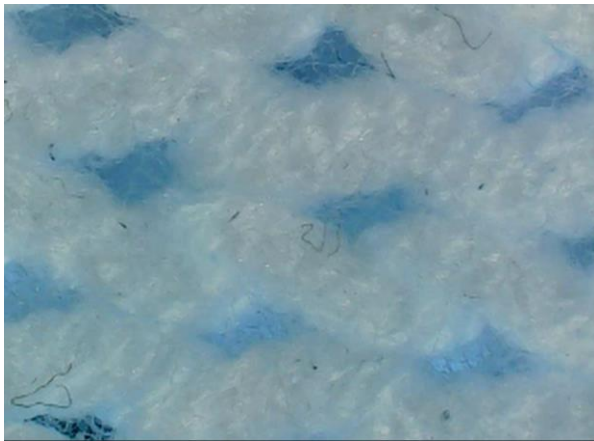
- Flexion : $\varepsilon_b = \frac{1}{2} l \frac{E \pi r^4}{8} \frac{1}{R^2}$
- Extension : $\varepsilon_e = \frac{1}{2} \pi r^2 l E \varepsilon^2$
- $\frac{\Delta \varepsilon_b}{\Delta \varepsilon_e} \sim \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{r}{2R} \right)^2 \sim 5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \Delta \varepsilon_b \ll \Delta \varepsilon_e$

Donc le fil favorisera la flexion



II. Le tricot

2. Flexion ou extension ?



II. Le tricot

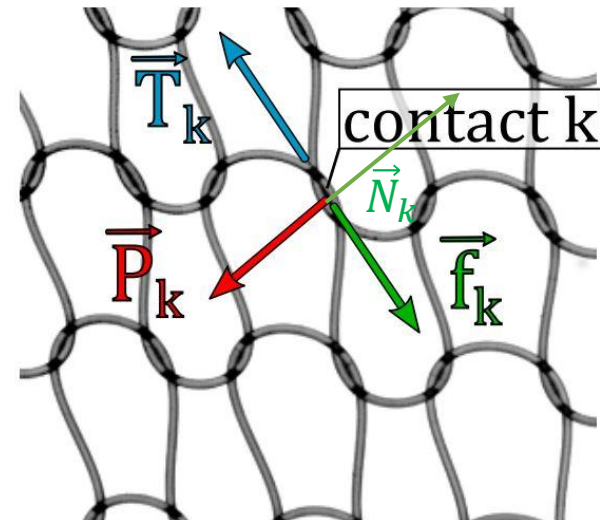
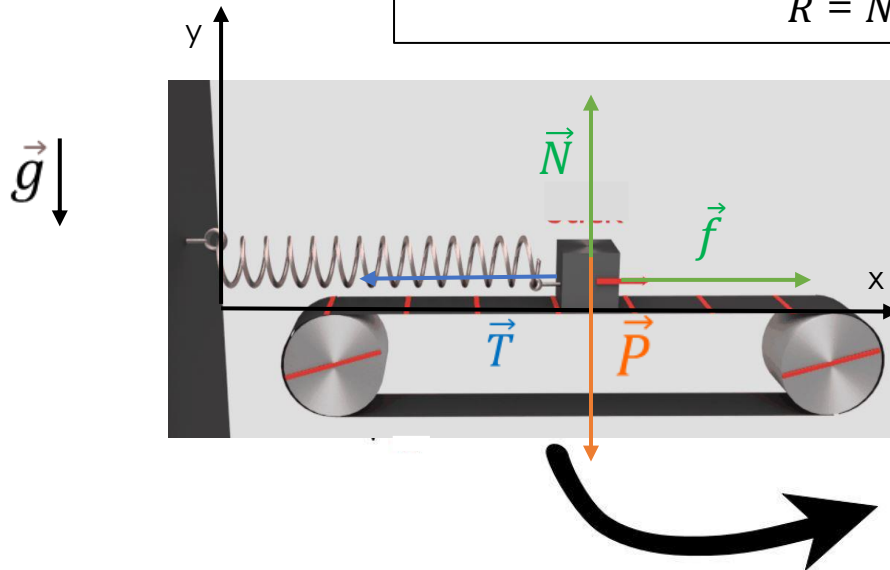
3. Stick and gliss

