Comparaison énergétique entre un tir balistique et un tir à ricochet

TIPE 2017 Jandin Alicia

Comment minimiser l'énergie nécessaire pour envoyer un projectile à une distance fixée ?

I. Théorie : comparaison de l'énergie nécessaire pour lancer un galet par tir balistique et tir à ricochet

II. Recherche d'une combinaison de paramètres pour obtenir une vitesse initiale minimale grâce à un algorithme

III. Vérification expérimentale

I. Théorie

Énergie totale = Énergie potentiel de pesanteur + Énergie cinétique

$$m \times g \times z \qquad \frac{1}{2} \times m \times V^2$$

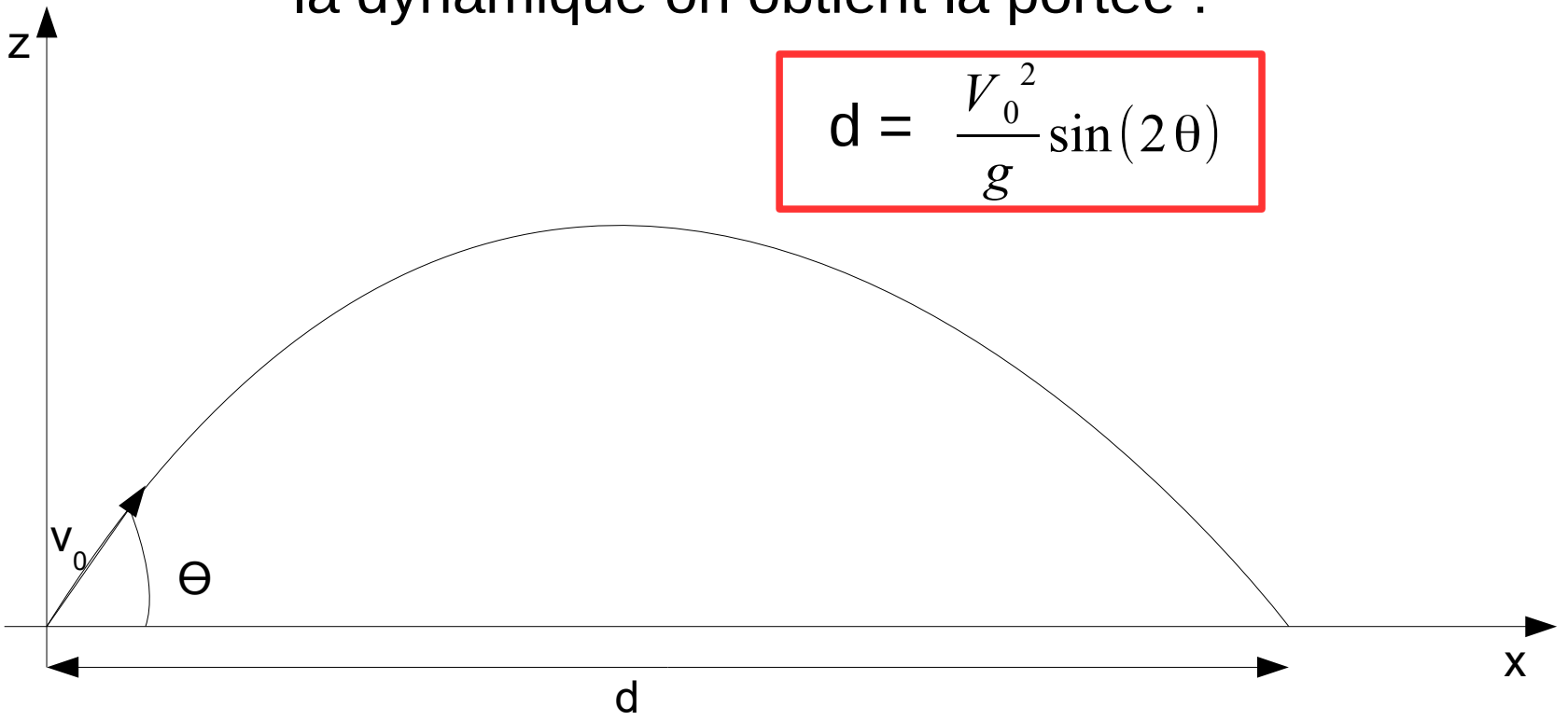
BUT : On cherche à déterminer l'énergie nécessaire pour envoyer un galet de masse m à une distance d par tir balistique et tir à ricochet.

