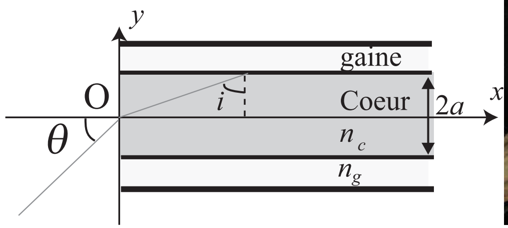
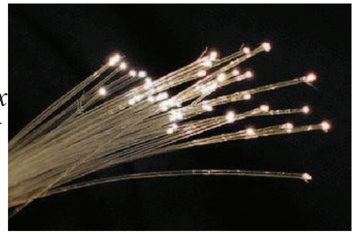
TD 27 Optique géométrique

Exercice 1 *D'après CCP 07*

Une fibre à saut d'indice, représentée sur la figure ci-dessous, est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe Ox, de diamètre $2a$ et d'indice n_c, entouré d'une gaine optique d'indice n_g légèrement inférieur à n_c. Un rayon situé dans le plan Oxy entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence θ.





1 - À quelle condition sur i, angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ?
On note i_{L} l'angle d'incidence limite.
Faire un dessin du trajet ultérieur du rayon en faisant apparaître plusieurs réflexions.

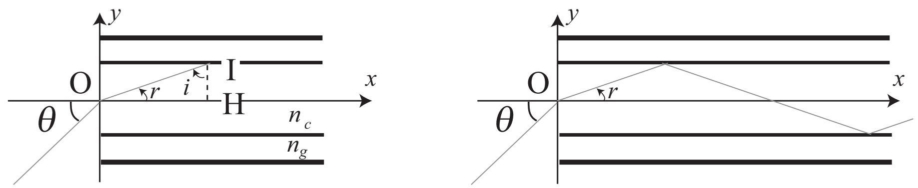
2 - Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle d'incidence θ_{L} tel que $\sin\theta_{\mathrm{L}} = n_c \cos i_{\mathrm{L}}$.

3 - En déduire l'expression de l'ouverture numérique O.N de la fibre définie par O.N $= \sin\theta_{\mathrm{L}}$ en fonction de n_c et n_g uniquement.

4 - Donner la valeur numérique de O.N pour $n_c = 1{,}500$ et $n_g = 1{,}470$.

Exercice 1

1 - Au point I, le dioptre sépare un milieu plus réfringent (le cœur de la fibre) d'un milieu moins réfringent (la gaine). Il y a donc possibilité de réflexion totale.
Plus précisément si l'angle d'incidence i est tel que $i > i_{\mathrm{L}}$ angle d'incidence limite défini par la relation $i_{\mathrm{L}} = \arcsin\left(\dfrac{n_g}{n_c}\right)$, il y a réflexion totale et la lumière se propage dans le cœur de la fibre. On obtient le cheminement de la lumière suivant pour une incidence θ :



2 - Le triangle (O,H,I) est rectangle en H. La condition précédente impose sachant que $r = \dfrac{\pi}{2} - i$: $r < r_{\mathrm{L}} = \dfrac{\pi}{2} - i_{\mathrm{L}}$ soit $\sin r < \cos i_{\mathrm{L}}$ car la fonction sin étant strictement croissante sur $-\left]\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

soit $$n_c \sin r < n_c \cos i_{\mathrm{L}}$$

En appliquant la loi de Snell-Descartes pour la réfraction au point O, on tire que :

$$\boxed{n_{air}\sin\theta < n_c \cos i_{\mathrm{L}}}$$

3 - $$\sin\theta < \frac{n_c}{n_{air}}\sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$$

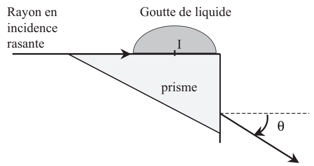
On en conclut alors que le rayon lumineux restera confiné à l'intérieur du cœur de la fibre si $\theta < \theta_{\mathrm{L}}$ tel que :

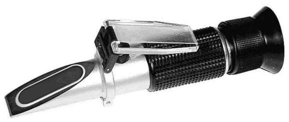
$$\boxed{\mathrm{O.N} = \sin\theta_{\mathrm{L}} = \frac{1}{n_{air}}\sqrt{n_c^2 - n_g^2}}$$

4 - **Application numérique :** $\mathrm{O.N} = \dfrac{1}{1{,}000}\sqrt{1{,}500^2 - 1{,}470^2} = 0{,}2985$

Exercice 2

En viticulture, la quantité de sucre dans un raisin peut être déterminer en mesurant l'indice de réfraction d'un liquide par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90°. On éclaire cette goutte en lumière monochromatique en prenant bien soin qu'elle soit éclairée en **incidence rasante**. À l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme.





