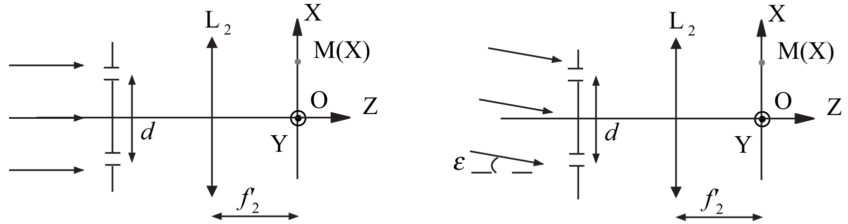
TD 5 : Optique physique II

Exercice 1 *D'après Oral CCP 05*

Dans l'air dont l'indice sera pris égal 1, une OPPM de longueur d'onde λ se propage suivant l'axe OZ. On place un écran opaque percé de deux fentes infiniment fine d'écartement variable d.



1 - Calculer le déphasage entre les rayons issus de chacune des fentes arrivant en un point M(X) de l'écran

2 - Calculer l'interfrange i.

3 - Une deuxième OPPM non cohérente avec la première mais de même amplitude se propage avec un angle ε par rapport à OZ ($\varepsilon \ll 1$). Donner l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran.

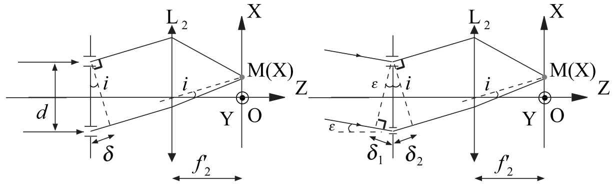
4 - Établir l'expression du contraste $\mathcal{C}$ de la figure d'interférence en fonction de ε et λ.

5 - On fait varier la distance d, donner une méthode pour obtenir ε et donner la relation entre ε et d.

Données : $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

Exercice 1

1 - La différence de marche entre les deux rayons arrivant au point M(X) vaut, d'après le théorème de Malus, avec $\tan i \approx i = \mathrm{X}/f'$



$$\phi = 2\pi\delta/\lambda = 2\pi\frac{d\sin i}{\lambda} \approx 2\pi\frac{di}{\lambda} = 2\pi\frac{d\mathrm{X}}{\lambda f'}$$

2 - D'après la formule de l'interférence à deux ondes, l'intensité lumineuse vaut

$$\boxed{\mathrm{I} = 2\mathrm{I}_0\Big(1 + \cos\big(2\pi\frac{d\mathrm{X}}{f'\lambda}\big)\Big)}$$

L'interfrange sépare deux maximas successifs de l'intensité soit

$$\boxed{i = \frac{f'\lambda}{d}}$$

3 - Notons I′ l'intensité lumineuse de la figure obtenue par la deuxième onde seule. D'après le théorème de Malus, la différence de marche vaut

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \varepsilon d + \frac{d\mathrm{X}}{f'}$$

Le déphasage vaut alors

$$\phi = 2\pi(\delta_1 + \delta_2)/\lambda = 2\pi\frac{d}{\lambda f'}(\mathrm{X} + \varepsilon f')$$

Ainsi, $$\boxed{\mathrm{I}'(\mathrm{X}) = 2\mathrm{I}_0\Big[1 + \cos\big(2\pi\frac{d}{\lambda f'}(\mathrm{X} + \varepsilon f')\big)\Big]}$$

Les deux sources étant non cohérentes entre elles, l'intensité lumineuse résultante vaut

$$\mathrm{I}_{\mathrm{tot}}(\mathrm{X}) = \mathrm{I}(\mathrm{X}) + \mathrm{I}'(\mathrm{X})$$

En utilisant la formule $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$, il vient

$$\mathrm{I}_{\mathrm{tot}}(\mathrm{X}) = 4\mathrm{I}_0\Big[1 + \cos\big(\pi\frac{\varepsilon d}{\lambda}\big)\cos\big(2\pi\frac{d\mathrm{X}}{\lambda f'} - \pi\frac{d\varepsilon}{\lambda}\big)\Big]$$

