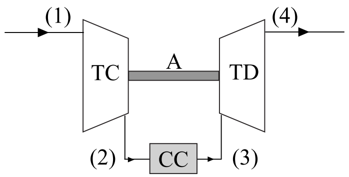
TD 10 : Systèmes industriels

Les indispensables

Exercice 1 *D'après Oral Centrale 07, E3A 11*



Une turbomachine à gaz comprend une turbine de compression (TC), une chambre de combustion (CC) et une turbine de détente (TD). Le turbocompresseur (TC) est entraîné par la turbine de détente par un arbre (A) assurant une liaison mécanique parfaite. On admet que :

- l'évolution des gaz dans (TC) et (TD) est adiabatique et réversible ;
- la combustion dans (CC) (dont les parois sont indéformables) est isobare ;
- le carburant (dont on néglige le débit massique) ne modifie pas les propriétés du gaz.
- le fluide est refoulé en sortie de (TD) à P_1

.

Le gaz sera assimilé à un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1{,}4$
Les états du gaz sont répertoriés dans le tableau ci dessous :

Point	(1)	(2)	(3)	(4)
T(K)	$T_1 = 300$ K	T_2	$T_3 = 1300$ K	T_4
P(bar)	$P_1 = 1$ bar	$P_2 = 6{,}5$ bar	P_3	P_4

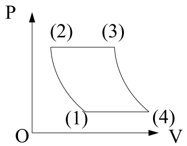
1 - Représenter le cycle de Joule dans le diagramme de Clapeyron
2 - Calculer les données manquantes du tableau.
3 - Exprimer puis calculer en fonction de T_1, T_2, T_3, T_4 et des caractéristiques du gaz :

- w_{12} : travail massique échangé entre le fluide et le rotor (arbre (A)) du turbocompresseur
- w_{34} : travail massique échangé entre le fluide et le rotor (arbre (A)) de la turbine de détente ;
- w_u : travail utile disponible sur l'arbre d'entraînement (A)
- q_{23} : quantité de chaleur massique fournie au gaz dans la chambre de combustion.

4 - Calculer le rendement thermodynamique η du cycle 1-2-3-4-1 en fonction du rapport des températures puis exprimer η en fonction du rapport des pressions $a = P_2/P_1$ et de la constante γ.
Données :Chaleur massique à pression constante : $c_p = 1{,}0$ kJ.K^{-1}.Kg^{-1}

Exercice 1

1 - On obtient alors :



2 - La transformation (23) et (41) sont isobares donc

$$\boxed{P_3 = P_2 = 6{,}5 \text{ bar} \quad \text{et} \quad P_4 = P_1 = 1 \text{ bar.}}$$

Les transformation (12) et (34) étant adiabatiques et réversibles, la pression suit la loi de Laplace ($PV^\gamma = C^{te}$), on obtient alors

$$P_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma}T_2^\gamma \quad \text{et} \quad P_3^{1-\gamma}T_3^\gamma = P_4^{1-\gamma}T_4^\gamma$$

d'où $\boxed{T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 512 \text{ K} \quad \text{et} \quad T_4 = T_3\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 762 \text{ K}}$

3 - En utilisant l'équation des machines, les transformation 12 et 34 étant adiabatiques :

$$\begin{cases} \Delta h_{12} = c_P(T_2 - T_1) = w_{12} = 212 \text{ kJ.kg}^{-1} \\ \Delta h_{34} = c_P(T_4 - T_3) = w_{34} = -537 \text{ kJ.kg}^{-1} \end{cases}$$

Ainsi, $$w_u = w_{12} + w_{34} = -325 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Dans la chambre de combustion,en l'absence de pièces mécaniques, il vient :

$$\Delta h_{23} = q_{23} = c_{\mathrm{P}}(\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_2) = 788\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$$

4 - Par définition du rendement :

$$\eta = -\frac{w_u}{q_{23}} = -\frac{\mathrm{T}_4 + \mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_3}{\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_2}$$

Remplaçons les tempéraures à l'aide de la question 1 :

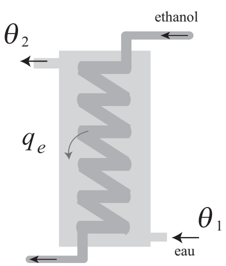
$$\eta == 1 - \frac{\mathrm{T}_4 - \mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_2} = 1 - \frac{\mathrm{T}_3 a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - \mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_1 a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

A.N. : $\boxed{\eta = 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0{,}41}$

Pour s'entraîner

Exercice 2

Lors d'une distillation, on utilise un réfrigérant à eau, l'éthanol issu des fruits passe de l'état de vapeur saturante à l'état de liquide saturant puis est refroidi à $\theta_{\mathrm{F}} = 40°\mathrm{C}$. Le débit de production d'éthanol est de $\mathrm{D}_{m,ethanol} = 10\ \mathrm{mg.s^{-1}}$.



