

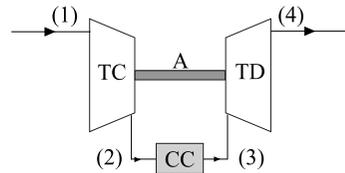
# TD 10 : Systèmes industriels

## Les indispensables

### Exercice 1

D'après Oral Centrale 07, E3A 11

Une turbomachine à gaz comprend une turbine de compression (TC), une chambre de combustion (CC) et une turbine de détente (TD). Le turbocompresseur (TC) est entraîné par la turbine de détente par un arbre (A) assurant une liaison mécanique parfaite. On admet que :



- l'évolution des gaz dans (TC) et (TD) est adiabatique et réversible ;
- la combustion dans (CC) (dont les parois sont indéformables) est isobare ;
- le carburant (dont on néglige le débit massique) ne modifie pas les propriétés du gaz.
- le fluide est refoulé en sortie de (TD) à  $P_1$

Le gaz sera assimilé à un gaz parfait de coefficient isentropique  $\gamma = 1,4$   
Les états du gaz sont répertoriés dans le tableau ci dessous :

Point	(1)	(2)	(3)	(4)
T(K)	$T_1 = 300 \text{ K}$	$T_2$	$T_3 = 1300 \text{ K}$	$T_4$
P(bar)	$P_1 = 1 \text{ bar}$	$P_2 = 6,5 \text{ bar}$	$P_3$	$P_4$

- 1 - Représenter le cycle de Joule dans le diagramme de Clapeyron
- 2 - Calculer les données manquantes du tableau.
- 3 - Exprimer puis calculer en fonction de  $T_1, T_2, T_3, T_4$  et des caractéristiques du gaz :

- $w_{12}$  : travail massique échangé entre le fluide et le rotor (arbre (A)) du turbocompresseur
- $w_{34}$  : travail massique échangé entre le fluide et le rotor (arbre (A)) de la turbine de détente ;
- $w_u$  : travail utile disponible sur l'arbre d'entraînement (A)
- $q_{23}$  : quantité de chaleur massique fournie au gaz dans la chambre de combustion.

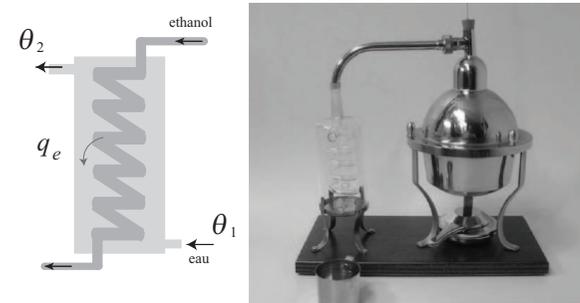
4 - Calculer le rendement thermodynamique  $\eta$  du cycle 1-2-3-4-1 en fonction du rapport des températures puis exprimer  $\eta$  en fonction du rapport des pressions  $a = P_2/P_1$  et de la constante  $\gamma$ .

Données : Chaleur massique à pression constante :  $c_p = 1,0 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{Kg}^{-1}$

### Pour s'entraîner

### Exercice 2

Lors d'une distillation, on utilise un réfrigérant à eau, l'éthanol issu des fruits passe de l'état de vapeur saturante à l'état de liquide saturant puis est refroidi à  $\theta_F = 40^\circ\text{C}$ . Le débit de production d'éthanol est de  $D_{m,ethanol} = 10 \text{ mg.s}^{-1}$ .



- 1 - Évaluer la puissance de refroidissement  $\mathcal{P}_F$  nécessaire à la modification de l'état physique de l'alcool.
- 2 - Pour un débit d'eau de  $D_{m,eau} = 1,0 \text{ g.s}^{-1}$ , déterminer l'élévation de température  $\theta_2 - \theta_1$ .