Bilan des forces:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

$$\vec{T} = -k(x(t) - l_0)\vec{e}_x$$

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$$



PFD/ $\vec{e}_x$: $m\ddot{x} = -k(x - l_0) + f$

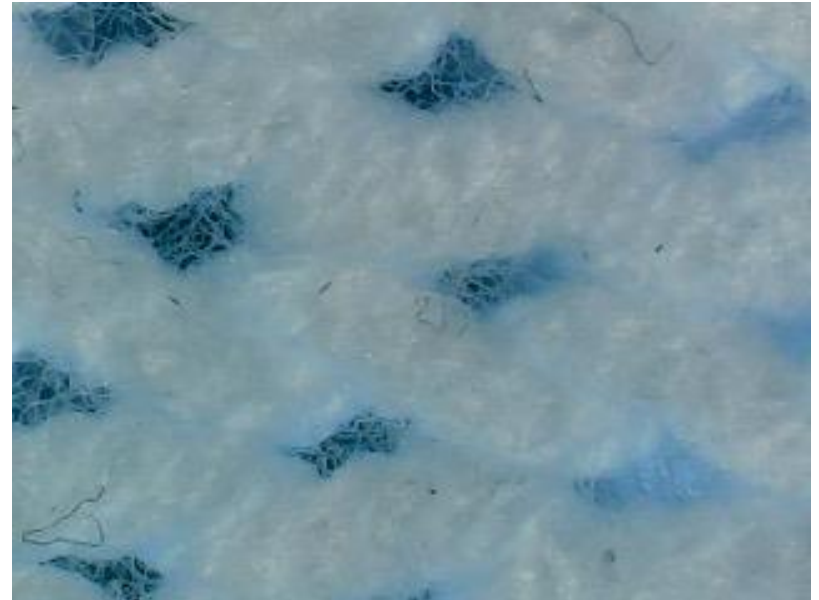
PFD/ $\vec{e}_y$: $0 = N - mg \Leftrightarrow N = mg$

Lois de Coulomb sans glissements :