1 - Évaluer la puissance de refroidissement $\mathcal{P}_{\mathrm{F}}$ nécessaire à la modification de l'état physique de l'alcool.
2 - Pour un débit d'eau de $\mathrm{D}_{m,eau} = 1{,}0\ \mathrm{g.s^{-1}}$, déterminer l'élévation de température $\theta_2 - \theta_1$.
Données : sous 1 bar

- éthanol : $\theta_{eb} = 77°\mathrm{C}$, $c_{\mathrm{P}} = 2{,}5\ \mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$ et $\Delta h_{vap} = 850\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$
- eau : $\mathrm{T}_{eb} = 373\ \mathrm{K}$, $c_{\mathrm{P}} = 4{,}2\ \mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$ et $\Delta h_{vap} = 2400\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$.

Exercice 2

1 - Le but étant de prélever de l'énergie à l'éthanol, le transfert thermique est positif. Pour une masse de 1 kg d'éthanol, l'énergie mise en jeu correspond à la condensation puis au refroidissement de la température θ_{eb} à la température θ_{F}. L'enthalpie étant une fonction d'état, décomposons la transformation en deux étapes :

- condensation totale de l'état de vapeur saturante à l'état de liquide saturant $\Delta h_{1,ethanol} = -l_{vap}$;
- refroidissement isobare de θ_{eb} à θ_{F} : $\Delta h_{2,ethanol} = c_{\mathrm{P}}(\theta_{\mathrm{F}} - \theta_{eb}$.

L'absence de partie mobiles dans le serpentin nous indique que

$$w_u = 0$$

L'équation des machines appliquée à l'ethanol nous permet de conclure :

$$\boxed{\Delta h_{ethanol} = \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{F}}}{\mathrm{D}_{m,ethanol}}}$$

soit $\boxed{\mathcal{P}_{\mathrm{F}} = \mathrm{D}_{m,ethanol}\Big(l_{vap} + c_{\mathrm{P}}(\theta_{eb} - \theta_{\mathrm{F}})\Big)}$

A.N. : $\boxed{\mathcal{P}_{\mathrm{F}} = 9{,}4\ \mathrm{W}}$

2 - Appliquons le premier principe des systèmes en écoulement au flux d'eau, on en déduit qu'en l'absence de partie mobiles :

$$\Delta h_{eau} = +q_e$$

Pour une phase condensée : $\Delta h_{eau} = c_{\mathrm{P},eau}(\theta_2 - \theta_1)$, on en déduit que :

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{q_e}{c_{\mathrm{P}}}$$

En utilisant la puissance, il vient :

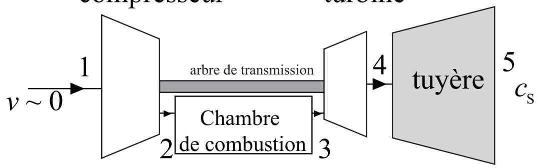
$$\boxed{\theta_2 - \theta_1 = \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{F}}}{c_{\mathrm{P}}\mathrm{D}_{m,ethanol}}}$$

A.N. : $\boxed{\theta_2 - \theta_1 = 2{,}2°\mathrm{C}}$

Remarque 1 :
Dans cet exercice, la puissance échangée par l'eau et l'éthanol est la même mais l'énergie massique échangée est différente puisque les fluides n'ont pas la même capacité thermique.

Exercice 3 *D'après E3A 11*

Le fluide utilisé dans les tuyères d'avion est l'air atmosphérique que l'on considère comme un gaz parfait.



Les étapes successives du cycle de Brayton réversible décrit par l'air sont les suivantes :

- $1 \to 2$: l'air atmosphérique à la pression $P_1 = 1{,}0$ bar s'engage en (1) dans le compresseur où il est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression $P_2 = 5{,}5$ bar.
- $2 \to 3$: l'air frais est ensuite admis dans la chambre de combustion où le gaz naturel est injecté et s'enflamme. Le fluide est porté à des températures très élevées de façon isobare, sans apport de travail. Sa composition n'est pas modifiée.
- $3 \to 4$: le gaz chaud subit dans la turbine une détente isentropique jusqu'à la pression $P_4 = 3{,}0$ bar. Le gaz est alors à la température $T_4 = 1000$ K. Cette détente est utilisée pour produire un travail mécanique dont une partie sert à faire fonctionner le compresseur alors que l'autre actionne l'alternateur.
- A la sortie (4) de la turbine, les gaz d'échappement sont évacués vers l'atmosphère par une tuyère sans partie mobile de la pression P_4 à la pression P_1 de façon adiabatique réversible. Le rôle de la tuyère est de maximiser la vitesse d'éjection des gaz.