4 - D'après la formule ci-dessus, le contraste vaut

$$\mathcal{C} = \Big|\cos\pi\frac{\varepsilon\lceil}{\lambda}\Big|$$

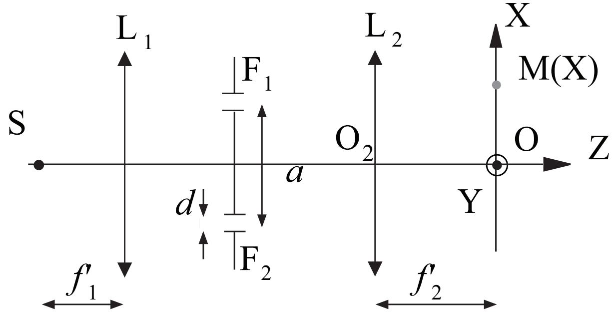
On observe donc un brouillage de la figure d'interférence pour

$$\pi\frac{\varepsilon d}{\lambda}=\frac{\pi}{2}\,[\pi]$$

soit
$$\varepsilon=\frac{\lambda}{2d}$$

Exercice 2 *D'après Oral TPE, Centrale 13*

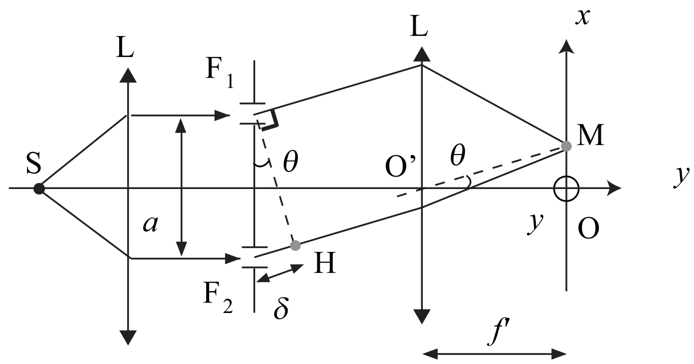
Une source ponctuelle composée de deux lumières monochromatiques de longueur d'onde λ_1 et λ_2 est placée au point focal d'une lentille L_1 et éclaire un écran opaque percé de 2 fentes équidistantes de $a = 0{,}50$ mm selon Ox et largeur a.



On étudie la figure obtenue par ce système sur un écran situé dans le plan focal d'une lentille convergente L_2 de distance focale $f_2' = 1$ m.
On note λ_m la longueur d'onde moyenne et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. On suppose $\Delta\lambda \ll \lambda_m$.
1 - Effectuer le tracé de deux rayons qui interfèrent et expliciter la différence de marche.
2 - Pour le cas du Sodium, on observe un premier brouillage pour $X_1 = 5{,}5$ mm et un deuxième brouillage pour $X_2 = 17{,}2$ mm. Avec 993 franges entre les deux. Déterminer $\Delta\lambda$ et λ_m.
3 - Déterminer l'intensité lumineuse I(X) au point M(X). Au supposera que $X \ll f_2'$.
4 - Définir le facteur de visibilité (ou contraste) V. Tracer l'allure de V(X).
5 - Tracer l'allure de la courbe de l'intensité lumineuse.