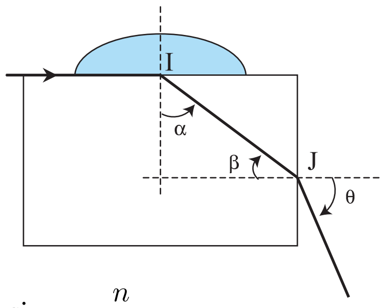
1 - L'indice de réfraction du verre est N = 1,625. Dessiner la marche du rayon lumineux rasant se réfractant en I.
2 - On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergeant correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure). Montrer que l'angle θ satisfait la relation :

$$\sin\theta = \sqrt{\mathrm{N}^2 - n^2}$$

Calculer numériquement θ.
3 - Quelle est la valeur minimale de l'indice de réfraction d'un liquide qu'on peut mesurer avec ce réfractomètre ?

Exercice 2

1 - La configuration étudiée exige que l'eau soit un milieu moins réfringent que le verre soit $n < \mathrm{N}$.
Dans ce cas, on obtient la marche suivante :
En J, il y a passage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent. Ainsi, le rayon réfracté, s'il existe, s'écarte de la normale au dioptre.



2 - La loi de Descartes pour la réfraction appliquée en I conduit à :

$$\mathrm{N}.\sin\alpha = n\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \text{soit} \quad \sin\alpha = \frac{n}{\mathrm{N}}$$

et
$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

donc
$$\sin\beta = \cos\alpha$$

En appliquant la loi de Descartes pour la réfraction en J, on en déduit :

$$\sin\theta = \mathrm{N}.\sin\beta$$

Et comme les angles ont leurs valeurs comprises entre 0 et $\frac{\pi}{2}$

alors
$$\sin\theta = \mathrm{N}.\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \mathrm{N}.\sqrt{1-\left(\frac{n}{\mathrm{N}}\right)^2}$$

$$\sin\theta = \sqrt{\mathrm{N}^2 - n^2}$$

A.N. :
$$\boxed{\sin\theta = 0{,}934}$$

3 - La loi de Descartes appliquée en J lors de la réfraction conduit à :

$$\mathrm{N}.\sin\beta \leqslant 1 \quad \text{soit} \quad 0 \leqslant \mathrm{N}.\cos\alpha \leqslant 1$$

soit
$$\mathrm{N}^2.\left(1-\sin^2\alpha\right) \leqslant 1$$

d'où
$$\mathrm{N}^2 \leqslant 1 + \mathrm{N}^2\sin^2\alpha$$

On en déduit alors :

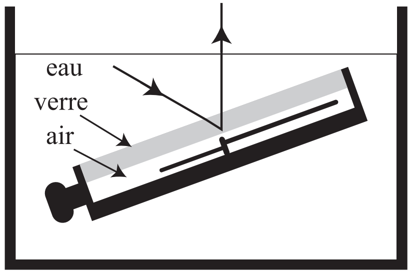
$$\boxed{n \geqslant \sqrt{\mathrm{N}^2 - 1}}$$

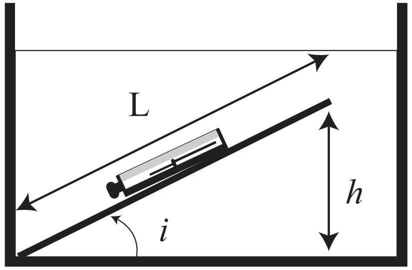
A.N. :
$$\boxed{n \geqslant 1{,}28}$$

Exercice 3

La mesure d'un indice de réfraction de l'eau peut s'effectuer en plongeant une montre dans l'eau. On dispose alors de deux interfaces :

- un dioptre eau-verre au niveau du verre de montre
- puis d'un dioptre verre-air dans l'espace où se situent les aiguilles.





Considérons une montre accrochée à une règle de longueur L plongée dans une bassine remplie d'eau. Lorsqu'on incline la montre d'une hauteur h, il apparaît un angle i pour lequel la vision du cadran disparaît subitement : le dispositif est alors incliné de sorte que l'angle des rayons lumineux dans le verre par rapport à la normale au dioptre est celui de la réflexion totale.

1 - Justifier qu'au regard des indices, le dioptre verre-air est propice au phénomène de réflexion totale.
2 - Effectuer un schéma des rayons qui subissent une réflexion totale.
3 - En appliquant les lois de Snell-Descartes, montrer que l'angle d'inclinaison de la montre vérifiant la réflexion totale permet d'obtenir l'indice de l'eau.
4 - On mesure :

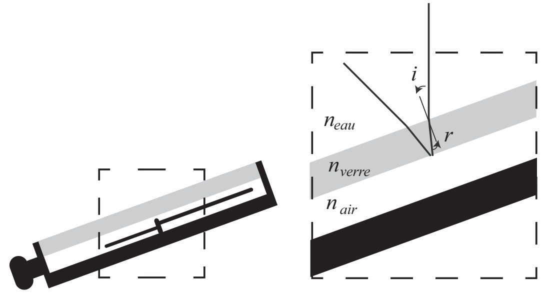
$$\mathrm{L} = 21{,}2 \pm 0{,}1 \text{ cm et } h = 16{,}1 \pm 0{,}5 \text{ cm}$$

Déterminer puis calculer l'indice de l'eau.