Seule la dernière étape fait état d'une variation significative de la vitesse du gaz. L'air atmosphérique, le mélange initial air-gaz naturel et les gaz brûlés d'échappement sont assimilés à un même gaz parfait. Le rapport de ses capacités thermiques à pression et volume constants est supposé constant et égal à : $\gamma = 1{,}4$. Sa capacité thermique massique à pression constante est : $c_P = 1{,}0$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}. *Données* : $3^{-0{,}4/1{,}4} \approx 0{,}73$, $\sqrt{54} \approx 7{,}3$.

1 - Exprimer les températures T_2 et T_3 en fonction de T_1, T_4, P_1, P_2, et P_4.

2 - Exprimer en le justifiant, les travaux utiles dans le compresseur et la turbine notés w_{12} et w_{34} en fonction de c_P et des températures T_1, T_2, T_3, et T_4. Préciser les signes de ces travaux.

3 - Montrer que l'expression de la pression P_2 pour que le travail de la turbine compense exactement celui du compresseur est

$$P_2 = \left(\frac{T_4 - T_1}{T_4 P_4^{(1-\gamma)/\gamma} - T_1 P_1^{(1-\gamma)/\gamma}}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

4 - Exprimer puis calculer la température T_5 en sortie de la tuyère en fonction de T_4, P_4 et P_1.

5 - Exprimer et calculer la vitesse c_s des gaz en sortie de la tuyère en fonction de c_P et des températures T_5 et T_4.

Exercice 3

1 - Lors de l'évolution $1-2$, la transformation du gaz parfait est adiabatique réversible. L'application des lois de Laplace donne :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

Un raisonnement identique entre 3 et 4 conduit à

$$T_3 = T_4 \left(\frac{P_4}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

2 - Dans le compresseur et la turbine, la variation d'énergie cinétique est négligeable. L'absence de transfert thermique dans ces éléments permet d'écrire que

$$\begin{cases} \Delta h_{12} = c_P(T_2 - T_1) = w_{12} \\ \Delta h_{34} = c_P(T_4 - T_3) = w_{34} \end{cases}$$

Le compresseur fournit du travail au fluide donc $w_{12} > 0$, tandis que la turbine récupère de l'énergie du fluide sous forme de travail donc $w_{34} < 0$.

3 - Pour que les travaux se compensent, il faut que

$$w_{12} + w_{34} = 0$$

d'où $$c_\mathrm{P}(\mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_1) + c_\mathrm{P}(\mathrm{T}_4 - \mathrm{T}_3) = 0$$

En remplaçant l'expression des pressions, on obtient :

$$\mathrm{T}_1\Big(\frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}\Big)^{(1-\gamma)/\gamma} - \mathrm{T}_1 + \mathrm{T}_4 - \mathrm{T}_4\Big(\frac{\mathrm{P}_4}{\mathrm{P}_2}\Big)^{(1-\gamma)/\gamma} = 0$$

En isolant P_2, un calcul un peu long permet d'obtenir :

$$\mathrm{P}_2 = \Big(\frac{\mathrm{T}_4 - \mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_4\mathrm{P}_4^{(1-\gamma)/\gamma} - \mathrm{T}_1\mathrm{P}_1^{(1-\gamma)/\gamma}}\Big)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

4 - Lors de l'évolution $4-5$, la transformation du gaz parfait est adiabatique réversible. L'application des lois de Laplace donne :

$$\mathrm{T}_5 = \mathrm{T}_4\Big(\frac{\mathrm{P}_4}{\mathrm{P}_5}\Big)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

Avec $\mathrm{P}_5 = 1$ bar, on en déduit que

$$\boxed{\mathrm{T}_5 = 1000 \times 3^{-0,4/1,4} = 730\ \mathrm{K}}$$

5 - Dans la tuyère, l'absence de partie mobile et de transfert thermique permet d'écrire que

$$\Delta h_{4-5} + \Delta e_{\mathrm{C}(5-5)} = 0 \quad \text{soit} \quad c_\mathrm{P}(\mathrm{T}_5 - \mathrm{T}_4) + \frac{c_\mathrm{S}^2}{2} = 0$$

Ainsi, $$\boxed{c_\mathrm{S} = \sqrt{2\mathrm{C}_\mathrm{P}(\mathrm{T}_5 - \mathrm{T}_4)}}$$

