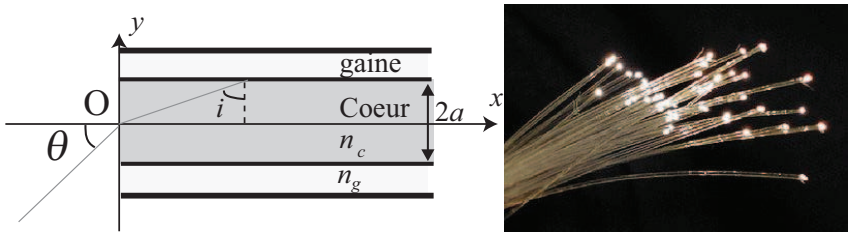
TD 27 Optique géométrique

Exercice 1

D'après CCP 07

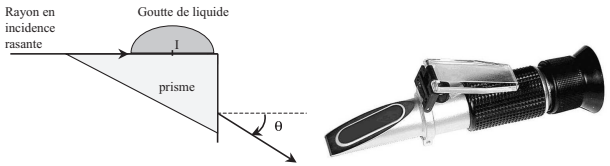
Une fibre à saut d'indice, représentée sur la figure ci-dessous, est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe Ox, de diamètre $2a$ et d'indice n_c, entouré d'une gaine optique d'indice n_g légèrement inférieur à n_c. Un rayon situé dans le plan Oxy entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence θ.



1 - À quelle condition sur i, angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ?
On note i_L l'angle d'incidence limite.
Faire un dessin du trajet ultérieur du rayon en faisant apparaître plusieurs réflexions.
2 - Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle d'incidence θ_L tel que $\sin\theta_L = n_c \cos i_L$.
3 - En déduire l'expression de l'ouverture numérique O.N de la fibre définie par O.N $= \sin\theta_L$ en fonction de n_c et n_g uniquement.
4 - Donner la valeur numérique de O.N pour $n_c = 1{,}500$ et $n_g = 1{,}470$.

Exercice 2

En viticulture, la quantité de sucre dans un raisin peut être déterminer en mesurant l'indice de réfraction d'un liquide par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90°. On éclaire cette goutte en lumière monochromatique en prenant bien soin qu'elle soit éclairée en **incidence rasante**. À l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme.



1 - L'indice de réfraction du verre est N = 1,625. Dessiner la marche du rayon lumineux rasant se réfractant en I.
2 - On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergeant correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure). Montrer que l'angle θ satisfait la relation :

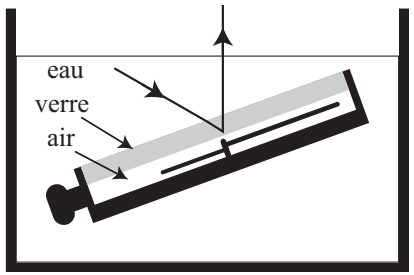
$$\sin\theta = \sqrt{\mathrm{N}^2 - n^2}$$

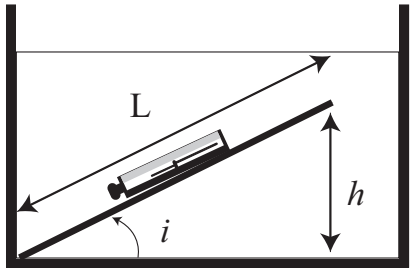
Calculer numériquement θ.
3 - Quelle est la valeur minimale de l'indice de réfraction d'un liquide qu'on peut mesurer avec ce réfractomètre ?

Exercice 3

La mesure d'un indice de réfraction de l'eau peut s'effectuer en plongeant une montre dans l'eau. On dispose alors de deux interfaces :

- un dioptre eau-verre au niveau du verre de montre
- puis d'un dioptre verre-air dans l'espace où se situent les aiguilles.





Considérons une montre accrochée à une règle de longueur L plongée dans une bassine remplie d'eau. Lorsqu'on incline la montre d'une hauteur h, il apparaît un angle i pour lequel la vision du cadran disparaît subitement : le dispositif est alors incliné de sorte que l'angle des rayons lumineux dans le verre par rapport à la normale au dioptre est celui de la réflexion totale.

1 - Justifier qu'au regard des indices, le dioptre verre-air est propice au phénomène de réflexion totale.
2 - Effectuer un schéma des rayons qui subissent une réflexion totale.
3 - En appliquant les lois de Snell-Descartes, montrer que l'angle d'inclinaison de la montre vérifiant la réflexion totale permet d'obtenir l'indice de l'eau.
4 - On mesure :

$$\mathrm{L} = 21{,}2 \pm 0{,}1 \text{ cm et } h = 16{,}1 \pm 0{,}5 \text{ cm}$$

Déterminer puis calculer l'indice de l'eau.