$$\|\vec{f}\| \leq \mu_s \|\vec{N}\|$$

II. Le tricot

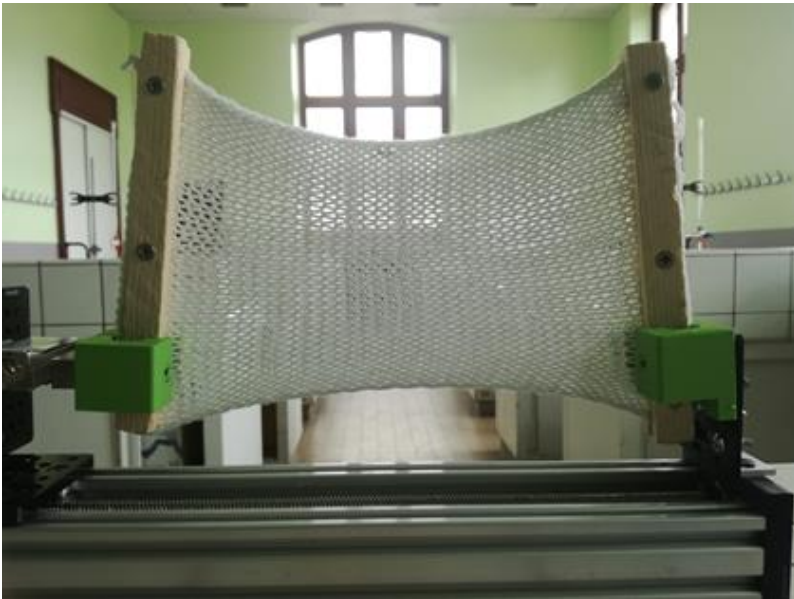
3. Stick and gliss