Exercice 2

1 - On attend la figure suivante :



La différence de marche est définie par :

$$\delta = (SF_2M) - (SF_1M)$$

Puisque S est placé dans le plan focal de L_1, les chemins optique jusqu'au fentes sont identiques.

$$\delta = (F_2M) - (F_1M)$$

D'après le théorème de Malus et le principe du retour inverse de la lumière,

$$(MF_1) = (MH)$$

On en déduit que :

$$\delta = F_2H$$

$$\delta = a\sin i \approx ai = \frac{aX}{f_2'\lambda}$$

2 - Les deux longueurs d'onde étant proche, utilisons l'ordre d'interférence pour une longueur d'onde moyenne λ_m. Le fait qu'il y ait 993 franges entre X_1 et X_2 signifie que l'ordre d'interférence varie de 993 entre X_1 et X_2. On peut donc écrire :

$$\Delta p = \frac{a(X_2 - X_1)}{\lambda_m f_2'} = 993$$

On en déduit la longueur d'onde moyenne :

$$\lambda_m = \frac{a(X_2 - X_1)}{993 \times f_2'} = 589 \text{ nm}$$

De plus on observe un brouillage en X_1, c'est à dire que

$$\Delta p = \frac{\delta}{\lambda_1} - \frac{\delta}{\lambda_2} = \frac{1}{2}$$

On obtient donc :

$$\Delta p = \frac{\delta(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1\lambda_2} = \frac{1}{2}$$

En utilisant les notations de l'énoncé et en remarquant que $\lambda_1\lambda_2 \approx \lambda_m$, il vient :

$$\Delta p = \frac{aX_1 \times \Delta\lambda}{f_2'\lambda_m^2} = \frac{1}{2}$$

On en déduit que

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2 f_2'}{2aX_1} = 0{,}63\,\text{nm}$$

3 - Les deux vibrations de longueurs d'onde différentes étant non cohérentes entre elles, l'intensité lumineuse résultante vaut

$$I_{\text{tot}}(X) = I_1(X) + I_2(X)$$

avec $I_i = 2I_0(1 + \cos\phi_i)$

soit $$\boxed{I(X) = 4I_0\Big(1 + \cos\big(2\pi\frac{dX}{f'\lambda_1}\big) + \cos\big(2\pi\frac{dX}{f'\lambda_2}\big)\Big)}$$

En utilisant la formule $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2} + \cos\frac{a-b}{2}$, il vient

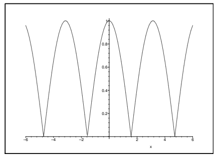
$$I(X) = 4I_0\Big[1 + \cos\big(\pi\frac{dX}{f_2'}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\big)\cos\big(2\pi\frac{dX}{\lambda_m f_2'}\big)\Big]$$

2 - Le facteur de visibilité est défini par

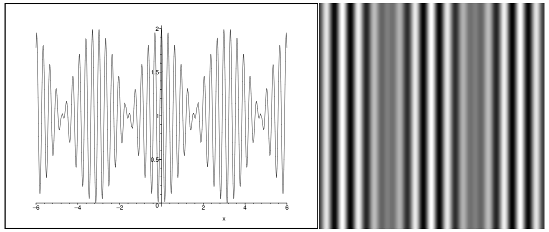
$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Avec $I_{\max} = 4I_0(1 + |\cos(\pi\frac{aX}{f_2'}|)$ et $I_{\min} = 4I_0(1 - |\cos(\pi\frac{aX}{f_2'}|)$, il vient

$$\boxed{V = |\cos(\pi\frac{aX}{f_2'}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2})|}$$



3 - Allure de l'éclairement



4 - Il y a brouillage lorsque l'ordre d'interférence pour une longueur d'onde est décalé de $n + 1/2$ par rapport à l'ordre pour la seconde longueur d'onde. Définissons les ordres p_1 et p_2 pour chaque longueur d'onde.

$$p_1 = \frac{aX}{\lambda_1 f_2'} \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{aX}{\lambda_2 f_2'}$$

Par définition des brouillages, on peut écrire que :

$$p_1(X_1) - p_2(X_1) = n + \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad p_1(X_2) - p_2(X_2) = n + 3\frac{1}{2}$$

En effectuant la différence de ces équations, il vient :

$$\frac{aX_1}{\lambda_1 f_2'} - \frac{aX_1}{\lambda_2 f_2'} = n + \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{aX_2}{\lambda_1 f'} - \frac{aX_2}{\lambda_1 f_2'} = n + \frac{3}{2}$$