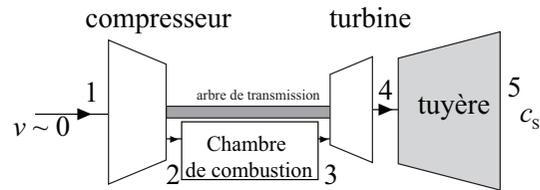
Données : sous 1 bar

- éthanol :  $\theta_{eb} = 77^\circ\text{C}$ ,  $c_p = 2,5 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$  et  $\Delta h_{vap} = 850 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
- eau :  $T_{eb} = 373 \text{ K}$ ,  $c_p = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$  et  $\Delta h_{vap} = 2400 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ .

### Exercice 3

*D'après E3A 11*

Le fluide utilisé dans les tuyères d'avion est l'air atmosphérique que l'on considère comme un gaz parfait.



Les étapes successives du cycle de Brayton réversible décrit par l'air sont les suivantes :

- 1  $\rightarrow$  2 : l'air atmosphérique à la pression  $P_1 = 1,0 \text{ bar}$  s'engage en (1) dans le compresseur où il est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression  $P_2 = 5,5 \text{ bar}$ .
- 2  $\rightarrow$  3 : l'air frais est ensuite admis dans la chambre de combustion où le gaz naturel est injecté et s'enflamme. Le fluide est porté à des températures très élevées de façon isobare, sans apport de travail. Sa composition n'est pas modifiée.
- 3  $\rightarrow$  4 : le gaz chaud subit dans la turbine une détente isentropique jusqu'à la pression  $P_4 = 3,0 \text{ bar}$ . Le gaz est alors à la température  $T_4 = 1000 \text{ K}$ . Cette détente est utilisée pour produire un travail mécanique dont une partie sert à faire fonctionner le compresseur alors que l'autre actionne l'alternateur.
- A la sortie (4) de la turbine, les gaz d'échappement sont évacués vers l'atmosphère par une tuyère sans partie mobile de la pression  $P_4$  à la pression  $P_1$  de façon adiabatique réversible. Le rôle de la tuyère est de maximiser la vitesse d'éjection des gaz.

Seule la dernière étape fait état d'une variation significative de la vitesse du gaz. L'air atmosphérique, le mélange initial air-gaz naturel et les gaz

brûlés d'échappement sont assimilés à un même gaz parfait. Le rapport de ses capacités thermiques à pression et volume constants est supposé constant et égal à :  $\gamma = 1,4$ . Sa capacité thermique massique à pression constante est :  $c_p = 1,0 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . *Données* :  $3^{-0,4/1,4} \approx 0,73$ ,  $\sqrt{54} \approx 7,3$ .

- 1 - Exprimer les températures  $T_2$  et  $T_3$  en fonction de  $T_1$ ,  $T_4$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ , et  $P_4$ .
- 2 - Exprimer en le justifiant, les travaux utiles dans le compresseur et la turbine notés  $w_{12}$  et  $w_{34}$  en fonction de  $c_p$  et des températures  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ , et  $T_4$ . Préciser les signes de ces travaux.
- 3 - Montrer que l'expression de la pression  $P_2$  pour que le travail de la turbine compense exactement celui du compresseur est

$$P_2 = \left( \frac{T_4 - T_1}{T_4 P_4^{(1-\gamma)/\gamma} - T_1 P_1^{(1-\gamma)/\gamma}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

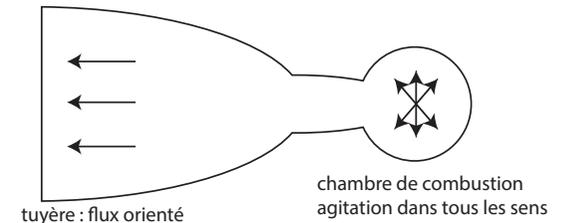
- 4 - Exprimer puis calculer la température  $T_5$  en sortie de la tuyère en fonction de  $T_4$ ,  $P_4$  et  $P_1$ .
- 5 - Exprimer et calculer la vitesse  $c_s$  des gaz en sortie de la tuyère en fonction de  $c_p$  et des températures  $T_5$  et  $T_4$ .