Déformation de 0 %

II. Le tricot

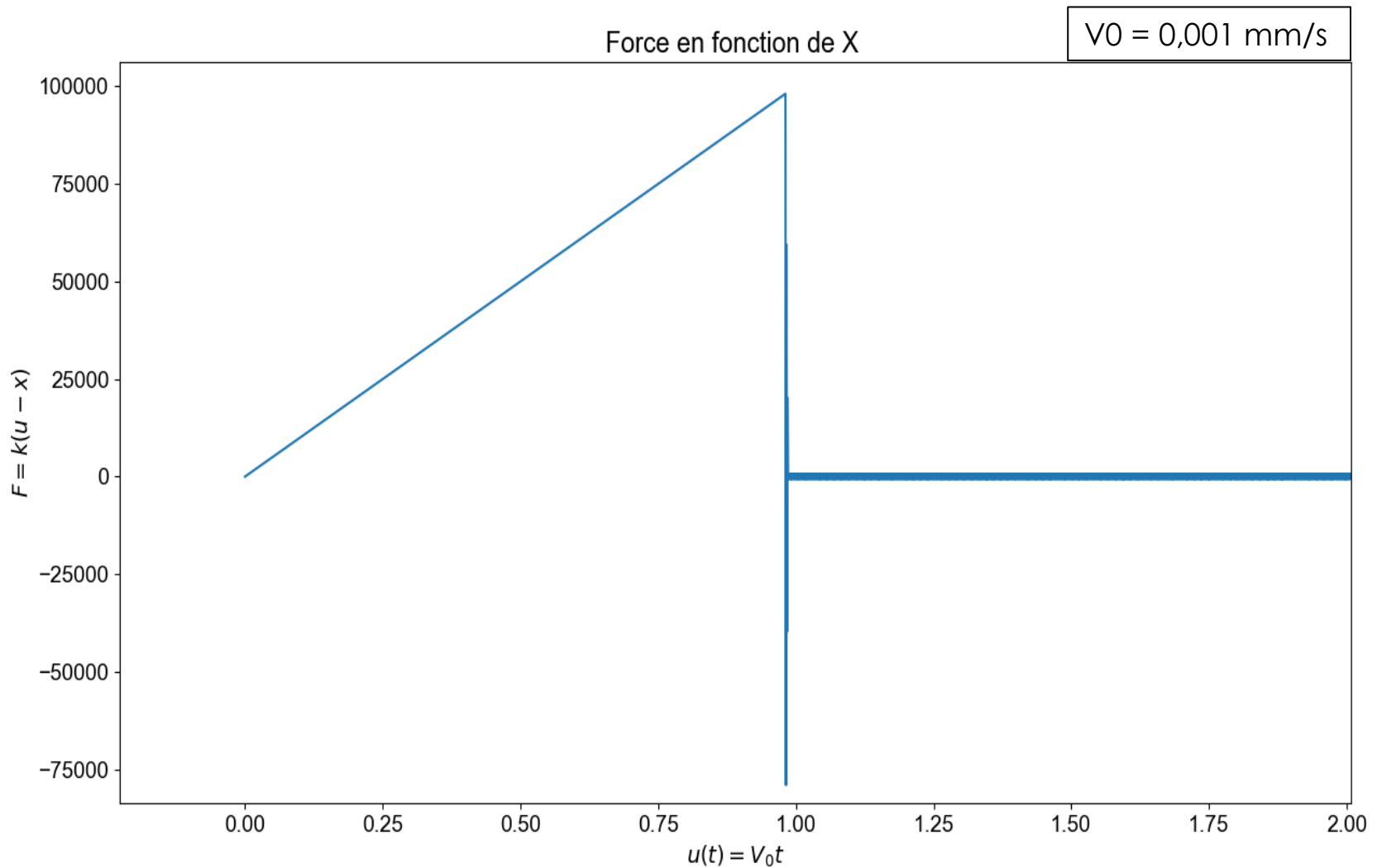
3. Stick and gliss



Déformation de 60 %