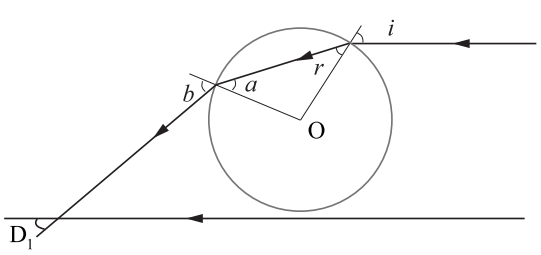
Données : $n_{air} = 1{,}0$, $n_{verre} = 1{,}5$ et $n_{eau} \approx 1{,}3$.
Propagation des incertitudes : pour $n = x/y$, alors

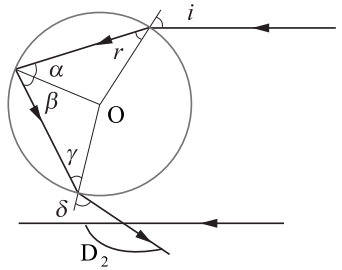
$$\frac{\Delta n}{n} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

Exercice 4

D'après CCP 05,Oral CCP17

Une goutte d'eau, représentée par une sphère de centre O et de rayon R, est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre 0° et 90°. Son indice, pour une longueur d'onde donnée, sera noté $n = 1{,}33$ tandis que celui de l'air sera pris égal à l'unité. L'indice n dépendant de la longueur d'onde, les couleurs différentes sont déviées différemment. Ce phénomène de dispersion de la lumière permet d'expliquer la formation des arc-en-ciel. Un rayon lumineux frappant cette goutte peut être réfléchi à l'intérieur de celle-ci. On aboutit donc aux deux configurations suivantes.





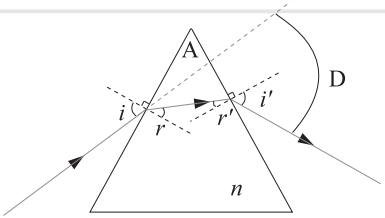
1 - Déterminer les angles a et b puis l'angle de déviation D_1, en fonction de i et r.
2 - Exprimer en fonction de l'angle d'incidence i ou de l'angle de réfraction r, tous les angles marqués de lettres grecques.
3 - En déduire l'angle de déviation D_2, en fonction de i et de r.
4 - Pour quelle valeur minimale de r, les rayons sont totalement réfléchis.

Exercice 5

D'après CCP 15

On considère un prisme d'angle au sommet $\mathrm{A} = 60°$, fabriqué dans un verre d'indice $n = 1{,}5$, placé dans l'air. On étudie la trajectoire d'un rayon lumineux incident appartenant à un plan principal du prisme. Les angles i, r, i', r' et D appartiennent tous à l'intervalle $[0; 90°]$. Le rayon incident est constitué d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ.

I - Étude de la déviation de la lumière 1 - Déterminer la relation (1) qui relie i, r et n.



2 - Déterminer la relation (2) qui relie i', r' et n.

3 - Déterminer la relation (3) entre r, r' et A.

4 - En déduire la relation (4) : $\mathrm{D} = i + i' - \mathrm{A}$.

5 - Déterminer l'expression de $\sin i_0$ où i_0 est la valeur de i correspondant à une disparition du rayon émergent : on exprimera i_0 uniquement en fonction de n et A. Calculer i_0.

II - Minimum de déviation

1 - A partir de (1), (2) et (3), déterminer l'expression de i' uniquement en fonction de i, n et A.

2 - Donner l'expression littérale de r_m uniquement en fonction de A. (r_m est la valeur de r obtenue lorsque la déviation D est minimale).

3 - En déduire l'expression littérale de i_m , puis celle de $\mathrm{D_m}$ uniquement en fonction de n et A.

4 - Déduire des questions précédentes que

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\mathrm{D_m} + \mathrm{A}}{2}\right)}{\sin\frac{\mathrm{A}}{2}}$$

Exercice 6

D'après Oral CCP 11

Un système est formé de deux lentilles, la première convergente de centre $\mathrm{O_1}$, la seconde divergente de centre $\mathrm{O_2}$, séparées d'une distance de $e = 75$ mm.

On place une pellicule au point A derrière la lentille divergente. On note $f_1' = 100$ mm et $f_2' = -50$ mm, les distances focales des deux lentilles.

La pellicule est placée de telle manière que les images des objets provenant de l'infini soient nettes.