A.N. : $$\boxed{\mathrm{C}_\mathrm{S} = \sqrt{2 \times 1000 \times (1000 - 730)} = 734\ \mathrm{m.s^{-1}}}$$

6 - Appliquons le principe fondamental de la dynamique à un gaz entre les instants t et $t + \delta t$. On obtient :

$$\frac{\vec{p}(t+\delta t) - \vec{p}}{\delta t} = \vec{\mathrm{F}}_p$$

Notons $\vec{p}^*$ la quantité de mouvement de la partie commune. On obtient

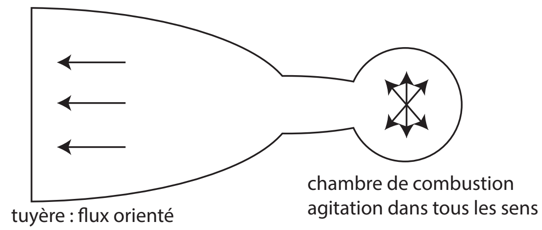
$$\begin{cases} \vec{p}(t+\delta t) = \vec{p}(t+\delta t)^* + \delta m \vec{c}_\mathrm{S} \\ \vec{p}(t) = \vec{p}(t)^* + \delta m \times \vec{0} \end{cases}$$

En régime permanent, la quantité de mouvement de la partie commune étant conservée, on en déduit que

$$\boxed{\frac{\vec{p}(t+\delta t) - \vec{p}}{\delta t} = \frac{\delta m}{\delta t} c_\mathrm{S} = \mathrm{D}_m \vec{c}_\mathrm{S}}$$

Pour performer

Exercice 4 *D'après Mines Monts 18*

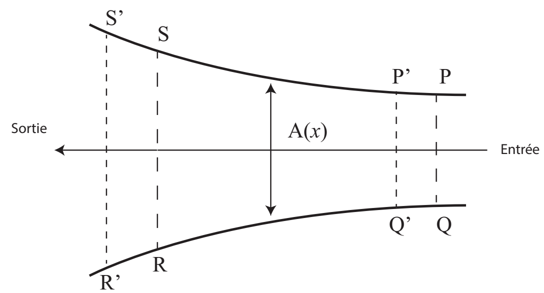


Les moteurs des fusées éjectent des produits gazeux issus de la combustion d'un mélange combustible (ergols) à travers une tuyère de section variable $\mathrm{A}(x)$. L'écoulement du gaz schématisé en figure 4 est supposé unidirectionnel (variable notée x), stationnaire et isentropique.

1 - Définir stationnaire et isentropique. Pourquoi, à votre avis, peut-on faire l'hypothèse du caractère isentropique ?

2 - Rappeler la loi de Laplace, caractéristique d'une évolution isentropique, liant la pression P et le volume V d'une masse de gaz parfait caractérisé par un coefficient γ. La traduire par une relation entre la température et la pression.

3 - Exprimer l'enthalpie H d'une quantité n de gaz parfait en fonction de n, R, T et γ à une constante additive près.



L'écoulement adiabatique dans la tuyère est schématisé sur la figure suivante. Dans les questions suivante, on note avec un indice e toute grandeur caractéristique de l'écoulement en entrée et avec un indice s toute grandeur caractéristique de l'écoulement en sortie. Le débit massique à travers une section est noté D_m. On note avec une lettre minuscule les grandeurs massiques. La vitesse de l'écoulement en x est notée $c(x)$.

4 - Exprimer le travail infinitésimal des forces de pression, entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$, reçu par le système fermé suivi dans son mouvement du volume PQRS (occupé à t) au volume P′Q′R′S′ (occupé à $t+\mathrm{d}t$) en fonction de $\mathrm{D}_m\mathrm{d}t$, des pressions P_e et P_s, des volumes massiques v_e et v_s.

5 - Appliquer le premier principe au même système fermé pour établir

$$h_e + \frac{1}{2}c_e^2 = h_s + \frac{1}{2}c_s^2$$

6 - Quelle relation peut-on écrire entre $\mathrm{A}(x)$, $c(x)$, $v(x)$ et D_m ?

7 - On assimile le gaz en écoulement à un gaz parfait de masse molaire $\mathrm{M} = 29\ \mathrm{g.mol^{-1}}$. En négligeant l'énergie cinétique massique d'entrée dans la tuyère, exprimer l'énergie cinétique massique en sortie de celle-ci, en fonction des pressions P_e et P_s, de la vitesse du son $\mathrm{C} = \sqrt{\gamma \mathrm{RT}_e/\mathrm{M}}$ en entrée de la tuyère et de γ.