Données : $n_{air} = 1{,}0$, $n_{verre} = 1{,}5$ et $n_{eau} \approx 1{,}3$.
Propagation des incertitudes : pour $n = x/y$, alors

$$\frac{\Delta n}{n} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

1 - D'après les données de l'énoncé, le dioptre verre/air permet de passer d'un indice élevé à un indice plus faible. C'est donc à ce dioptre que s'effectue la réflexion totale.
2 - En passant de l'eau au verre, le rayon se rapproche de la normale puis est réfracté totalement lors du dioptre verre-air.



3 - D'après les lois de Descartes, il est possible d'écrire à l'interface verre-air :

$$n_{verre} \sin r = 1$$

A l'interface eau-verre, ces mêmes lois conduisent à

$$n_{eau} \sin i = n_{verre} \sin r$$

Ainsi, il apparaît que

$$n_{eau} \sin i = 1$$

La mesure de l'angle i permet donc de calculer l'indice de l'eau. Il est intéressant de noter que le résultat est indépendant du verre utilisé.
4 - En utilisant les relations dans le triangle d'angle au sommet i on obtient :

$$\sin i = \frac{h}{\mathrm{L}}$$

d'où $$\boxed{n_{eau} = \frac{\mathrm{L}}{h}}$$

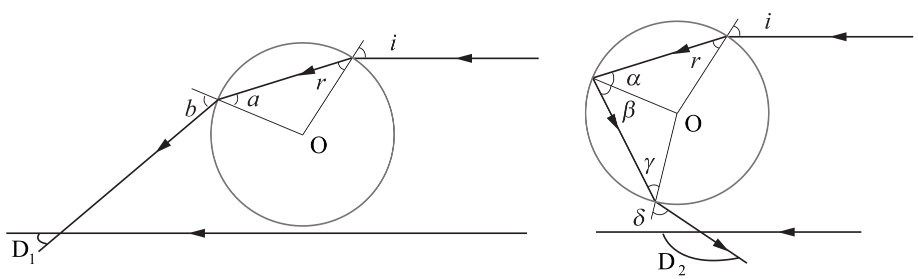
Un calcul d'incertitude permet de conclure que

Ainsi, $$\boxed{n_{eau} = 1,32 \pm 0{,}03}$$

Exercice 3

Exercice 4 *D'après CCP 05,Oral CCP17*

Une goutte d'eau, représentée par une sphère de centre O et de rayon R, est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre 0° et 90°. Son indice, pour une longueur d'onde donnée, sera noté $n = 1{,}33$ tandis que celui de l'air sera pris égal à l'unité. L'indice n dépendant de la longueur d'onde, les couleurs différentes sont déviées différemment. Ce phénomène de dispersion de la lumière permet d'expliquer la formation des arc-en-ciel. Un rayon lumineux frappant cette goutte peut être réfléchi à l'intérieur de celle-ci. On aboutit donc aux deux configurations suivantes.



1 - Déterminer les angles a et b puis l'angle de déviation D_1, en fonction de i et r.

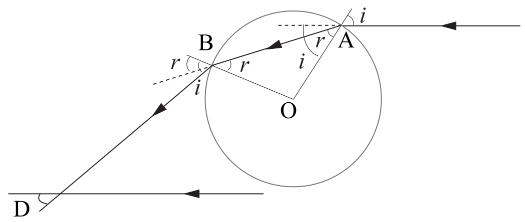
2 - Exprimer en fonction de l'angle d'incidence i ou de l'angle de réfraction r, tous les angles marqués de lettres grecques.

3 - En déduire l'angle de déviation D_2, en fonction de i et de r.

4 - Pour quelle valeur minimale de r, les rayons sont totalement réfléchis.

Exercice 4

1 - Le triangle OAB étant isocèle, les angles a et r sont égaux.



D'après les relations de Descartes,

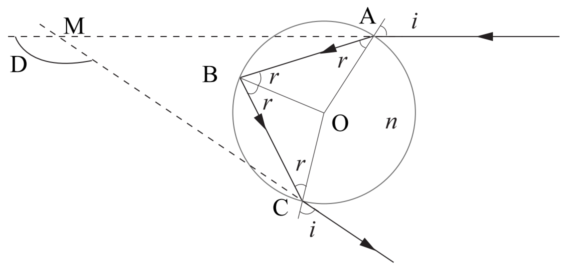
$$\sin i = n \sin r = \sin b.$$

On en déduit que $b = i$.

Pour obtenir l'angle D, remarquons que le rayon incident tourne au premier dioptre de $i - r$ puis au second de $i - r$.

La déviation totale vaut donc $\quad D_1 = 2i - 2r$

2 - Nommons A, B et C les lieux de déviation du rayon.