1 - Placer les foyers des lentilles et tracer un rayon provenant de l'infini pour déterminer la position du plan focal image du système optique.

2 - Calculer l'encombrement de l'appareil, c'est à dire la distance $\mathrm{O_1A}$.

3 - On souhaite photographier la tour Eiffel de hauteur 324 m se situant à une distance de 2,0 km. Son image rentrera-t-elle sur le capteur optique CMOS APS-H de taille 20,2 mm × 29,2 mm ?

4 - En conservant le même grandissement, on souhaite s'affranchir de la lentille divergente. Calculer alors l'encombrement de l'appareil et conclure.

Données :

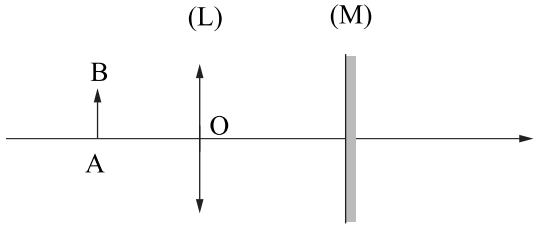
- Formules de conjugaison
  - Origine au centre $\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$
  - Origine aux foyers $\overline{\mathrm{FA}}.\overline{\mathrm{F'A'}} = -f'^2$
- Formule de grandissement $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$
  - Origine au centre $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}$
  - Origine aux foyers $\gamma = \frac{f'}{\overline{\mathrm{FA}}} = -\frac{\overline{\mathrm{F'A'}}}{f'}$

Exercice 7

D'après CCP 02, 16

L'autocollimation est une méthode expérimentale permettant de placer un objet dans le plan focal d'une lentille convergente.

Soit AB est un objet, L une lentille mince convergente distant de 2 cm d'un miroir plan M dont la normale est parallèle à l'axe optique de L.



La distance focale de L est égale à 4 cm. Soit $\mathrm{A_1}$ l'image donnée par la lentille L du point A, puis $\mathrm{A_2}$ l'image donnée par le miroir M du point $\mathrm{A_1}$ et enfin $\mathrm{A'}$ l'image finale que donne L de $\mathrm{A_2}$.

1 - Tracer le trajet de deux rayons partant du point B, pour construire son image A′B′. On effectuera un dessin à l'échelle pour un objet AB est de hauteur 2 cm et situé à une position $\overline{OA}$ de

$$\overline{OA} = -6 \text{ cm}, \quad \overline{OA} = -4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \overline{OA} = -2 \text{ cm}$$

L'utilisation d'une feuille quadrillée est préconisée.

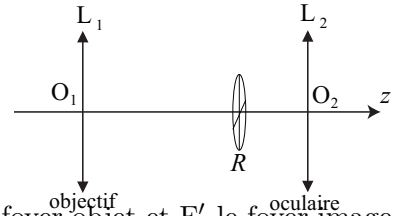
2 - Retrouver dans le premier cas, à l'aide des formules de conjugaison et de grandissement, les positions et la taille de l'image. On prendra le centre optique de la lentille comme origine de l'axe optique.

3 - En déduire une méthode expérimentale pour placer l'objet AB sur le plan focal de L.

Exercice 8 *D'après CCP 15*

On étudie un viseur à frontale fixe constitué par :

- un objectif L_1 de centre O_1 , de distance focale $f_1' = 50$ mm ;
- un réticule gradué R ;
- un oculaire modélisé par une lentille convergente L_2 de centre O_2 et de distance focale $f_2' = 10$ mm.



L'oculaire est réglé de manière à ce que l'oeil n'ait pas besoin d'accommoder pour voir le réticule. On notera F_i le foyer objet et F_i' le foyer image de la lentille $n°i$.

On règle la lunette afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -2$.

1 - Comment règle-t-on l'oculaire par rapport au reticule ?

2 - Préciser la position $\overline{F_2A}$ de l'objet visé par rapport à l'objectif en fonction de γ et f_1'. Faire l'application numérique.

3 - Determiner l'encombrement $\overline{O_1O_2}$ de la lunette en fonction de f_1', γ et f_2'. Effectuer l'application numérique.

4 - Valider vos résultats par un tracé à l'échelle de rayons pour un objet de hauteur AB = 2,0 cm. Compléter la figure avec la presence du reticule R et de la lentille L_2.

5 - En l'absence de viseur, sous quel angle α est vu l'objet AB pour un observateur placé en O_2. En présence du viseur, déterminer puis calculer la valeur α' de l'angle sous lequel est vu l'objet AB à travers le viseur.