

## Etude des modes quasi-normaux d'une corde vibrante

Etant musicien, j'ai trouvé intéressant de comprendre comment la mise en vibration d'une corde conduit à la production d'un son.

Le transfert d'énergie de la corde à l'air nécessite de passer par une caisse de résonance. Le modèle d'une corde fixée aux extrémité doit être amélioré en tenant compte du transport d'énergie vers l'air, on utilisera une modélisation par des modes dits "quasi-normaux".

### Positionnement thématique (phase 2)

*PHYSIQUE (Physique Ondulatoire), MATHEMATIQUES (Algèbre).*

### Mots-clés (phase 2)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Ondes stationnaires</i>	<i>Standing waves</i>
<i>Modes normaux</i>	<i>Normal modes</i>
<i>Modes quasi-normaux</i>	<i>Quasi-normal modes</i>
<i>Corde vibrante</i>	<i>Vibrating wire</i>
<i>Pertes d'énergie</i>	<i>Energy losses</i>

### Bibliographie commentée

En 1860 Franz Melde est le premier à effectuer des expériences sur les ondes stationnaires, sur le dispositif qui porte aujourd'hui son nom [1]. Il aboutit à la découverte des modes propres sur corde vibrante où l'énergie reste confinée dans la corde.

La description des différents modes stationnaire existe sous la dénomination mathématiques de modes normaux. [2]

Les modes normaux harmoniques sont représentés par les  $e_n = t \mapsto \exp(i * n * t)$  et forment une famille orthonormée de l'espace hilbertien des fonctions à valeurs complexes pour un produit scalaire sur cet espace. Ainsi ils forment une base orthonormée de l'espace des fonctions  $2\pi$ -périodiques [7].

Cependant ce modèle ne correspond pas vraiment à un instrument de musique, tel une guitare, puisque l'énergie mécanique de la corde est transmise à l'air sous forme d'ondes sonores par le chevalet et de la table d'harmonie [3]. Pour améliorer le modèle précédent et tenir compte de la fuite d'énergie des modes de vibrations, il a été développé le modèle des modes dits quasi-normaux [4]. Dans ce cas l'onde n'est plus décrite par une pulsation réelle mais par une pulsation complexe, dont la partie imaginaire caractérise la perte d'énergie.

Cependant contrairement aux modes normaux, les modes normaux ne forment pas une famille

orthonormale. Selon le signe de la partie imaginaire de la pulsation complexe, l'exponentielle peut diverger et ce mode n'est donc pas normalisable. Cependant ils restent linéairement indépendants et parfois orthogonaux ce qui permet leur utilisation pour décrire la dissipation de l'énergie [8].

Une boîte quantique dans une cavité résonante est décrite d'une façon analogue à une corde de Melde et l'émission de photon nécessite de décrire mathématiquement la perte d'énergie dans cette cavité [5]. Une collaboration entre les laboratoires de mathématiques et de physique quantique est nécessaire pour poser un cadre rigoureux à ce formalisme [6].

## Problématique retenue

Il s'agit d'étudier le transfert d'énergie aboutissant à la production d'un son par un instrument à cordes. Comment le transfert se fait-il, comment caractériser et formaliser les fuites d'énergie ?

## Objectifs du TIPE

Je me propose :

- D'étudier expérimentalement la vibration d'une corde d'instrument de musique, ainsi que l'apparition de l'onde sonore.
- D'étudier le formalisme mathématique des modes normaux et quasi-normaux dans l'optique de les appliquer à une corde vibrante.
- De confronter les résultats théoriques à ceux, pratiques des résultats expérimentaux.

## Abstract

A Melde's string doesn't produce any sound that's why in this work I study the product of a sound with a vibrating string and the mathematical formalism associated to a wave which loses energy. This formalism needs the introduction of a complex pulse which influences how the energy is contained. Then I try to describe that complex pulse in the strings of a guitar with a numerical data processing of recorded sounds.

## Références bibliographiques (phase 2)

- [1] FRANZ MELDE : Über stehender Wellen eines fadenförmigen Körpers (zweite Abtheilung) : *Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie, vol 109, 1860, p193-215*
- [2] B. SALAMITO, S. CARDINI, D. JURINE, M.-N. SANZ : J'intègre Physique Tout-en-un MPSI PTSI : *Superposition de deux signaux sinusoïdaux, Dunod, 2016*
- [3] GRÉGOIRE DERVEAUX : Modélisation numérique de la guitare acoustique : *Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique X, 2002, <https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00002585>*
- [4] E.S.C. CHING, P.T. LEUNG, W.M SUEN, S.S. TANG, K. YOUNG : Waves in open systems : eigenfunction expansions : *Review of modern physics, vol 70, 1998, p1545-1554*
- [5] E.S.C CHING, P.T. LEUNG, K.YOUNG : Optical processes in microcavities : *The role of quasinormal modes, World scientific publishing, 1996*
- [6] LAMIS AL SHEIKH : Résonances en théorie de la diffusion : complétude pour potentiels optiques et gravitationnels : *Institut mathématique de Bourgogne, Université de Bourgogne, à paraître*
- [7] CH. SUQUET : Espaces de Hilbert et séries de Fourier : *Cours IFP 2003-2004*

[8] F. ALPEGGIANI, N. PARAPPURATH, E. VERHAGEN, L. KUIPERS : Quasinormal-modes expansion of the scattering matrix : *Physical review X*, vol 7, 2018, <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.7.021035>

## **DOT**

[1] *Spetembre 2018 - Présence à une présentation des modes quasi-normaux de cavité optique par Lamis Al Sheikh, étudiante rédigeant une thèse à ce sujet, à l'université de Bourgogne*

[2] *Octobre et Novembre 2018 - Rencontres avec Lamis Al Sheikh à l'Université de Bourgogne afin d'en savoir plus à propos des modes quasi-normaux et comment les appliquer à une corde vibrante*

[3] *Décembre 2018 - Acquisition d'une multitude de signaux issus de ma guitare et faisant varier plusieurs paramètres*

[4] *Janvier à Avril 2019 - Développement des algorithmes de traitement numérique des signaux*

[5] *Avril et Mai 2019 - Représentation graphique des signaux théoriques et découverte d'un nouveau phénomène*