### Pour performer

### Exercice 4

*D'après Mines Monts 18*

Les moteurs des fusées éjectent des produits gazeux issus de la combustion d'un mélange combustible (ergols) à travers une tuyère de section variable



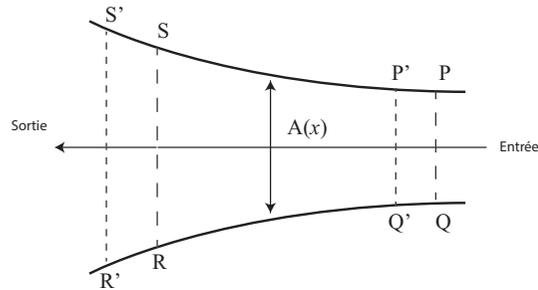
L'écoulement du gaz schématisé en figure 4 est supposé unidirectionnel (variable notée  $x$ ), stationnaire et isentropique.

- 1 - Définir stationnaire et isentropique. Pourquoi, à votre avis, peut-on faire l'hypothèse du caractère isentropique ?
- 2 - Rappeler la loi de Laplace, caractéristique d'une évolution isentro-

pique, liant la pression  $P$  et le volume  $V$  d'une masse de gaz parfait caractérisé par un coefficient  $\gamma$ . La traduire par une relation entre la température et la pression.

3 - Exprimer l'enthalpie  $H$  d'une quantité  $n$  de gaz parfait en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T$  et  $\gamma$  à une constante additive près.

L'écoulement adiabatique dans la tuyère est schématisé sur la figure suivante. Dans les questions suivantes, on note avec un indice  $e$  toute grandeur caractéristique de l'écoulement en entrée et avec un indice  $s$  toute grandeur caractéristique de l'écoulement en sortie.



Le débit massique à travers une section est noté  $D_m$ . On note avec une lettre minuscule les grandeurs massiques. La vitesse de l'écoulement en  $x$  est notée  $c(x)$ .

4 - Exprimer le travail infinitésimal des forces de pression, entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , reçu par le système fermé suivi dans son mouvement du volume PQRS (occupé à  $t$ ) au volume P'Q'R'S' (occupé à  $t + dt$ ) en fonction de  $D_m dt$ , des pressions  $P_e$  et  $P_s$ , des volumes massiques  $v_e$  et  $v_s$ .

5 - Appliquer le premier principe au même système fermé pour établir

$$h_e + \frac{1}{2}c_e^2 = h_s + \frac{1}{2}c_s^2$$

6 - Quelle relation peut-on écrire entre  $A(x)$ ,  $c(x)$ ,  $v(x)$  et  $D_m$  ?

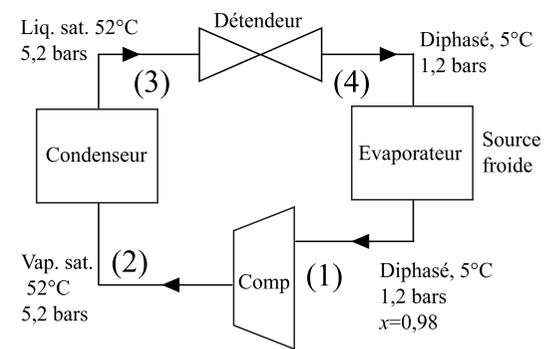
7 - On assimile le gaz en écoulement à un gaz parfait de masse molaire  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ . En négligeant l'énergie cinétique massique d'entrée dans la tuyère, exprimer l'énergie cinétique massique en sortie de celle-ci, en fonction des pressions  $P_e$  et  $P_s$ , de la vitesse du son  $C = \sqrt{\gamma RT_e/M}$  en entrée de la tuyère et de  $\gamma$ .

8 - Évaluer numériquement le rapport  $c_s/C$  pour une diminution de pression de 80 bars à 1 bar en prenant la valeur du coefficient  $\gamma = 1,4$ .