Le triangle OAB étant isocèle, $\alpha = r$, d'après la loi de la réflexion,

$$\beta = \alpha = r\,.$$

Comme OBC est isocèle, $\gamma = \beta = r$. D'après les lois de Descartes, on a

$$n \sin r = \sin i \text{ et } n \sin \gamma = \sin \delta$$

Ainsi, $$\gamma = r \text{ et } \delta = i.$$

3 - Exprimons l'angle de déviation dans le triangle isocèle MAC

$$\pi - D_2 + \widehat{MAC} + \widehat{ACM} = \pi$$

Comme $\widehat{MAC} = i + \widehat{OAC}$, en utilisant les propriétés des triangles inscrits dans un cercle, $\widehat{COA} = 2\widehat{CBA} = 4r$. Dans le triangle CAB il vient

$$2\widehat{OAC} + 4r = \pi \quad \text{soit} \quad \widehat{MAC} = i + \pi/2 - 2r$$

Finalement : $\boxed{\mathrm{D}_2 = 2\widehat{\mathrm{MAC}} = \pi + 2i - 4r}$

Il est également possible d'étudier la rotation à chaque point A, B et C. Le rayon tourne de $i - r$, $\pi - 2r$ et $i - r$. On obtient alors une rotation de

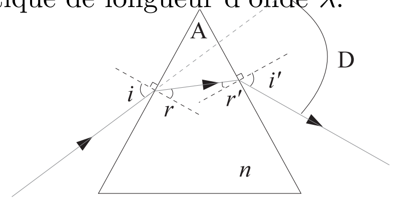
$$\mathrm{D} = i - r + \pi - 2r + i - r \quad \text{soit} \quad \mathrm{D} = \pi + 2i - 4r$$

4 - L'angle critique pour une goutte d'eau est donné par :

$$r_c = \arcsin 1/n = 49°$$

Exercice 5 *D'après CCP 15*

On considère un prisme d'angle au sommet $\mathrm{A} = 60°$, fabriqué dans un verre d'indice $n = 1{,}5$, placé dans l'air. On étudie la trajectoire d'un rayon lumineux incident appartenant à un plan principal du prisme. Les angles i, r, i', r' et D appartiennent tous à l'intervalle $[0; 90°]$. Le rayon incident est constitué d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ.



I - Étude de la déviation de la lumière

1 - Déterminer la relation (1) qui relie i, r et n.

2 - Déterminer la relation (2) qui relie i', r' et n.

3 - Déterminer la relation (3) entre r, r' et A.

4 - En déduire la relation (4) : $\mathrm{D} = i + i' - \mathrm{A}$.

5 - Déterminer l'expression de $\sin i_0$ où i_0 est la valeur de i correspondant à une disparition du rayon émergent : on exprimera i_0 uniquement en fonction de n et A. Calculer i_0.

II - Minimum de déviation

1 - A partir de (1), (2) et (3), déterminer l'expression de i' uniquement en fonction de i, n et A.

2 - Donner l'expression littérale de r_m uniquement en fonction de A. (r_m est la valeur de r obtenue lorsque la déviation D est minimale).

3 - En déduire l'expression littérale de i_m , puis celle de $\mathrm{D_m}$ uniquement en fonction de n et A.

4 - Déduire des questions précédentes que

$$n = \frac{\sin\left(\dfrac{\mathrm{D_m} + \mathrm{A}}{2}\right)}{\sin \dfrac{\mathrm{A}}{2}}$$

Exercice 5

I - Étude de la déviation de la lumière

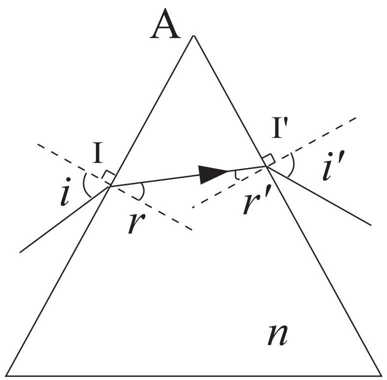
1 - La loi de la réfraction permet d'écrire

$$\sin i = n \sin r$$

2 - De même on trouve

$$\sin i' = n \sin r'$$

3 - Considérons le triangle $\mathrm{AII'}$ formé par le sommet du prisme et les différents rayons. Utilisons la somme des angles du triangle :



$$\pi = \mathrm{A} + (\pi/2 - r) + (\pi/2 - r')$$

On obtient :

$$\mathrm{A} = r + r'$$

4 - Comme $\mathrm{D} = i + i' - r - r'$, il vient

$$\mathrm{D} = i + i' - \mathrm{A}$$

5 - Le rayon émergeant disparaît si $i' = 90°$, ainsi $\sin r' = 1/n$ d'où

$$\sin i_0 = n \sin(\mathrm{A} - r') = n \sin(\mathrm{A} - \arcsin 1/n)$$

A.N. : $\boxed{i_0 = 27{,}92°}$

II - Minimum de déviation

1 - Il nous faut éliminer r' de la relation (2),

Ainsi, $\sin i' = n \sin(\mathrm{A} - r) = n(\sin \mathrm{A} \cos r - \cos \mathrm{A} \sin r)$

soit $\sin i' = n(\sin \mathrm{A} \sqrt{1 - \sin^2 i/n^2} - \cos \mathrm{A} \sin i/n)$

d'où $\boxed{\sin i' = \sin \mathrm{A}\sqrt{1-n^2\sin^2 i} - \cos \mathrm{A} \sin i}$