A. Calcul de la portée en tir balistique en négligeant les forces de frottements

- On se place dans les référentiel terrestre supposé galiléen
- Système : galet de masse m

En appliquant le principe fondamentale de la dynamique on obtient la portée :

$$d = \frac{V_0^2}{g}\sin(2\theta)$$



L'énergie nécessaire qu'il faut au galet de masse m pour l'envoyer à la distance d est :

$$\text{Énergie}_{\text{tir balistique}} = \underbrace{\text{Énergie}_{\text{potentiel de pesanteur}}}_{=0} + \text{Énergie}_{\text{cinétique}} = \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$\text{Énergie}_{\text{tir balistique}} = \frac{1}{2} m \frac{dg}{\sin(2\theta)}$$

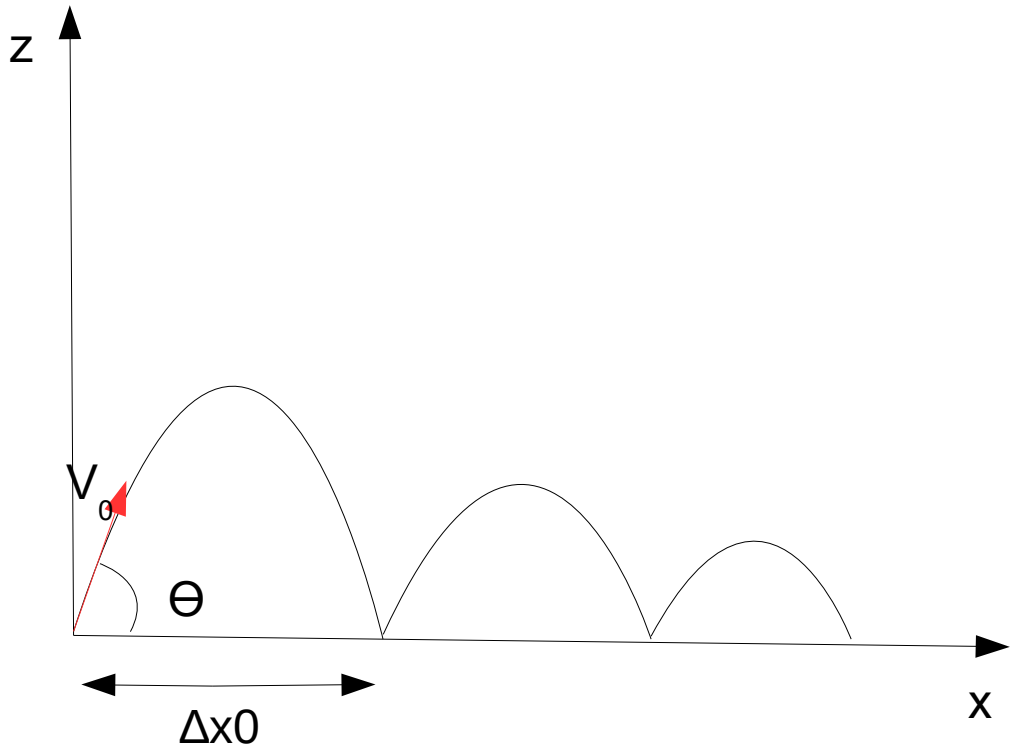
B. Calcul de l'énergie nécessaire pour envoyer un galet de masse m à une distance d en tir en ricochet