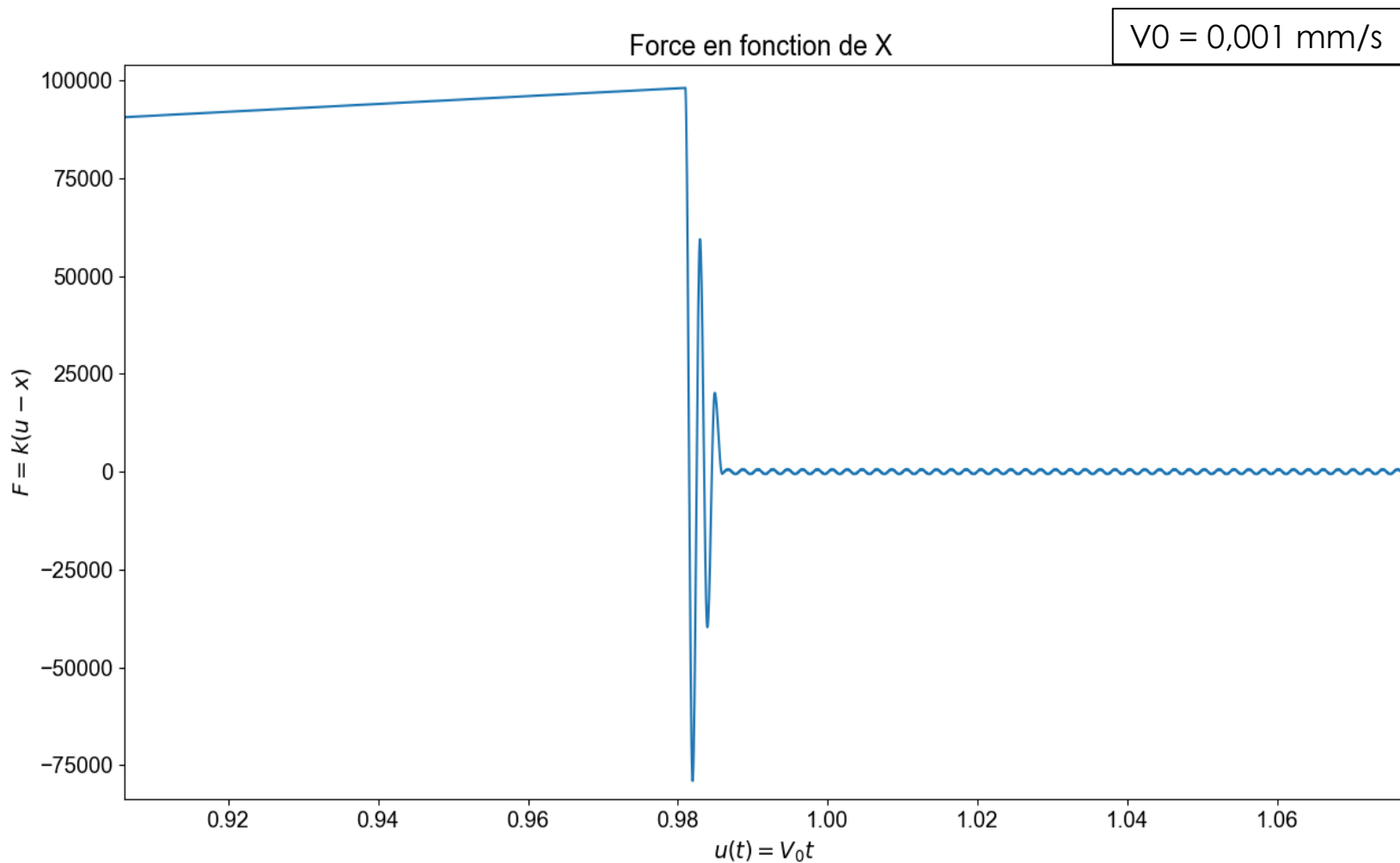
II. Le tricot

3. Stick and gliss



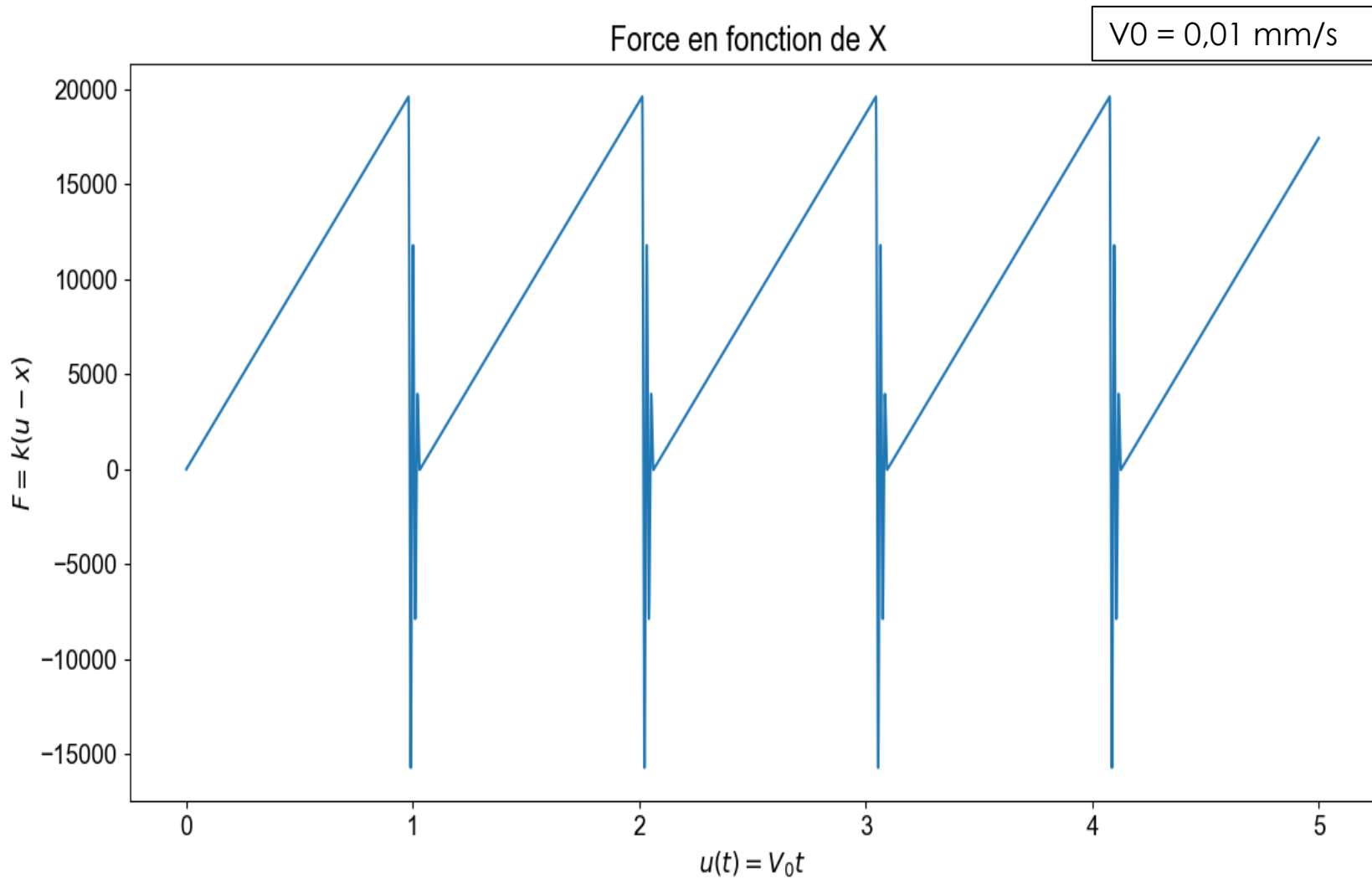
II. Le tricot