2 - D'après le retour inverse de la lumière, le minimum de déviation est donné pour $r = r'$

d'où $\boxed{r_{\mathrm{m}} = \mathrm{A}/2}$

3 - On en déduit donc que

$$\sin i_{\mathrm{m}} = n \sin \mathrm{A}/2 \quad \text{et} \quad \mathrm{D}_{\mathrm{m}} = 2i_{\mathrm{m}} - \mathrm{A} = 2\arcsin(n\sin \mathrm{A}/2) - \mathrm{A}$$

4 - De l'expression précédente, on déduit directement que

$$\boxed{n = \frac{\sin\left(\dfrac{\mathrm{D}_{\mathrm{m}}+\mathrm{A}}{2}\right)}{\sin \dfrac{\mathrm{A}}{2}}}$$

Exercice 6 *D'après Oral CCP 11*

Un système est formé de deux lentilles, la première convergente de centre O_1, la seconde divergente de centre O_2, séparées d'une distance de $e = 75$ mm.

On place une pellicule au point A derrière la lentille divergente. On note $f'_1 = 100$ mm et $f'_2 = -50$ mm, les distances focales des deux lentilles.

La pellicule est placée de telle manière que les images des objets provenant de l'infini soient nettes.

1 - Placer les foyers des lentilles et tracer un rayon provenant de l'infini pour déterminer la position du plan focal image du système optique.

2 - Calculer l'encombrement de l'appareil, c'est à dire la distance $\mathrm{O}_1\mathrm{A}$.

3 - On souhaite photographier la tour Eiffel de hauteur 324 m se situant à une distance de 2,0 km. Son image rentrera-t-elle sur le capteur optique CMOS APS-H de taille 20,2 mm × 29,2 mm ?

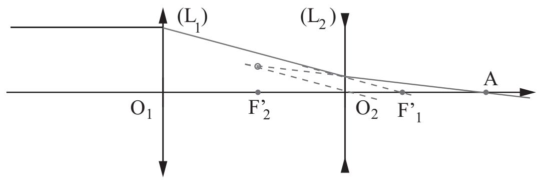
4 - En conservant le même grandissement, on souhaite s'affranchir de la lentille divergente. Calculer alors l'encombrement de l'appareil et conclure.

Données :

- Formules de conjugaison
  - Origine au centre $\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$
  - Origine aux foyers $\overline{\mathrm{FA}}.\overline{\mathrm{F'A'}} = -f'^2$
- Formule de grandissement $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$
  - Origine au centre $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}$
  - Origine aux foyers $\gamma = \frac{f'}{\overline{\mathrm{FA}}} = -\frac{\overline{\mathrm{F'A'}}}{f'}$

Exercice 6

1 - On attend le schéma suivant :



2 - On remarque que le point A est l'image du foyer F'_1 par la lentille L_2. D'après les relations de conjugaison, on en déduit donc que :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2A}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2F'_1}}} = \frac{1}{f'_2}$$

En utilisant la décomposition des grandeurs algébriques :

$$\overline{\mathrm{O_2A}} = \frac{\overline{\mathrm{O_2F'_1}}\,f'_2}{\overline{\mathrm{O_2F'_1}} + f'_2}$$

A.N. : $\boxed{\mathrm{O_2A} = 50 \text{ mm} \quad \text{soit} \quad \mathrm{O_1A} = 125 \text{ mm}}$

3 - Notons α l'angle entre le rayon issu du sommet de la tour et l'axe optique et $\mathrm{A_1B_1}$ l'image de la tour dans le plan focal de L_1 :

$$\mathrm{A_1B_1} = \alpha f'_1 = \frac{h}{\mathrm{D}} f_1$$

En utilisant les formules de grandissement :

$$\mathrm{A_2B_2} = \frac{\mathrm{O_2A}}{\mathrm{O_2F'_1}}\mathrm{A_1B_1}$$

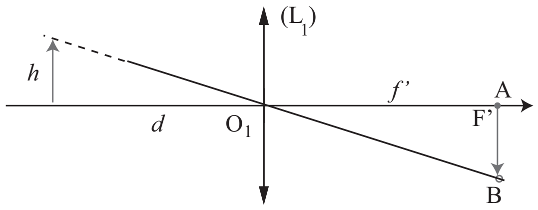
A.N. : $\boxed{\mathrm{A_2B_2} = 32{,}4\ \mathrm{mm} > 29{,}2\ \mathrm{mm}}$

La tour Eiffel n'est pas complète dans le cliché.