8 - Évaluer numériquement le rapport c_s/C pour une diminution de pression de 80 bars à 1 bar en prenant la valeur du coefficient $\gamma = 1{,}4$.

Exercice 4

1 - Un écoulement est stationnaire si les paramètres qui le caractérisent ne dépendent pas du temps. L'écoulement est isentropique s'il est adiabatique et réversible. Dans la tuyère, la rapidité du flux permet de supposer que les échanges thermiques n'ont pas le temps de se faire, et l'écoulement est suffisamment lent pour pouvoir définir pression et température en tout point et assurer la réversibilité.

2 - Pour une évolution adiabatique réversible d'un gaz parfait alors :

$$\mathrm{PV}^\gamma = \mathrm{C^{te}}$$

Avec $\mathrm{PV} = n\mathrm{RT}$, on obtient facilement :

$$\mathrm{P}^{1-\gamma}\mathrm{T}^\gamma = \mathrm{C^{te}}$$

3 - Pour un gaz parfait :

$$\mathrm{H(T)} = \frac{n\mathrm{R}\gamma}{\gamma - 1}\mathrm{T} + \mathrm{C^{te}}$$

4 - Notons $\mathrm{d}\ell_e$ le déplacement de la frontière PQ et $\mathrm{d}\ell_s$ le déplacement de la frontière RS. Le travail infinitésimal des forces de pression est donné par :

$$\delta\mathrm{W} = \vec{\mathrm{F}}_e.\mathrm{d}\vec{\ell_e} + \vec{\mathrm{F}}_s.\mathrm{d}\vec{\ell_s}$$

En utilisant la pression et en simplifiant les produits scalaires, on obtient :

$$\delta\mathrm{W} = \mathrm{P}_e\mathrm{A}_e\mathrm{d}\ell_e - \mathrm{P}_s\mathrm{A}_s\mathrm{d}\ell_s$$

Or $\mathrm{A}_e\mathrm{d}\ell_e = v_e\delta m_e$ et $\mathrm{A}_s\mathrm{d}\ell_s = v_s\delta m_s$

Par conservation du débit massique : $\delta m_e = \delta m_s$, on obtient alors :

$$\delta\mathrm{W} = (\mathrm{P}_e v_e - \mathrm{P}_s v_s)\delta m = (\mathrm{P}_e v_e - \mathrm{P}_s v_s)\mathrm{D}_m\mathrm{d}t$$

5 - Appliquons le premier principe au système fermé par la surface de contrôle PQRS, on obtient :

$$\mathrm{U}(t+\mathrm{d}t) + \mathrm{E}_c(t+\mathrm{d}t) - \mathrm{U}(t) - \mathrm{E}_c(t) = \delta\mathrm{W} + \delta\mathrm{Q}$$

L'écoulement est adiabatique dont $\delta\mathrm{Q} = 0$. Décomposons l'énergie en utilisant l'extensivité de ces grandeurs :

$$\mathrm{U}(t) + \mathrm{E_C}(t) = \mathrm{U}_e + \frac{1}{2}\delta m_e c_e^2 + \mathrm{U}^*(t) + \mathrm{E_C^*}(t)$$

$$\mathrm{U}(t+\mathrm{d}t) + \mathrm{E_C}(t+\mathrm{d}t) = \mathrm{U}_s + \frac{1}{2}\delta m_s c_s^2 + \mathrm{U}^*(t+\mathrm{d}t) + \mathrm{E_C^*}(t+\mathrm{d}t)$$

Pour un écoulement stationnaire : $\mathrm{U}^*(t) + \mathrm{E_C^*}(t) = \mathrm{U}^*(t+\mathrm{d}t) + \mathrm{E_C^*}(t+\mathrm{d}t)$, il reste :

$$\mathrm{U}_s + \frac{1}{2}\delta m_s c_s^2 - \mathrm{U}_e - \frac{1}{2}\delta m_e c_e^2 = (\mathrm{P}_e v_e - \mathrm{P}_s v_s)\delta m = (\mathrm{P}_e v_e - \mathrm{P}_s v_s)\mathrm{D}_m\mathrm{d}t$$

La conservation du débit massique impose $\delta m_e = \delta m_s = \mathrm{D}_m\mathrm{d}t$, utilisons les grandeurs massiques : $h_s = u_s + \frac{1}{2}c_s^2$, on obtient alors :

$$h_e + \frac{1}{2}c_e^2 = h_s + \frac{1}{2}c_s^2$$

6 - Par définition du débit massique :

$$\mathrm{D}_m = \frac{\delta m}{\mathrm{d}t} = \frac{\rho(x)\mathrm{A}(x)c(x)\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t}$$