3. Stick and gliss



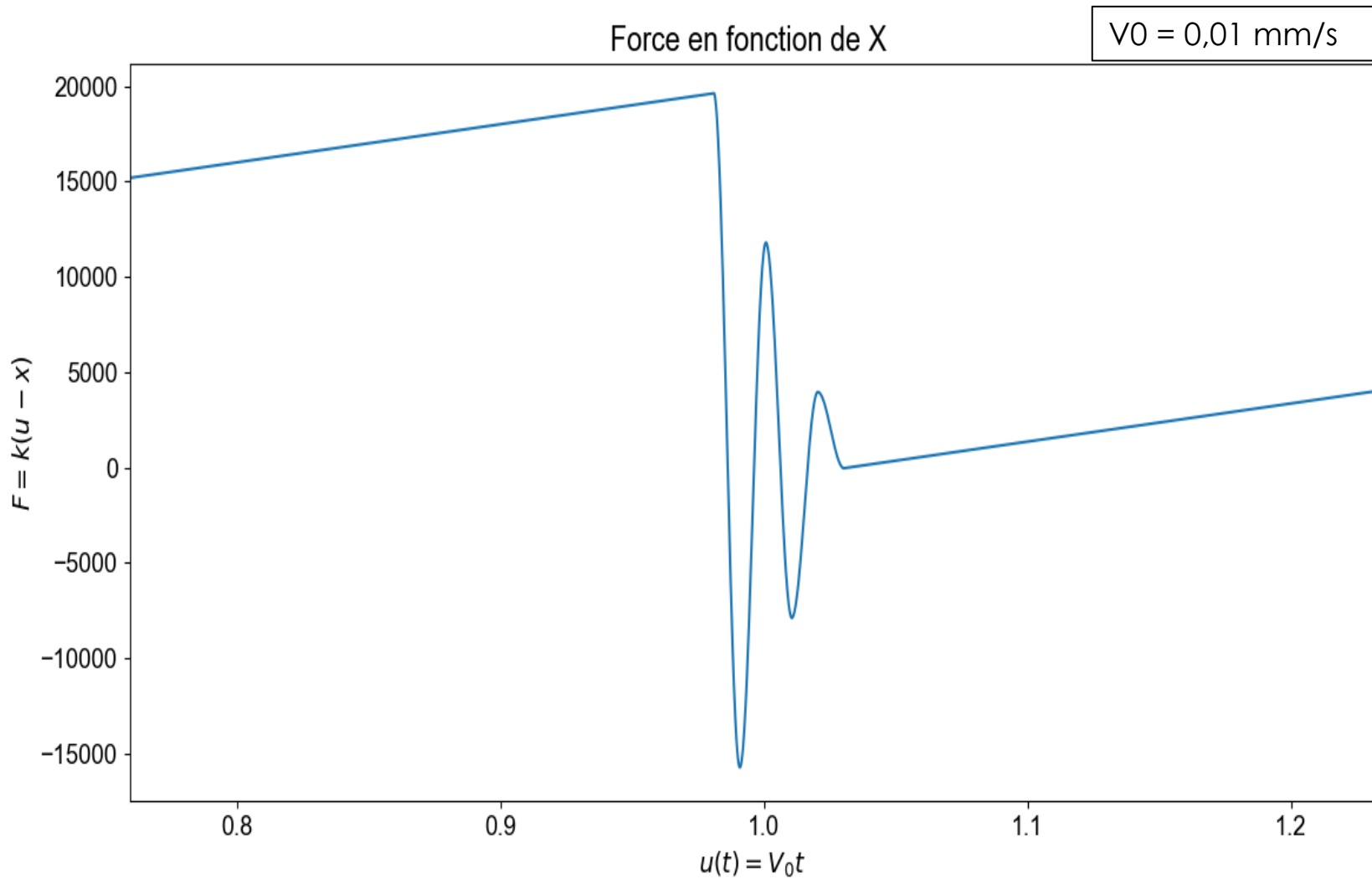
II. Le tricot

3. Stick and gliss