- Simplification du problème → On suppose que :
  - la surface de l'eau est lisse
  - On néglige les forces de frottements
  - On suppose la vitesse de rotation suffisamment importante pour négliger l'effet gyroscopique

$$\Delta x_0 = \frac{V_0^2}{g}\sin(2\theta)$$

$$\Delta x_N = \Delta x_0 \sqrt{1-\frac{N}{Nf}}$$

Skimming and skipping stones



Trajectoire lancer en ricochet

La distance totale que parcours le galet est donc :

$$d = \Delta x_0 + \Delta x_1 + \ldots + \Delta x_{Nf}$$

Donc d = $$\frac{V_0^2 \sin(2\theta)\left(1+\sqrt{1-1/Nf}+\ldots+\sqrt{1-Nf/Nf}\right)}{g}$$

On en déduit l'énergie nécessaire pour lancer un galet de masse m à une distance d en tir en ricochet :

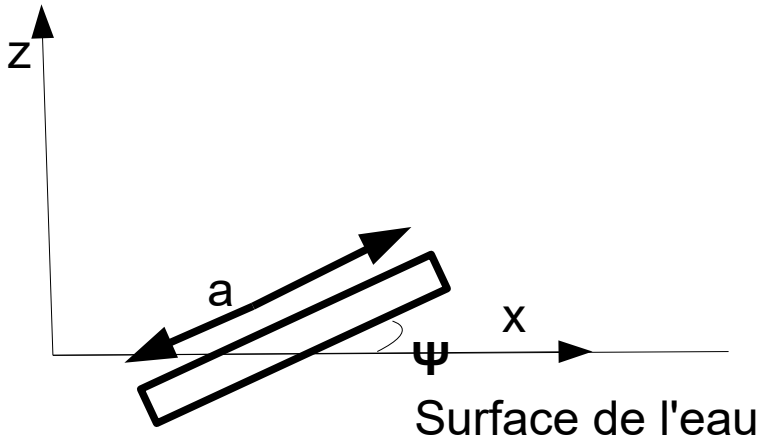
$$\text{Énergie}_{\text{tir en ricochet}} = \frac{1}{2} m \frac{g\,d}{\sin(2\theta)\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{Nf}}+\ldots+\sqrt{1-\frac{Nf}{Nf}}\right)}$$

Comparaison de l'énergie nécessaire pour lancer un galet de masse m à une distance donnée entre tir balistique et tir en ricochet :

$$1+\sqrt{1-\frac{1}{Nf}}+\ldots+\sqrt{1-\frac{Nf}{Nf}}\geqslant 1$$

D'où : Énergie $_{\text{tir balistique}}$ ≥ Énergie $_{\text{tir à ricochet}}$

II. Recherche des paramètres optimaux pour obtenir la vitesse initiale minimale



On définit :

- m la masse du galet
- d la distance parcourue par le galet
- g la constante de gravité
- C_L une constante définit dans la thèse de Bocquet
- ρ la densité de l'eau

- **μ la densité du galet**
- **Θ l'angle de lancer**
- **Ψ l'angle entre la surface de l'eau et le galet lors des rebonds**
- **a le diamètre du galet**

On cherche V_0 en fonctions des paramètres initiaux :