Or $\rho(x) = 1/v(x)$, on obtient finalement :

$$\mathrm{D}_m = \frac{\mathrm{A}(x)c(x)}{v(x)}$$

7 - En utilisant les simplifications proposées :

$$\frac{n\mathrm{R}\gamma}{\mathrm{M}(\gamma-1)}(\mathrm{T}_s - \mathrm{T}_e) + \frac{1}{2}c_s^2 = 0$$

En utilisant les lois de Laplace, on obtient :

$$\frac{n\mathrm{R}\gamma}{\mathrm{M}(\gamma-1)}\mathrm{T}_e\Big((\mathrm{P}_s/\mathrm{P}_e)^{(1-\gamma)/\gamma} - 1\Big) + \frac{1}{2}c_s^2 = 0$$

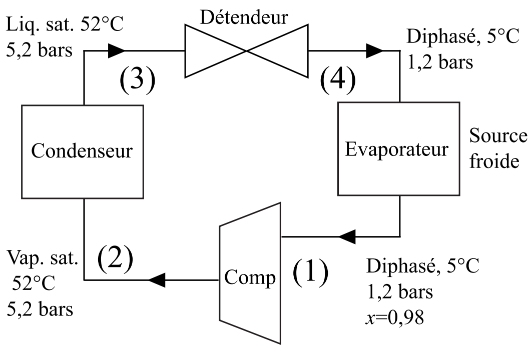
En utilisant l'expression de la vitesse du son :

$$c_s/\mathrm{C} = \sqrt{\frac{2(1-(\mathrm{P}s/\mathrm{P}s)^{(1-\gamma)/\gamma}}{\gamma-1}}$$

8 - Avec les grandeurs de l'énoncé :

$$c_s = 1{,}9\mathrm{C}$$

Exercice 5 *D'après Mines-Ponts 07*



Le climatiseur fonctionne avec un fluide (ici le butane) dont la température maximale est 52°C et la minimale 5°C. L'évaporateur est en contact thermique avec la source froide. Dans un système classique, cette source serait la pièce à climatiser. Le condenseur est en contact avec la source chaude, ici l'air extérieur à 25°C. La fraction massique de la vapeur dans l'état i est notée x_i. Le régime de l'écoulement est indépendant du temps, on supposera que le détendeur fonctionne de manière adiabatique.

1 - Considérant la transformation $3 \to 4$, montrer que $x_4 = 0{,}30$

2 - Représenter le cycle réalisé par le fluide butane, en plaçant les points correspondant aux états 1, 2, 3 et 4. Le cycle est-il moteur ou résistant ?

3 - Exprimer et calculer q_F, transfert thermique massique avec la source froide.

4 - Établir l'expression du travail massique de compression à fournir au compresseur (mû par un moteur électrique)et le calculer .

5 - Exprimer et calculer l'efficacité e du système, en fonction de w et de q_F. Comparer cette efficacité à celle d'une machine frigorifique de Carnot fonctionnant entre les températures 5°C et 52°C.

Données : $h_\mathrm{L}(5°\mathrm{C}) = 11$ kJ.kg^{-1}, $h_\mathrm{L}(52°\mathrm{C}) = 126$ kJ.kg^{-1}, $h_\mathrm{V}(5°\mathrm{C}) = 394$ kJ.kg^{-1} et $h_\mathrm{V}(52°\mathrm{C}) = 462$ kJ.kg^{-1}

Exercice 5

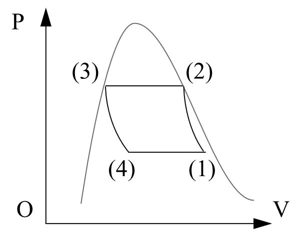
1 - Dans le détendeur, le fluide subit une détente isenthalpique, on en déduit que

$$h_4 = h_3$$

Or $$h_4 = x_4 h_\mathrm{V}(5°\mathrm{C}) + (1-x_4)h_\mathrm{L}(5°\mathrm{C}) \quad \text{et} \quad h_3 = h_\mathrm{L}(52°\mathrm{C})$$

Ainsi, $$\boxed{x_4 = \frac{h_\mathrm{L}(52°\mathrm{C}) - h_\mathrm{L}(5°\mathrm{C})}{h_\mathrm{V}(5°\mathrm{C}) - h_\mathrm{L}(5°\mathrm{C})} = 0{,}30}$$

2 - D'après les informations données dans l'énoncé :



Le sens de parcours du cycle étant anti-horaire, nous pouvons conclure que le cycle est résistant.