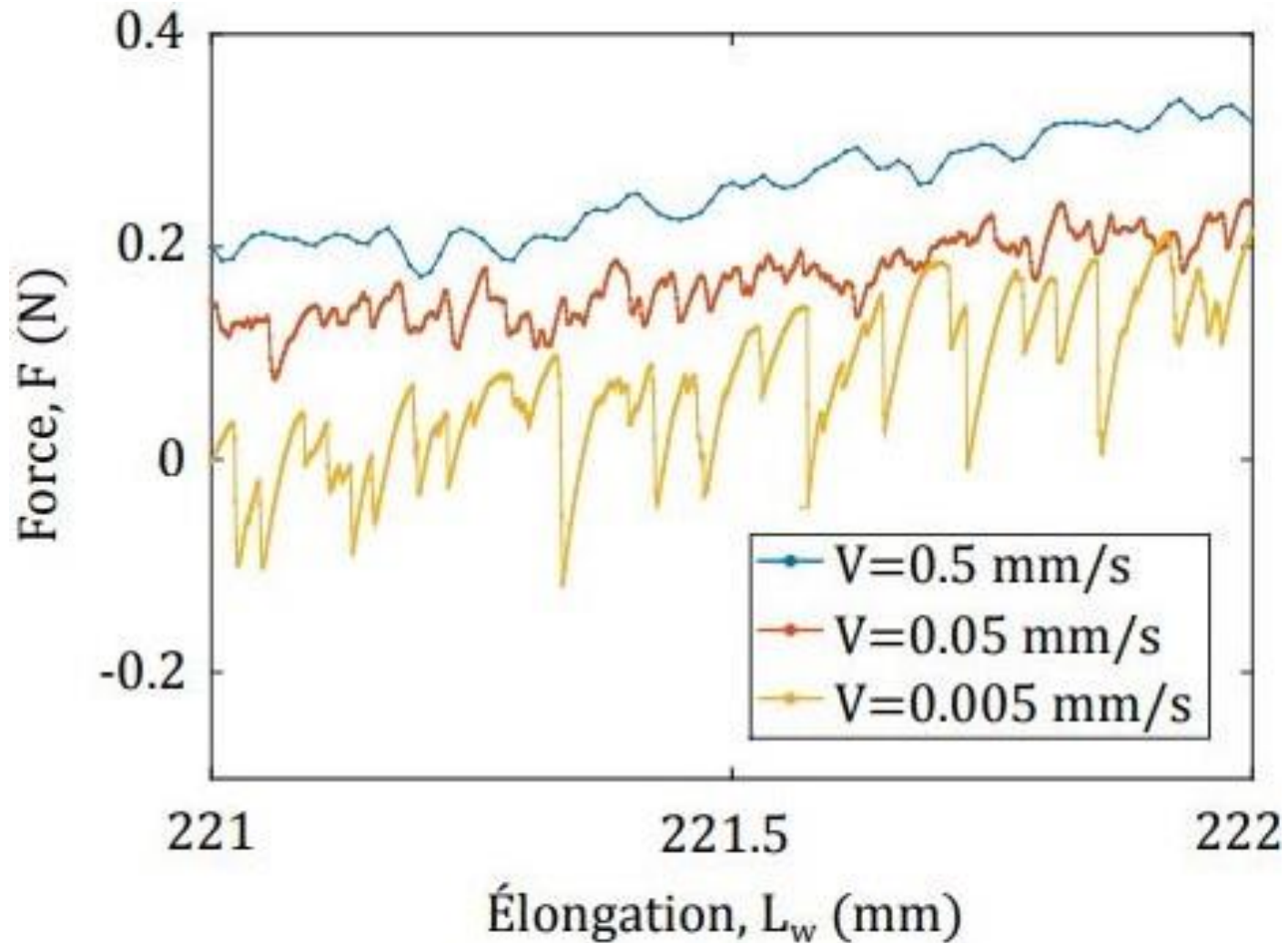
II. Le tricot

3. Stick and gliss



II. Le tricot

3. Stick and gliss



Conclusion

Possibilités :

