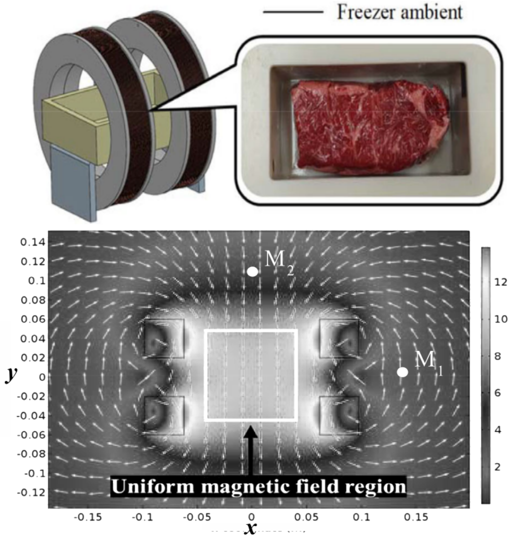
TD 14 : Magnétostatique

Les classiques

Exercice 1

Dans le but de préserver les aliments lors de la congélation, des chercheurs ont placé des steaks dans des bobines pour étudier l'influence du champ magnétique sur l'apparition de cristaux de glace. Le dispositif est constitué de deux bobines dont l'enroulement est dans le même sens. (Image adaptée de *Effects of an oscillating magnetic field on ice nucleation, J. Of Food Process Engineering, 2020*). L'axe Oz, non représenté sur la figure, est en dehors de la feuille.



1 - Que représentent les plans Oxs, Oxz et Oyz pour la distribution de courant ?

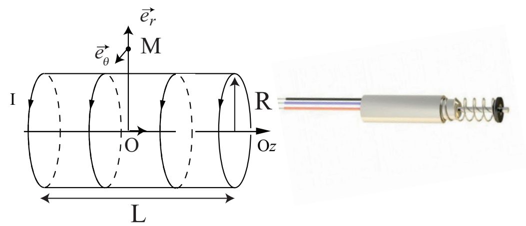
2 - Justifier l'orientation du champ magnétique au point M_1.

3 - Justifier l'orientation du champ magnétique au point M_2.

4 - Les auteurs précisent que le champ magnétique est uniforme dans la région médiane. Justifier cette affirmation à partir de la forme des lignes de champ.

Exercice 2

Un capteur de position inductif peut être modélisé par un solénoïde de longueur L et de rayon R dans lequel coulisse un matériau ferromagnétique de susceptibilité μ. On supposera que $L \gg R$.



On note N le nombre de spires parcourue par un courant I.

1 - Donner l'énoncé du théorème d'Ampère.

2 - Déterminer l'orientation du champ $\vec{B}(M)$ créée par le solénoïde.

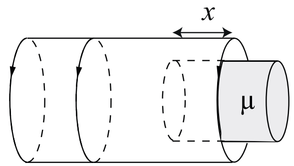
3 - Déterminer les variables dont dépend $\vec{B}(M)$.

4 - Tracer l'allure des lignes de champ. Que peut on dire du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde ?

5 - En appliquant le théorème d'Ampère, montrer que $\vec{B}(r < R) = \mu_0 \dfrac{N}{L} I\, \vec{e}_z$

6 - Déterminer l'expression littérale du coefficient d'auto-inductance L_0 du solénoïde en l'absence de matériau ferromagnétique.

On admettra que l'insertion d'un matériau sur une distance x du solénoïde conduit à une multiplication du coefficient d'auto-inductance du solénoïde de longueur x équivalent par un coefficient δ.

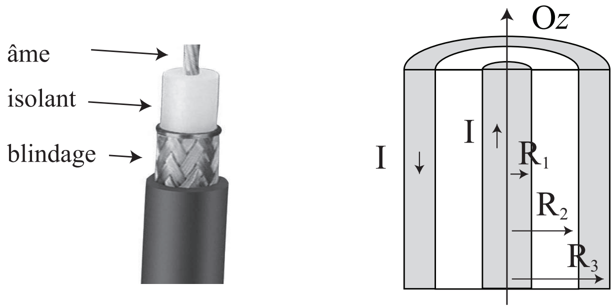


7 - Déterminer en fonction de N, L et x le nombre $N(x)$ de spires qui entourent le matériau ferromagnétique.

8 - En déduire l'inductance propre totale, en décomposant le système en deux solénoïdes de longueur x et $L - x$ connectés en série.

Exercice 3

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres d'axes Oz isolés l'un de l'autre par une épaisseur $e = R_2 - R_1$ d'isolant. Le cylindre intérieur de rayon R_1 est parcouru par un courant I et celui compris entre R_2 et R_3 par un courant $-$I.

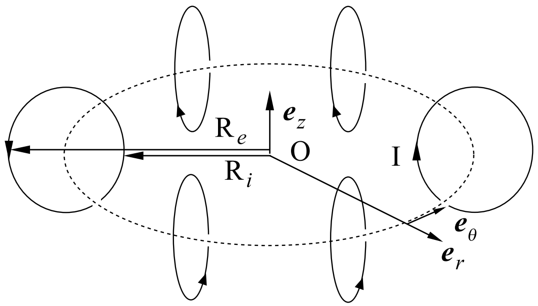


1 - Déterminer les vecteurs densité de courant dans le cylindre intérieur et le cylindre extérieur.
2 - En déduire l'expression du champ magnétique en tout point de l'espace.
3 - Donner l'allure de la variation du champ magnétique en fonction de la distance r à l'axe Oz.

Pour s'entrainer

Exercice 4

Le tokamak Tore-Supra est équipé de bobines supraconductrices, appelées bobines toroïdales (refroidies dans l'Hélium superfluide à 1,8 K) régulièrement réparties de façon quasi-jointive autour du tore de rayon intérieur R_i et extérieur R_e. Le tout comporte N spires circulaires parcourues par un courant permanent d'intensité I.