4 - Pour une seule lentille, avec l'application du théorème de Thalès, on aurait obtenu :

$$\mathrm{AB} = 32{,}4\ \mathrm{mm} = \frac{h}{\mathrm{D}}f'$$

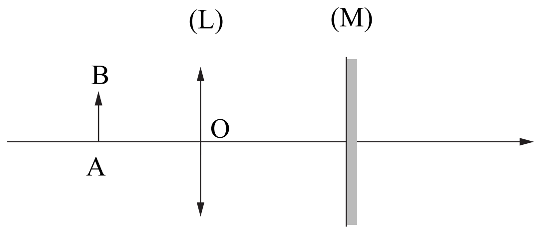
d'où $\boxed{f''_1 = 200\ \mathrm{mm}}$



Exercice 7 *D'après CCP 02, 16*

L'autocollimation est une méthode expérimentale permettant de placer un objet dans le plan focal d'une lentille convergente.

Soit AB est un objet, L une lentille mince convergente distant de 2 cm d'un miroir plan M dont la normale est parallèle à l'axe optique de L.



La distance focale de L est égale à 4 cm. Soit A_1 l'image donnée par la lentille L du point A, puis A_2 l'image donnée par le miroir M du point A_1 et enfin A′ l'image finale que donne L de A_2.

1 - Tracer le trajet de deux rayons partant du point B, pour construire son image A′B′. On effectuera un dessin à l'échelle pour un objet AB est de hauteur 2 cm et situé à une position $\overline{\mathrm{OA}}$ de

$$\overline{\mathrm{OA}} = -6\ \mathrm{cm}, \quad \overline{\mathrm{OA}} = -4\ \mathrm{cm} \quad \text{et} \quad \overline{\mathrm{OA}} = -2\ \mathrm{cm}$$

L'utilisation d'une feuille quadrillée est préconisée.

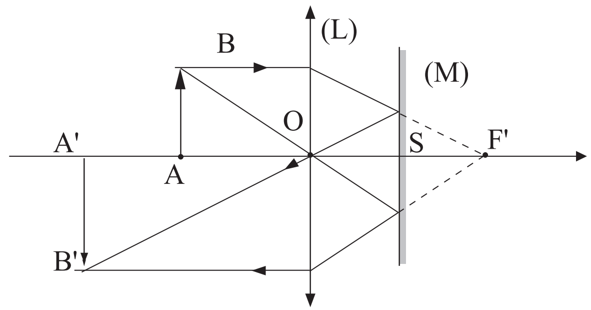
2 - Retrouver dans le premier cas, à l'aide des formules de conjugaison et de grandissement, les positions et la taille de l'image. On prendra le centre optique de la lentille comme origine de l'axe optique.

3 - En déduire une méthode expérimentale pour placer l'objet AB sur le plan focal de L.

Exercice 7

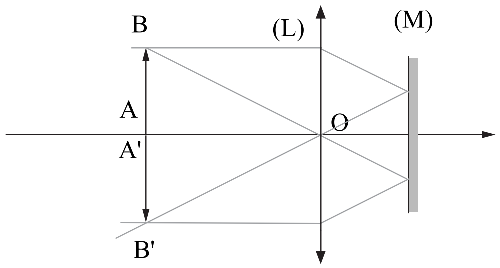
1 - La construction graphique de A′B′ peut s'effectuer de deux manière : soit en utilisant les images successives, soit en poursuivant les rayons issus de B. Nous illustrerons ici les deux possibilités.

- Pour $\overline{\mathrm{OA}} = -6$ cm, un rayon parallèle à l'axe optique passe par le foyer image F′ et par réflexion sur le miroir par le centre de la lentille [1]. Un rayon issu de B et passant par O, après réflexion sur le miroir semble provenir du foyer F′, il ressort donc parallèle à l'axe optique.



- Pour $\overline{\mathrm{OA}} = -4$ cm, l'objet AB est dans le plan focal objet. A_1B_1 tout comme A_2B_2 sont donc à l'infini. L'image de A_2B_2 se retrouve alors dans le même plan que AB.

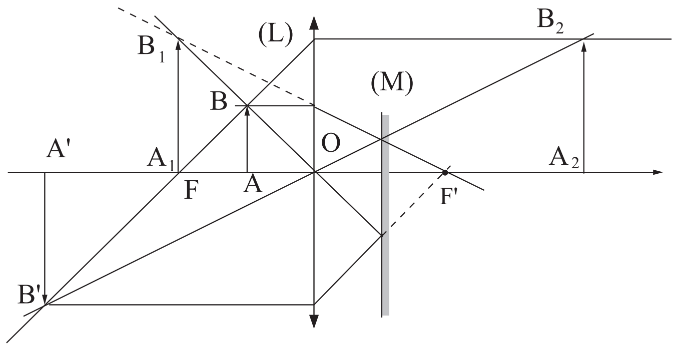
1. La nature est bien faite...