- Aérospatial
- Biomédical

Bibliographie

- <https://jeunes.sfpnet.fr/2018/10/09/la-mecanique-du-tricot/>
- <https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-01833356/document>
- <https://arxiv.org/pdf/1803.00815.pdf>
- <https://www.youtube.com/watch?v=R5nG-F9jP2U&t=8s>
- <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01939566v2/document>
- <https://physics.aps.org/articles/v11/66>
- <https://www.pourlascience.fr/sd/physique/la-physique-du-tricot-18422.php>

Annexe : Courbes II.3

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3 from math import pi
4 import matplotlib
5 matplotlib.rc('xtick', labelsize=14)
6 matplotlib.rc('ytick', labelsize=14)
7 font = {'family' : 'Arial',
8         'weight' : 'normal',
9         'size'   : 14}
10 matplotlib.rc('font', **font)
11
12 plt.close('all')
13
14
15 #coefficient de frottement
16 f_s = 1
17 f_d = .1
18 ##
19
20 V0 = .001 #vitesse de traction
21 V0 = .01 #vitesse de traction
22 V0 = .1 #vitesse de traction
23
24
25
26 k = 10 #constante de raideur
27 m = 1 # masse
28 omo = np.sqrt(k/m) #pulsation propre
29 g = 9.81 #m.s-2
30
31 X_c = f_s*m*g/k #distance critique de glissement
32 ##
33
34
35
36 # Duree
37 distance = 5
38 N = 20000 #nbre de points
39 dt = distance/V0/(N-1)
40
41 t=0
42 erreur = 1e-3
43
44 #CI
45 X= 0
46 u = 0
```

Annexe

```
36 # Duree
37 distance = 5
38 N = 20000 #nbre de points
39 dt = distance/V0/(N-1)
40
41 t=0
42 erreur = 1e-3
43
44 #CI
45 X= 0
46 u = 0
47 V = 0
48
49 liste_X=[X]
50 liste_ell=[u-X]
51 liste_t=[0]
52 liste_V=[0]
53 liste_u=[u]
54
55
56 # Pour montrer les zones d'accroche
57 t_contact =[]
58 ell_contact =[]
59
60
61
62 ell = u - X # élongation du ressort
63 for k in range(N):
64     t+= dt
65     u += V0*dt # position de l'extrémité du ressort qui avance à V0
66
67 # condition de non-glissement
68 if abs(V) < erreur and abs(ell) <= X_c:
69     V = 0 # arrêt du glissement
70     ell = u - X # élongation du ressort
71
72     t_contact.append(t)
73     ell_contact.append(ell)
74
75 else : # si glissement
76     # orientation de la force de frottement
77     if V > 0 : frott = -f_d*g
78     else : frott = f_d*g
79
80     V += dt*(omo**2*ell + frott)
81     X += dt*V
```

Annexe

```
66
67 # condition de non-glissement
68 if abs(V) < erreur and abs(ell) <= X_c:
69     V = 0 # arret du glissement
70     ell = u - X # élongation du ressort
71
72     t_contact.append(t)
73     ell_contact.append(ell)
74
75 else : # si glissement
76     # orientation de la force de frottement
77     if V > 0 : frott = -f_d*g
78     else : frott = f_d*g
79
80     V += dt*(omo**2*ell + frott)
81     X += dt*V
82     ell = u - X # élongation du ressort
83
84 # sauvegarde des éléments calculés
85 liste_X.append(X)
86 liste_ell.append(ell)
87 liste_t.append(t)
88 liste_V.append(V)
89 liste_u.append(u)
90
91 #
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104 force = [k*ell for ell in liste_ell]
105 plt.plot(liste_u,force)
106 plt.title("Force en fonction de X ")
107 plt.xlabel('$u(t)=V_0 \ t$')
108 plt.ylabel('$F = k(u-x)$')
109 plt.show()
110
111
```