

TD 16 : Induction Neumann

Les classiques

Exercice 1

On considère une bobine plate de rayon $a = 1,2 \text{ cm}$ comportant $N = 730$ spires jointives et parcourue par un courant $I = 1,0 \text{ A}$.

- 1 - Déterminer l'orientation du champ au centre de la bobine.
- 2 - On admet que le champ moyen sur la section de la bobine vaut : $B_M = 1,56 \times B(O)$ où $B(O)$ est le champ magnétique au centre du dispositif. Calculer B_M .
- 3 - Exprimer puis calculer l'inductance propre L de cette bobine. Quelle serait la valeur de L pour un courant d'intensité 2 A ?

Données :

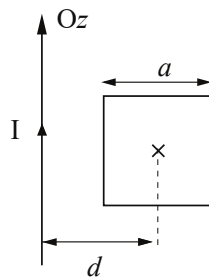
- Champ magnétique au centre d'une spire de rayon R , parcourue par un courant I : $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$;
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$



Exercice 2

On considère un fil infini parcouru par un courant à proximité d'un circuit carré de côté a .

- 1 - Établir l'expression du champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant I .
- 2 - Calculer le flux magnétique à travers le carré de côté a dont le centre est situé à une distance d du fil.
- 3 - En partant de la relation liant le flux à l'intensité créant ce flux, exprimer le coefficient de mutuelle M

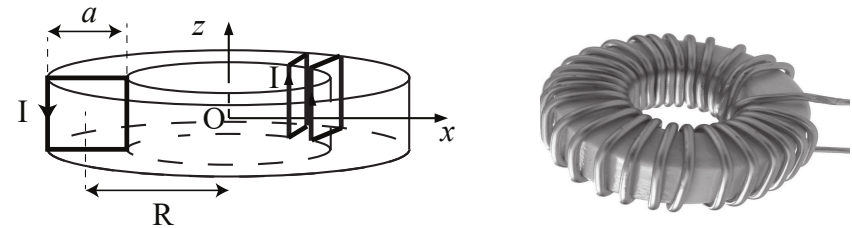


entre le fil et l'anneau.

- 4 - Soit N le nombre d'anneaux présent à la distance d du fil. Exprimer alors le coefficient de mutuelle M_{tot} de l'ensemble en fonction de N et M .

Exercice 3

Une bobine torique est constituée par un fil conducteur bobiné en spires jointives sur un tore circulaire à section carrée de côté a et de rayon moyen R . On désigne par N le nombre total de spires et par I le courant qui les parcourt. Le matériau constituant le tore est ferromagnétique, on note $\mu = \mu_0 \mu_r$ la perméabilité magnétique de ce matériau.



- 1 - Déterminer, à l'intérieur du tore, l'orientation du champ $\vec{B}$.
- 2 - Soit M un point à l'intérieur du tore, déterminer le champ magnétique. $\vec{B}(M)$. Le correcteur tiendra compte de la rigueur avec laquelle le calcul est mené.
- 3 - Calculer le flux Φ_1 du champ magnétique à travers la surface d'une spire dont la normale est orientée dans le sens du champ. En déduire l'expression du flux total sur l'ensemble du circuit noté Φ_{tot} .
- 4 - Montrer, dans le cas où $a \ll R$, que le flux peut s'écrire sous la forme

$$\Phi_{\text{tot}} = \frac{\mu N^2 I}{2\pi R} a^2$$

- 5 - À l'aide des données, déterminer la valeur de la perméabilité relative μ_r du matériau utilisé pour réaliser le tore. On justifiera la formule du flux employée à l'aide des données numériques fournies.

Données :

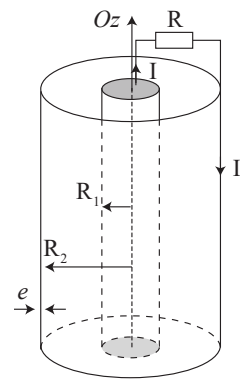
- perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
- côté de la section du tore : $a = 12 \text{ mm}$;

- Rayon moyen : $R = 32 \text{ mm}$;
- nombre de spires : $N = 50$;
- inductance propre : $L = 12 \text{ mH}$;
- Développements limités : $\frac{1}{1-x} = 1+x+o(x)$, $\ln(1+x) = x+o(x)$.