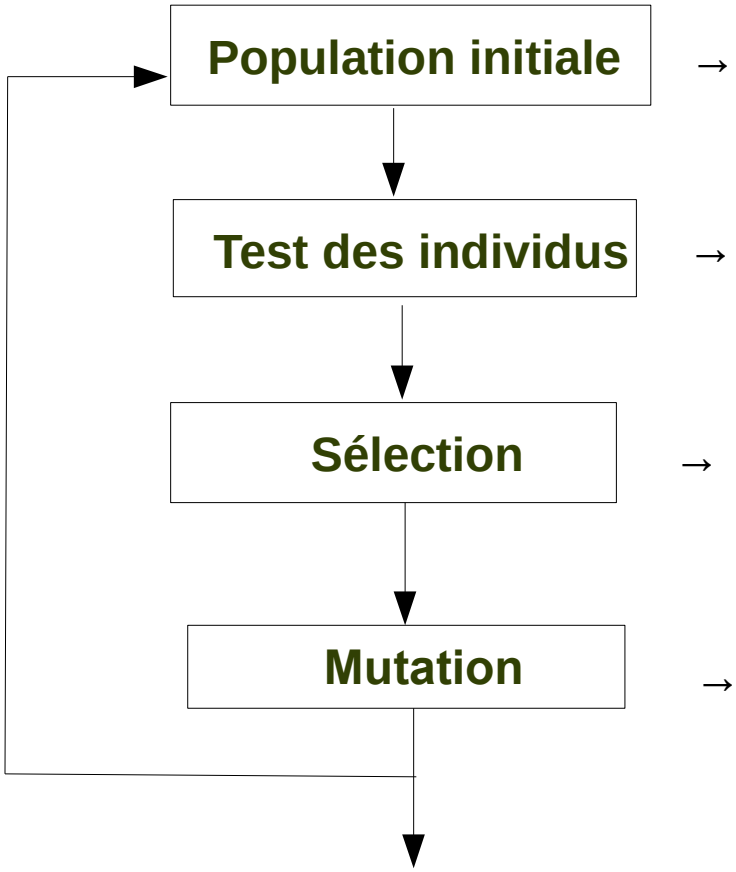
$$V_0 = \sqrt{\frac{g\,d}{\sin(2\theta)\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{Nf}}\ldots\sqrt{1-\frac{Nf-1}{Nf}}\right)}} \qquad Nf = \frac{V_0^2}{4\,\Pi\,g\,\mu}\sqrt{\frac{C_L\,\rho\,a}{2\,m\sin(\theta)}}$$

Skimming and skipping stones

$$\rightarrow \qquad f(V) = \sqrt{\frac{g\,d}{\sin(2\theta)\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{Nf}}\ldots\sqrt{1-\frac{Nf-1}{Nf}}\right)}} - V$$

Algorithme génétique

Principe de la sélection naturelle



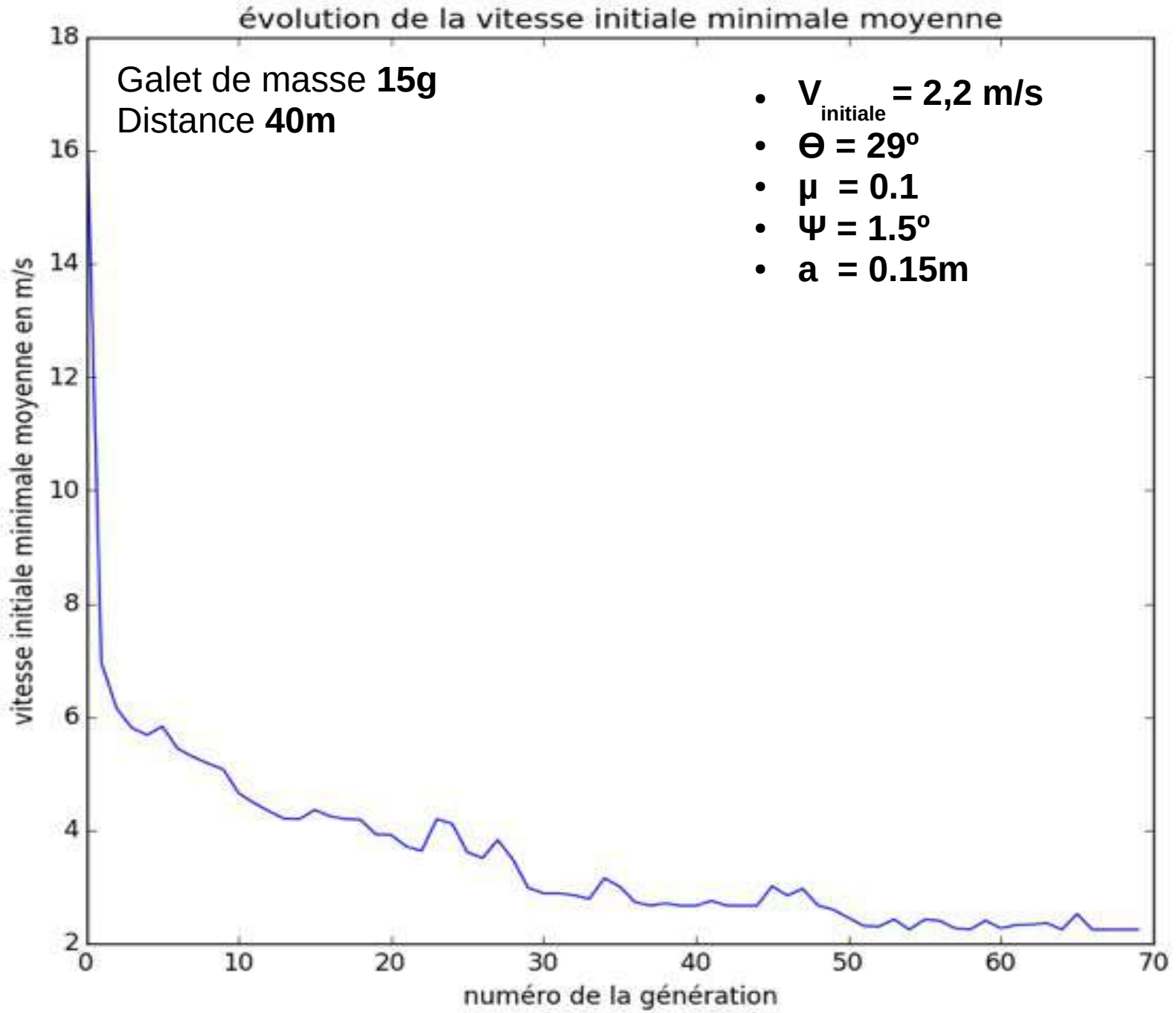
→ 1ère génération : ([μ_1, Θ_1, ψ_1, a_1] … [μ_{50}, Θ_{50}, ψ_{50}, a_{50}])