1 - Montrer par une étude des symétries du problème que le champ magnétique toroïdal peut s'exprimer sous la forme :

$$\vec{B} = B(r,z)\,\vec{e}_\theta$$

2 - Dans le plan équatorial du tore, en appliquant le théorème d'Ampère sur un cercle de rayon r et d'axe (Oz), déterminer, en fonction de r, l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ créé par les bobines toroïdales. On distinguera l'intérieur de l'extérieur du tore.
3 - Donner l'allure de la courbe représentant $B(r)$ dans le plan équatorial.

Exercice 5

Dans toute cette partie, on se place dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires.
En faisant abstraction des spires manquant dans la partie centrale, on considère deux solénoïdes (1) et (2) identiques, de rayon A, de grande dimension selon leur axe, disposés de sorte que leurs axes respectifs $(x'x)$ et $(y'y)$ soient perpendiculaires et concourant au point O (figure 1). Ils comportent n spires par mètre et sont parcourus par les courants respectifs $i_1(t) = I_M \cos(\omega_0 t)$ et $i_2(t) = I_M \cos(\omega_0 t + \alpha)$ où ω_0 est une pulsation constante. Le sens de parcours des courants est indiqué sur la figure 1.

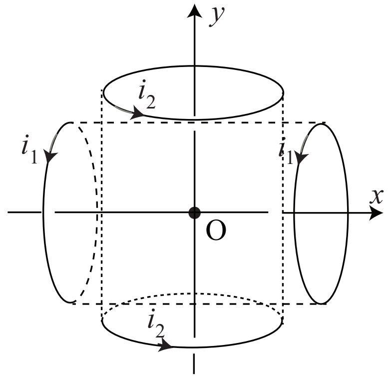


FIGURE 1 – Moteur asynchrone

On rappelle : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H.m^{-1}.
1 - On admet que l'intensité du champ magnétique crée par un solénoïde infini est donné par $B = \mu_0 n i$. Pour une association de deux solénoïdes (1) et (2) décrite ci-dessus figure 1, exprimer le champ magnétique $\vec{B}(O,t)$ créé en O dans les cas où $\alpha = \pi/2$ et $\alpha = -\pi/2$.
2 - Pourquoi peut-on qualifier ce champ magnétique de « champ tournant » ?
3 - Chaque solénoïde est constitué d'un enroulement de 4 rangées de spires jointives. On donne a = 0,25 mm le rayon du fil de cuivre utilisé, et I_M = 1 A. Calculer la norme du champ magnétique créé en O. Commenter.

Pour performer

Exercice 6 — *D'après CCP 17*

On utilise un solénoïde épais (épaisseur $e = R_2 - R_1$) considéré comme la superposition de solénoïdes infinis (en réalité de longueur $L >> R_2$) de même axe Oz. Il est réalisé par un empilement jointif de spires de section carrée, de côté $a = 1{,}0$ mm enroulées sur un cylindre de longueur $L = 4{,}0$ m, depuis un rayon $R_1 = 20$ cm jusqu'à un rayon $R_2 = 25$ cm. Les spires sont des fils de cuivre parcourus par un courant continu I uniformément réparti, orienté dans le sens direct autour de Oz. La situation est schématisée sur la figure suivante. Les sections carrées sont dans les plans $(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$ c'est-à-dire en positionnement radial.

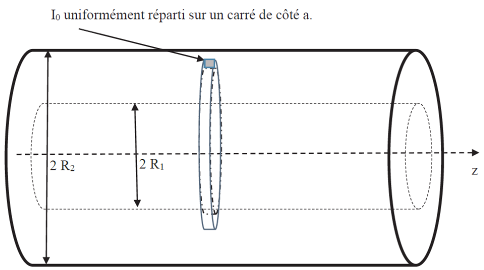
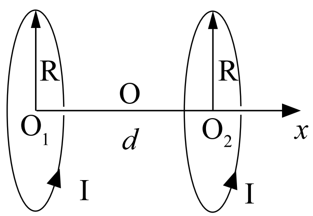


FIGURE 2 – Solénoide épais

1 - Calculer le vecteur densité volumique de courant pour $R_2 > r > R_1$.
2 - Établir que l'expression du champ sur l'axe vaut $B = \mu_0 I(R_2 - R_1)/a^2$.
3 - Quelle est l'intensité nécessaire pour engendrer un champ de 1 Tesla ?
Données : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}

Exercice 7

Soient deux bobines plates identiques, circulaires de rayon R, et parcourues par un courant I. Ces deux bobines sont placées dans deux plans parallèles. Leur axe commun est O_1O_2, en notant O_1 le centre d'une bobine et O_2 le centre de l'autre. Soit O le point situé au milieu des deux points O_1 et O_2. La distance entre les centres des deux bobines est d.



Soit x l'abscisse d'un point M de l'axe Ox. Nous nous proposons de montrer que, pour une distance $d = R$, le champ magnétique est « quasi-uniforme » sur l'axe au voisinage du point O.
1 - Montrer que l'expression du champ magnétique au point M peut se mettre sous la forme :

$$B(x) = f(d/2 + x) + f(d/2 - x)$$

où f est une fonction que l'on précisera.
2 - En effectuant un développement limité de $B(x)$ au voisinage de zéro, montrer que pour $d = R$, le champ magnétique peut se mettre sous la forme :

$$B(x) = 2f(d/2) + o(x^3)$$

où $o(x^3)$ représente une fonction de x négligeable devant les termes du troisième ordre lors du développement de $f(x)$.
3 - Représenter l'allure de $B(x)$.