- Pour $\overline{OA} = -4$ cm, utilisons pour changer la méthode des images intermédiaires.

$$AB \xrightarrow{L} A_1B_1 \xrightarrow{M} A_2B_2 \xrightarrow{L} A'B'$$

Ainsi, A_2B_2 est le symétrique de A_1B_1 par rapport au miroir plan. l'image A_1B_1 est virtuelle. A_2B_2 est considéré comme un objet réel pour la lentille (L).



On pouvait également prendre deux rayons issus de B, l'un parallèle à l'axe optique et l'autre passant par le foyer objet F, on obtient le même résultat.

2 - Nommons les images intermédiaires successives

$$AB \xrightarrow{L} A_1B_1 \xrightarrow{M} A_2B_2 \xrightarrow{L} A'B'$$

En utilisant la relation de conjugaison avec origine au centre optique

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{soit} \quad \overline{OA_1} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'}$$

A.N. : $\boxed{\overline{OA_1} = 12 \text{ cm}}$

La formule de grandissement avec origine au centre permet d'obtenir la taille de l'image intermédiaire :

$$\overline{A_1B_1} = \overline{AB}\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

La formule de conjugaison du miroir plan de sommet S permet d'écrire que

$$\overline{SA_1} = -\overline{SA_2}$$

soit $$\overline{OA_2} = \overline{OS} + \overline{SA_2} = \overline{OS} - \overline{SA_1} = 2\overline{OS} - \overline{0A_1}$$

A.N. : $\boxed{\overline{OA_2} = -8 \text{ cm}}$

Enfin, après passage par le miroir, la relation de conjugaison de la lentille doit être modifiée puisque le foyer image joue le rôle de foyer objet et vice versa. La formule de conjugaison devient alors

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{\overline{OF}}$$

Ceci nous permet de conclure que

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA_2}f}{\overline{OA_2} + f}$$

A.N. : $\boxed{\overline{OA'} = -2{,}7 \text{ cm}}$

Le miroir ne modifie par la taille de l'image. La formule de grandissement avec origine au centre permet d'obtenir la taille de l'image finale :

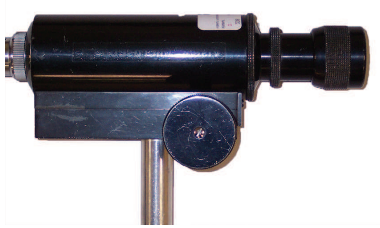
$$\overline{A'B'} = \overline{A_2B_2}\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}} = \overline{AB}\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}}$$

A.N. : $\boxed{\overline{A'B'} = -1{,}2 \text{ cm}}$

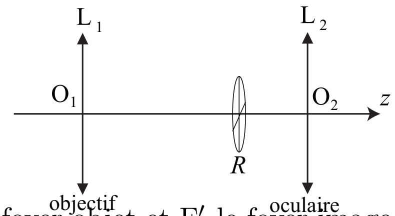
3 - Lorsque l'image se retrouve nette au sur le support de l'objet, alors l'objet est placé à la distance focale de la lentille.

Exercice 8 *D'après CCP 15*

On étudie un viseur à frontale fixe constitué par :



- un objectif L_1 de centre O_1, de distance focale $f_1' = 50$ mm ;
- un réticule gradué R ;
- un oculaire modélisé par une lentille convergente L_2 de centre O_2 et de distance focale $f_2' = 10$ mm.



L'oculaire est réglé de manière à ce que l'oeil n'ait pas besoin d'accommoder pour voir le réticule. On notera F_i le foyer objet et F_i' le foyer image de la lentille $n°i$.

On règle la lunette afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -2$.

1 - Comment règle-t-on l'oculaire par rapport au reticule ?

2 - Préciser la position $\overline{F_2A}$ de l'objet visé par rapport à l'objectif en fonction de γ et f_1'. Faire l'application numérique.

3 - Determiner l'encombrement $\overline{O_1O_2}$ de la lunette en fonction de f_1', γ et f_2'. Effectuer l'application numérique.

4 - Valider vos résultats par un tracé à l'échelle de rayons pour un objet de hauteur AB = 2,0 cm. Compléter la figure avec la presence du reticule R et de la lentille L_2.

5 - En l'absence de viseur, sous quel angle α est vu l'objet AB pour un observateur placé en O_2. En présence du viseur, déterminer puis calculer la valeur α' de l'angle sous lequel est vu l'objet AB à travers le viseur.