→ On calcule le score de chaque individu

→ On sélectionne un certain pourcentage d'individus : **20%** ayant le meilleur score et on les multiplie pour donner une population ayant le même nombre d'individus.

→ On modifie aléatoirement un pourcentage d'individu : **10%** (si il s'agit d'une chaîne de caractère on modifie quelques caractères)

→ 2ème génération


évolution de la vitesse initiale minimale moyenne
Galet de masse **15g**
Distance **40m**
• $V_{initiale}$ = 2,2 m/s
• Θ = 29°
• μ = 0.1
• Ψ = 1.5°
• a = 0.15m
vitesse initiale minimale moyenne en m/s
numéro de la génération
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
10
20
30
40
50
60
70

III. Expérience

But de l'expérience : vérifier la formule $\Delta x_N = \Delta x_0 \sqrt{1 - \frac{N}{Nf}}$

Machine à ricochet

Expérience 14 : - angle de lancer : 20°
- masse du galet : 15g
- vitesse initiale : 11,7 m/s
- nombre final de rebonds : 4

Résultat de l'expérience

	Expérience 12	Expérience 13	Expérience 14	Moyenne	Ecart types	Théorie
Paramètres	m= 15g Θ = 20° a=0,05 m Vi = 11,7 m/s Nf : 4					
Δx_0	9,0 +/- 0,2 m	8,7 +/- 0,2 m	9,1 +/- 0,2 m	8,9 +/- 0,2 m	0,17	8,9 m
Δx_1	7,6 +/- 0,2 m	7,3 +/- 0,2 m	7,7 +/- 0,2 m	7,5 +/- 0,2 m	0,17	7,8 m
Δx_2	6,1 +/- 0,2 m	5,8 +/- 0,2 m	6,3 +/- 0,2 m	6,1 +/- 0,2 m	0,21	6,3 m
Δx_3	4,7 +/- 0,2 m	4,2 +/- 0,2 m	4,8 +/- 0,2 m	4,6 +/- 0,2 m	0,26	4,5 m

Conclusion

D'un point de vu énergétique, il est donc plus intéressant de lancer un galet en tir à ricochet qu'en tir balistique.
L'énergie qu'il faut donner à un galet pour l'envoyer à une distance souhaitée peut être minimisée en fonction des paramètre initiaux.

Nous savons maintenant comment envoyer le galet pour qu'il atteigne l'autre coté de la berge.