3 - Dans l'évaporateur, la transformation 41 es isobare, par définition, le transfert thermique vaut

$$q_\mathrm{F} = (x_1 - x_4)l_{vap} = (x_1 - x_4)\big(h_\mathrm{V}(5°\mathrm{C}) - h_\mathrm{L}(5°\mathrm{C})\big)$$

A.N. : $\boxed{q_F = 260\ \text{kJ.kg}^{-1}}$

4 - D'après l'équation des machines en écoulement permanent :

$$\Delta h_{12} = w_u + q_e$$

En supposant que le compresseur est calorifugé, il vient

$$\boxed{w_u = h_2 - h_1 = h_V(52°\text{C}) - (x_1 h_V(5°\text{C}) + (1 - x_1)h_L(5°\text{C})) = 75{,}7\ \text{kJ.kg}^{-1}}$$

5 - Par définition de l'efficacité d'un climatiseur :

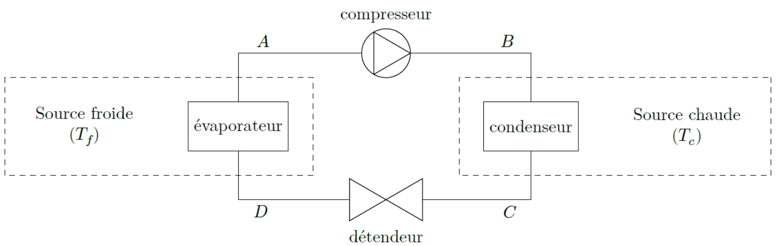
$$\boxed{e = \frac{q_F}{w_u} = 3{,}2}$$

D'après le théorème de Carnot, l'efficacité maximale est données par

$$e_{\max} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = 5{,}9 > e$$

Exercice 6

Une PAC est constitué de deux échangeurs, d'un compresseur et d'un détendeur selon le schéma ci-dessous.



Le document suivant présente, dans le diagramme des frigoristes, le cycle de la PAC du centre aquatique de Levallois-Perret pour un fonctionnement nominal typique en période froide (janvier-février). Le fluide frigorigène est du tétrafluoroéthane R134a. Les isothermes sont gradués en °C ; les isochores sont repérés par $v($ m^3.kg$^{-1})$; les isentropiques sont marqués avec $s($ kJ.kg^{-1}.K$^{-1})$; les isotitres x sont gradués sur l'échelle des abscisses. La puissance prélevée à la source froide est $\mathcal{P}_F = 60$ kW

1 - Identifier et justifier la nature des quatre transformations $1 \to 2$, $2 \to 5$, $5 \to 6$ et $6 \to 1$ du cycle.