Exercice 8

1 - Pour observer le réticule, celui-ci est placé dans le plan focal objet de l'oculaire afin qu'un oeil puisse voir sans accommoder (l'image par la deuxième lentille est alors à l'infini) :

$$\mathrm{R} = \mathrm{F}_2$$

2 - Pour obtenir la position d'une image, on utiliser la relation de conjugaison avec origine au centre optique :

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

La difficulté est l'absence d'indication sur la position de l'objet. En revanche, il est indiqué la valeur du grandissement qui relie la position de l'objet et celle de l'image :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Injectons la relation de grandissement dans la formule de conjugaison, on en déduit que

$$\frac{1}{\gamma\overline{O_1A}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

soit $$\overline{O_1A} = \frac{1-\gamma}{\gamma} f_1' \quad \text{et} \quad \overline{O_1A'} = (1-\gamma) f_1'$$

A.N. : $$\overline{O_1A} = -75 \text{ mm} \quad \text{et} \quad \overline{O_1A'} = 150 \text{ mm}$$

Or $$\overline{F_2A} = \overline{F_2O_1} + \overline{O_1A} = \overline{A'O_1} + \overline{O_1A}$$

d'où $$\boxed{\overline{O_1A} = \frac{1-\gamma}{\gamma} f_1' - (1-\gamma) f_1'}$$

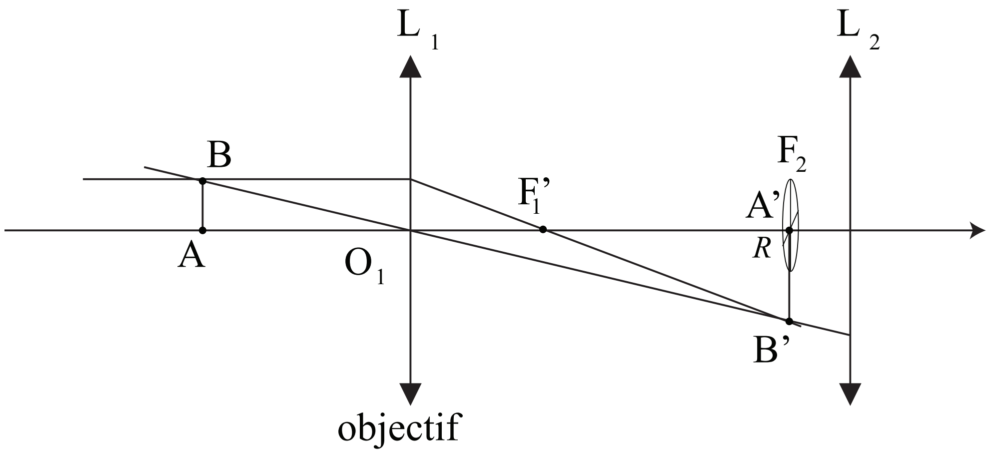
A.N. : $$\boxed{\overline{F_2A} = -225 \text{ mm}}$$

3 - Le réticule étant dans le plan focal objet, l'encombrement vaut :

$$O_1O_2 = O_1F_2 + F_2O_2$$

A.N. : $$\boxed{O_1O_2 = 150 + 10 = 160 \text{ mm}}$$

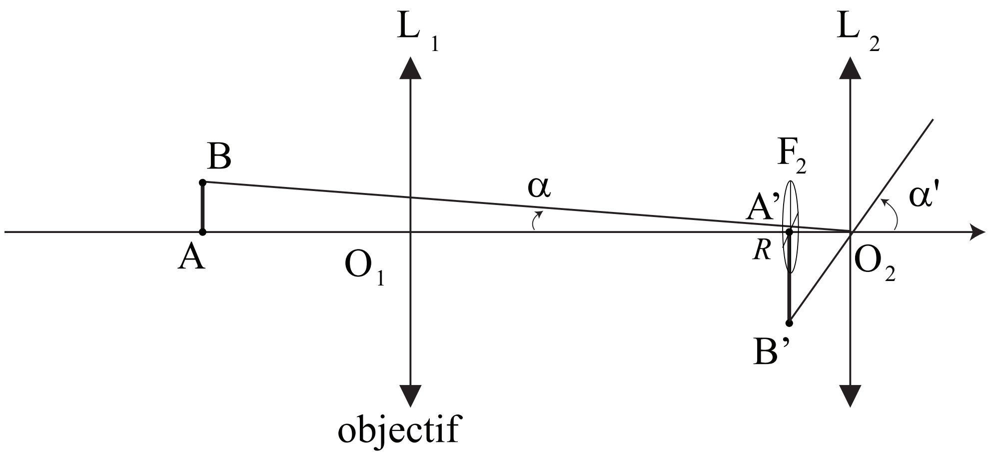
4 - En traçant les rayons passant par le centre optique et celui parallèle à l'axe optique, on obtient :



5 - Par définition, l'angle α est donné par :

$$\alpha = \arctan \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{O_2A}}$$

A.N. : $\boxed{\alpha \approx 0{,}091 \text{ rad} \approx 5°}$



Ce même objet est vu sous l'angle :

$$\alpha' = \arctan \frac{\mathrm{A'B'}}{f_2'}$$

A.N. : $\boxed{\alpha \approx 1{,}32 \text{ rad} \approx 76°}$