Les difficiles

Exercice 4

La gaine intérieure pleine, de rayon R_1 , du câble coaxial de hauteur $h \gg R_2$ représenté ci-contre, est parcourue par un courant I généré par un courant volumique $\vec{j}_1 = j_1 \vec{e}_z$. L'armature cylindrique de rayon R_2 et d'épaisseur e (non représentée sur le schéma), contenant la gaine extérieure, est parcourue par un courant volumique $\vec{j}_2 = -j_2 \vec{e}_z$. On négligera les effets de bord ainsi que l'énergie électromagnétique stockée dans les zones où $0 < r < R_1$ et $R_2 < r < R_2 + e$.



- 1 - Exprimer j_1 et j_2 en fonction de I , R_1 , R_2 et e .
- 2 - Déterminer le champ $\vec{B}(r, \theta, z)$ en tout point de l'espace en fonction de I , e , R_1 , R_2 et autres constantes nécessaires. Tracer l'allure de $||\vec{B}(\vec{M})||$.
- 3 - Déterminer le flux de champ magnétique sur le circuit électrique créée.
- 4 - Quelle est alors son inductance propre ?

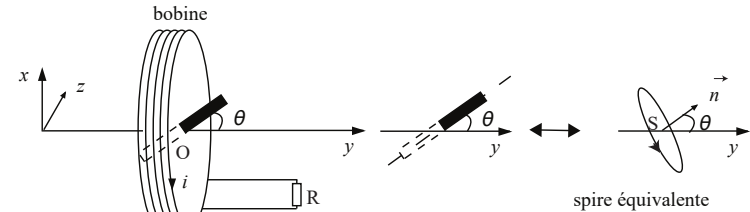
Exercice 5

On peut représenter un alternateur de bicyclette de la façon suivante :

- un aimant permanent, assimilable à un dipôle magnétique de moment $\vec{M}$ tourne dans le plan (O, y, z) en faisant avec l'axe $(O, \vec{e}_y)$ un angle $\theta = \omega t$, avec ω constante ;
- une bobine comportant N tours de fil, chaque tour étant assimilable à une spire de rayon a , de résistance r et d'inductance L est placée

dans le plan (O, x, z) , centrée en O , sa normale étant dans le sens de $\vec{e}_y$. Cette bobine, branchée en série avec une résistance R représentant les lampes de la bicyclette, est parcourue par un courant $i(t)$.

(On rappelle qu'un dipôle magnétique de moment $\vec{M}$ est équivalent à une boucle de courant $\vec{M} = I.S\vec{n}$, S étant supposé beaucoup plus petite que la surface d'une spire de la bobine, et $\vec{n}$ est le vecteur normal à S).



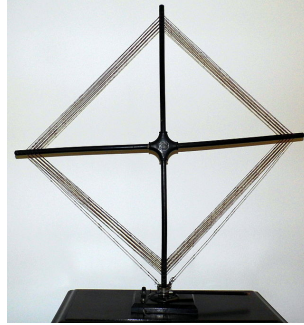
L'expression du champ magnétique créé, en un point de son axe, par un bobine circulaire de rayon a , d'axe Oy , comportant N spires parcourues par le courant $i(t)$, est :

$$B(O) = \frac{\mu_0 N i(t)}{2a}$$

- 1 - Exprimer le flux Φ_B du champ magnétique créé par cette bobine à travers la spire, équivalente au dipôle magnétique, de vecteur surface $\vec{S}$.
- 2 - En utilisant les propriétés des coefficients d'inductance mutuelle M_{12} et M_{21} de deux circuits (1) et (2), déduire de ce qui précède le flux magnétique Φ_M envoyé par le dipôle dans la bobine de rayon a en fonction du temps t . On exprimera le résultat en fonction de N, I, a, ω, t et de la perméabilité magnétique du vide μ_0 .
- 3 - En déduire le flux total Φ traversant la bobine, puis la force électromotrice d'induction e dont la bobine est le siège, en fonction de $\mathcal{M}, N, L, a, i, \omega$ et μ_0 .
- 4 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
- 5 - En régime permanent, on pose $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \psi)$, I étant un nombre réel positif. Déterminer les expressions de I_0 et ψ en fonction des données du problème.

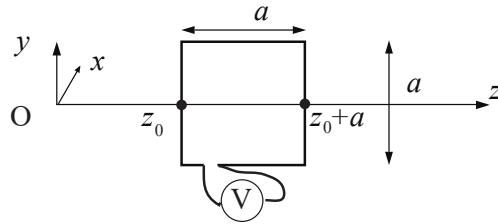
Exercice 6

Au début du XX^e siècle, on détectait une onde électromagnétique à l'aide d'un cadre métallique carré (cf. figure ci-contre sous licence CC). Pour simplifier les calculs, on considère que le cadre est pivoté de 45°, le côté est noté a , le cadre est orienté par le vecteur normale $\vec{N} = \vec{e}_x$. Son centre est à l'abscisse $z_0 + a/2$ et les brins verticaux aux abscisses z_0 et $z_0 + a$. L'onde magnétique arrivant sur le cadre a pour expression :



$$\vec{B} = B_0 \cos(\omega(t - z/c)) \vec{e}_x$$

où B_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde et c la vitesse de la lumière.