En utilisant $\Delta\lambda$ et λ_m, ces équations s'écrivent :

$$\frac{aX_1\Delta\lambda}{\lambda_m^2 f_2'} = n + \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{aX_2\Delta\lambda}{\lambda_m^2 f_2'} = n + \frac{3}{2}$$

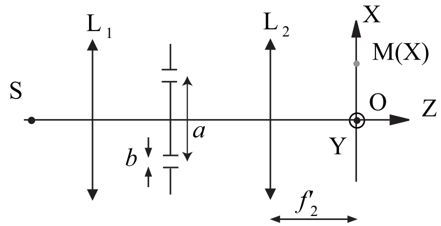
La différence de ces équations donne :

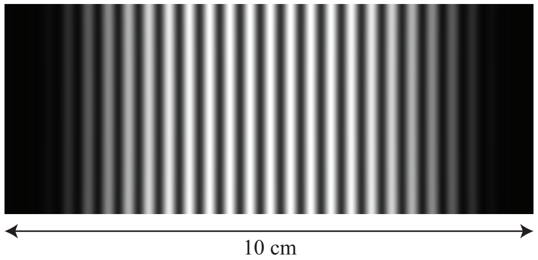
$$\frac{a(X_2 - X_1)\Delta\lambda}{\lambda_m^2 f_2'} = 1$$

$$\Delta\lambda = \lambda_m^2\frac{f_2'}{a(X_2 - X_1)} = 0{,}6\ \text{nm}$$

Exercice 3 *D'après Oral ENSAM 06, Centrale 07*

Une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 600$ nm est placée au point focal d'une lentille L_1 et éclaire un écran opaque percé de 2 fentes distantes de a selon Ox et largeur b.





On étudie la figure obtenue par ce système sur un écran situé dans le plan focal d'une lentille convergente L_2 de distance focale $f_2' = 1{,}00$ m.

1 - On considère que la largeur b est petite par rapport à f_2'. Que peut on dire des fentes ?

2 - Réaliser le tracé de deux rayon qui interfèrent sur l'écran en justifiant la démarche.

3 - Déterminer le déphasage entre deux rayons issus de deux sources successives arrivant en un point M(X) de l'écran. On supposera X $<< f_2'$.

4 - On note A_0 l'amplitude de la vibration lumineuse de chaque source au point M(X). Démontrer l'expression de l'intensité lumineuse I(X) sur l'écran et tracer son allure.

5 - On observe la figure ci-dessus. Déterminer les valeurs de b et a en le justifiant.

6 - On utilise maintenant un système de 3 fentes distantes de a. Déterminer l'intensité lumineuse à l'écran.

7 - Comment est modifiée la figure d'interférences ci-dessus ?

Exercice 3

1 - Si la taille de la fente est faible alors la fente diffracte la lumière. On pourra donc considérer que chaque fente est une source de lumière. Comme ces fentes sont issues d'une source monochromatique, les deux fentes sont des sources secondaires monochromatiques et cohérentes avec l'autre. De plus, la source S étant dans le plan focal de L_1, chaque source aura la même phase.

2 - En appliquant le théorème de Malus, on en déduit que la différence de marche vaut :

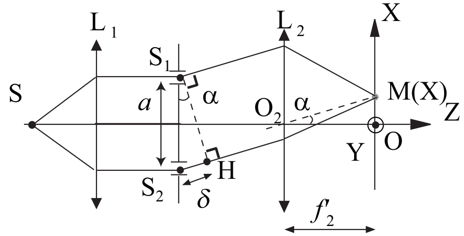
$$\delta = S_2H$$

En utilisant les propriétés du triangle rectangle S_1S_2H, on peut écrire :

$$\delta = a \sin\alpha$$

Dans le triangle OO_2M, on a : $\tan\alpha = X/f_2'$. En utilisant l'approximation des petits angles, la différence de marche entre deux sources successives vaut

$$\boxed{\delta = \frac{aX}{f_2'}}$$



3 - La vibration lumineuse de chacune des sources devient :

$$\begin{cases} s_1(M,t) = A_0\cos(\omega t - \Phi_1(M)) \\ s_2(M,t) = A_0\cos(\omega t - \Phi_2(M)) \end{cases}$$