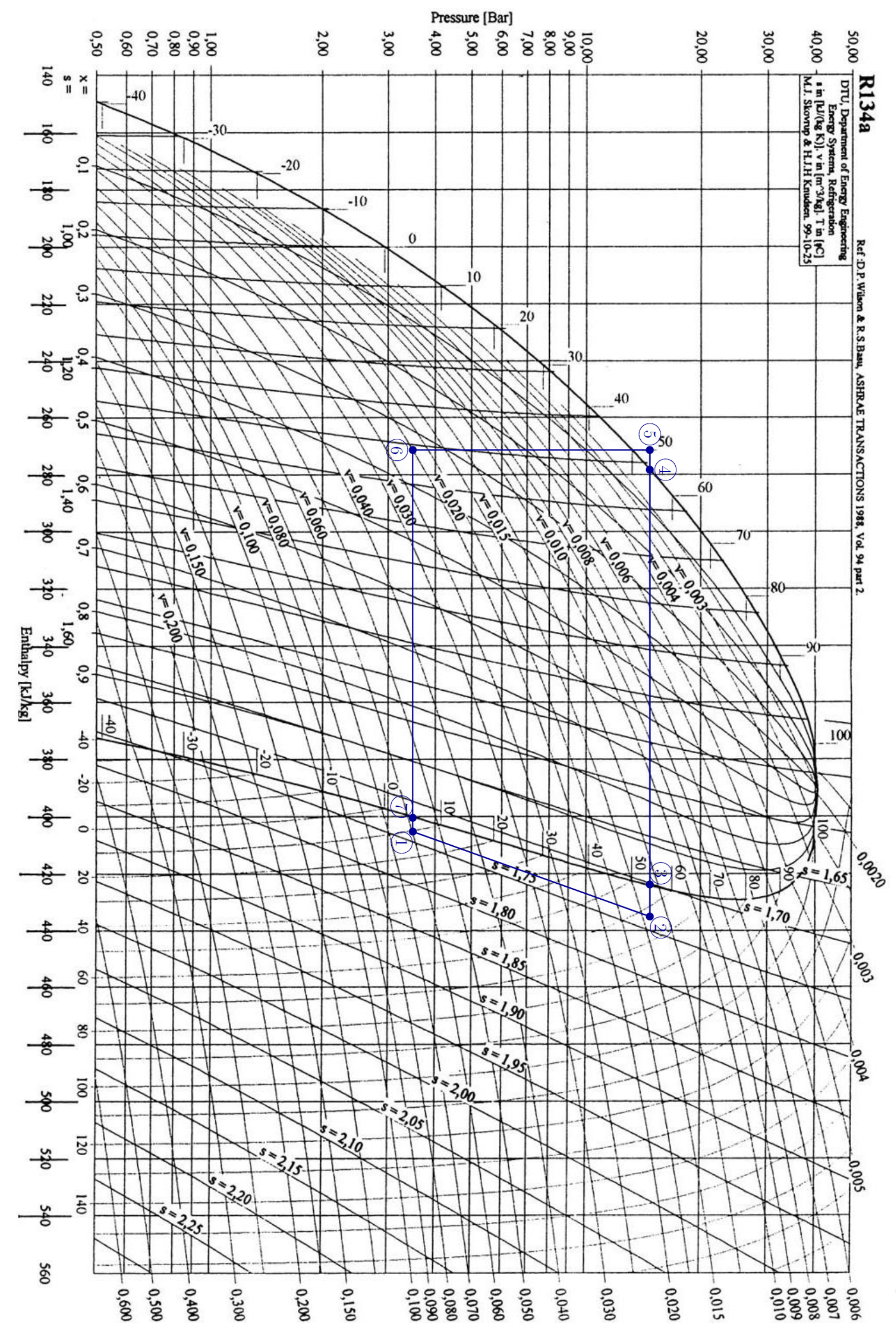
2 - Quel est l'intérêt de la transformation $7 \to 1$?

3 - Quel est l'intérêt de la transformation $4 \to 5$?

4 - Calculer le débit massique D_m du fluide caloporteur de la pompe à chaleur.

5 - Calculer l'efficacité théorique η_{th} de la pompe à chaleur.

6 - La puissance réellement fournie au compresseur est $\mathcal{P}_{comp} = 19$ kW. Calculer l'efficacité réelle de la pompe à chaleur et conclure quant au calcul de la question précédente.


R134a
Ref.:D.P. Wilson & R.S.Basu, ASHRAE TRANSACTIONS 1988, Vol. 94 part 2.
DTU, Department of Energy Engineering
Energy Systems, Refrigeration
s in [kJ/(kg K)], v in [m^3/kg], T in [ºC]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 99-10-25
Pressure [Bar]
Enthalpy [kJ/kg]

Exercice 6

1 - Démonstration classique de cours.

2 - la transformation 12 correspond à une compression adiabatique réversible d'une vapeur. Il s'agit du passage dans le compresseur AB. La transformation 25 correspond au passage dans le condenseur, 56 dans le détendeur et 61 dans l'évaporateur.

3 - la transformation 71 assure que le fluide est sous forme vapeur afin de ne pas abîmer le compresseur par la présence de gouttes de liquide.

4 - la transformation 45 permet d'augmenter l'aire du cycle et donc l efficacité de la machine.

5 - le transfert thermique avec la source chaude est dans l'évaporaeur. L'application du premier principe pour les écoulements donne en l'absence de parties mobiles

$$\Delta h = q_{\mathrm{F}}$$

Par lecture graphique

$$\Delta h = 400 - 270 = 130 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

En utilisant la relation puissance - énergie massique, il vient

$$\mathrm{D}_m = \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{F}}}{q_{\mathrm{F}}} = 0{,}46 \text{ kg.s}^{-1}$$

6 - évaluons l'énergie prélevée à la source froide, l'application du premier principe les écoulements donne en l'absence de parties mobiles

$$\Delta h = q_{\mathrm{F}} = h_1 - h_6 = 405 - 270 = 135 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

On en déduit que le travail massique vaut d'après le premier principe appliqué sur un cycle :

$$w_u = -q_{\mathrm{C}} - q_{\mathrm{F}} = 30 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

L'efficacité de la machine donne donc

$$\eta = \frac{-q_{\mathrm{C}}}{w_u} = 5{,}5$$

7 - Calculons le rendement réel à l'aide des puissances :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{C}}}{\mathcal{P}_{comp}} = 3{,}2$$

La question précédente ne tient pas compte des pertes dans le compresseur.