1 - Calculer le flux Φ du champ magnétique à travers le cadre à un instant t . En déduire la f.e.m induite $e(t)$ dans le cadre. On posera

$$\phi_0 = \frac{z_0 + a/2}{c}.$$

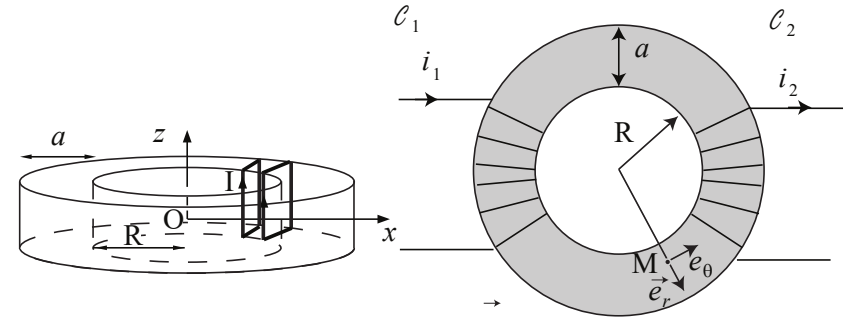
2 - Le voltmètre mesure une tension efficace U_{eff} . Déterminer son expression.

3 - La valeur de a étant donnée, montrer qu'il existe des valeurs ω_{max} et ω_{min} pour lesquelles, la valeur de la tension efficace est respectivement maximale et nulle.

$$\text{Données : } \sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

Exercice 7

On étudie un modèle simplifié de transformateur schématisé ci-après. Il est constitué d'un matériau magnétique torique d'axe (Oz) à section carrée de côté a et de rayon intérieur R . On suppose que le milieu magnétique est parfait. L'espace est rapporté à la base cylindrique illustrée pour un point M quelconque sur le schéma suivant.



Le bobinage dit « primaire » noté $\mathcal{C}_1$ est enroulé en N_1 spires autour de ce tore. Il est parcouru par un courant d'intensité i_1 . Le bobinage dit « secondaire » noté $\mathcal{C}_2$ est, de la même manière, enroulé en N_2 spires autour de ce tore et est parcouru par un courant d'intensité i_2 . On supposera que le tore constitué d'un matériau ferromagnétique se comporte de manière analogue au vide. Les expressions utilisant μ_0 la perméabilité magnétique du vide seront identiques dans le matériau en utilisant μ sa perméabilité.

$$\text{Données : } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$$

1 - Justifier que le champ magnétique $\vec{B}_1$ créé à l'intérieur du tore par le courant circulant dans $\mathcal{C}_1$ est de la forme : $\vec{B}_1(r, \theta, z) = B_1(r, z) \vec{e}_\theta /$

2 - En appliquant le théorème d'Ampère à un contour soigneusement précisé, déterminer le champ magnétique créé par le circuit $\mathcal{C}_1$ en tout point à l'intérieur du tore.

3 - Établir l'expression du flux magnétique ϕ du champ magnétique à travers une spire du circuit $\mathcal{C}_1$.

4 - En déduire le flux total Φ au travers des N_1 spires du circuit $\mathcal{C}_1$.

5 - Rappeler la définition de l'inductance propre L (ou coefficient d'auto-inductance).

6 - En déduire que l'inductance propre du circuit $\mathcal{C}_1$ est donnée par :

$$L_1 = N_1^2 \frac{a\mu}{2\pi} \ln \frac{R+a}{R}$$

7 - Quelle est alors l'expression de l'inductance propre du circuit L_2 ?

8 - Rappeler la définition du coefficient de mutuelle inductance M . Démontrer que ce coefficient M est donné par :

$$M = N_1 N_2 \frac{a\mu}{2\pi} \ln \frac{R+a}{R}$$

9 - La résistance des bobinages étant négligée, exprimer les tensions u_1 et u_2 aux bornes du primaire et du secondaire en fonction des dérivées par rapport au temps de i_1 et i_2 et des coefficients L_1 , L_2 et M .

10 - Le fonctionnement d'un transformateur est-il possible pour des signaux continus ? Justifier votre réponse.