### Exercice 5

*D'après Mines-Ponts 07*

Le climatiseur fonctionne avec un fluide (ici le butane) dont la température maximale est  $52^\circ\text{C}$  et la minimale  $5^\circ\text{C}$ . L'évaporateur est en contact thermique avec la source froide. Dans un système classique, cette source serait la pièce à climatiser.



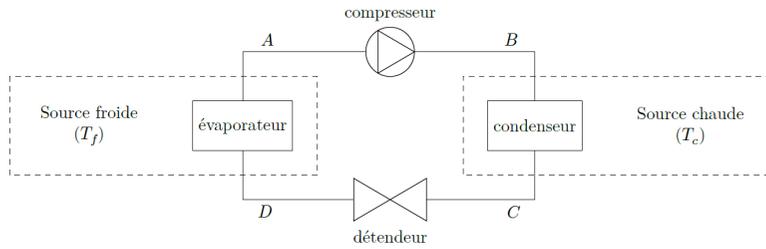
Le condenseur est en contact avec la source chaude, ici l'air extérieur à  $25^\circ\text{C}$ . La fraction massique de la vapeur dans l'état  $i$  est notée  $x_i$ . Le régime de l'écoulement est indépendant du temps, on supposera que le détendeur fonctionne de manière adiabatique.

- 1 - Considérant la transformation  $3 \rightarrow 4$ , montrer que  $x_4 = 0,30$
- 2 - Représenter le cycle réalisé par le fluide butane, en plaçant les points correspondant aux états 1, 2, 3 et 4. Le cycle est-il moteur ou résistant ?
- 3 - Exprimer et calculer  $q_F$ , transfert thermique massique avec la source froide.
- 4 - Établir l'expression du travail massique de compression à fournir au compresseur (mû par un moteur électrique) et le calculer .
- 5 - Exprimer et calculer l'efficacité  $e$  du système, en fonction de  $w$  et de  $q_F$ . Comparer cette efficacité à celle d'une machine frigorifique de Carnot fonctionnant entre les températures  $5^\circ\text{C}$  et  $52^\circ\text{C}$ .

Données :  $h_L(5^\circ\text{C}) = 11 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ,  $h_L(52^\circ\text{C}) = 126 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ,  $h_V(5^\circ\text{C}) = 394 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et  $h_V(52^\circ\text{C}) = 462 \text{ kJ.kg}^{-1}$

### Exercice 6

Une PAC est constituée de deux échangeurs, d'un compresseur et d'un détendeur selon le schéma ci-dessous.



Le document suivant présente, dans le diagramme des frigoristes, le cycle de la PAC du centre aquatique de Levallois-Perret pour un fonctionnement nominal typique en période froide (janvier-février). Le fluide frigorigène est du tétrafluoroéthane R134a. Les isothermes sont gradués en °C; les isochores sont repérés par  $v$  ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ ); les isentropiques sont marqués avec  $s$  ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ); les isotitres  $x$  sont gradués sur l'échelle des abscisses. La puissance prélevée à la source froide est  $\mathcal{P}_F = 60 \text{ kW}$

- 1 - Identifier et justifier la nature des quatre transformations  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 5$ ,  $5 \rightarrow 6$  et  $6 \rightarrow 1$  du cycle.
- 2 - Quel est l'intérêt de la transformation  $7 \rightarrow 1$  ?
- 3 - Quel est l'intérêt de la transformation  $4 \rightarrow 5$  ?
- 4 - Calculer le débit massique  $D_m$  du fluide caloporteur de la pompe à chaleur.
- 5 - Calculer l'efficacité théorique  $\eta_{th}$  de la pompe à chaleur.
- 6 - La puissance réellement fournie au compresseur est  $\mathcal{P}_{comp} = 19 \text{ kW}$ . Calculer l'efficacité réelle de la pompe à chaleur et conclure quant au calcul de la question précédente.