L'intensité lumineuse est donc donnée par

$$I(X) = <\left(s_1(M,t) + s_2(M,t)\right)^2> = S_0^2\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right]$$

5 - L'interfrange est la périodicité spatiale de l'éclairement, par identification, on obtient :

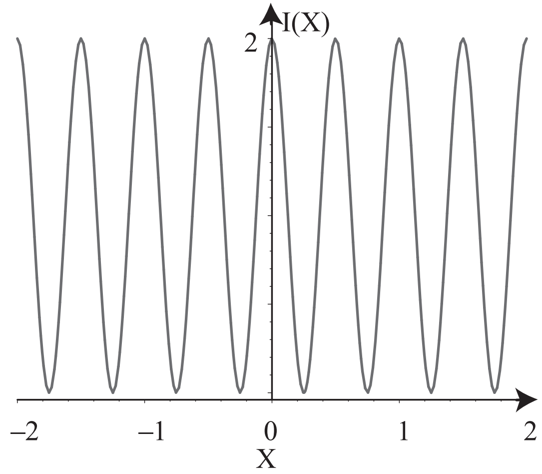
$$\boxed{i = \frac{\lambda f_2'}{a}}$$

On observe 13 franges sur 5,0 cm soit : $i = 3{,}8mm$. On en déduit que

$$\boxed{a = \frac{\lambda f_2'}{i} = 160\ \mu m}$$

La source est ponctuelle et monochromatique, le facteur limitant la largeur de la figure est la diffraction au niveau des fentes. L'angle de diffraction limite est

$$\alpha_{\max} = \frac{\lambda}{b}$$



On retrouve cette angle sur la largeur $L \sim 8$ cm de la figure :

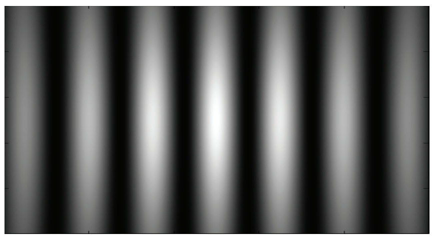
$$\alpha_{\max} \sim \frac{L}{2f_2'} = 4.10^{-2}$$

d'où $$\boxed{b \approx \frac{2\lambda f_2'}{L} \approx 16\ \mu\text{m}}$$

6 - Pour un réseau de N fentes, il faut que l'ordre d'interférence soit entier pour que la frange soit brillante

soit $$p = \frac{\delta}{\lambda} \in \mathbb{Z}$$

7 - En dehors de cette condition, l'intensité lumineuse est quasi nulle. Les franges lumineuses de la figure ci-dessus sont donc plus étroite (mais aussi espacée).



N = 2

N = 10

Exercice 4 *D'après Oral Centrale 16*

Une source cylindrique monochromatique éclaire un réseau à N fentes, de pas a. Le faisceau passe après déviation par une lentille, puis arrive sur un écran.

1 - . Où doit-on placer l'écran pour y former les images formées par des rayons parallèles ?

2 - Pourquoi les S_k peuvent-elles être assimilées à N sources cohérentes ?

3 - Calculer le déphasage de S_k par rapport à S_1.

4 - On suppose que l'intensité lumineuse incidente est uniforme, exprimer l'intensité en sortie du réseau $I(\theta)$. On se placera dans les conditions de Gauss.

5 - Tracer l'allure de $I(\theta)$. Déterminer la demi largeur du pic central.

On utilise désormais une source composée de deux longueur d'ondes. On admet le critère de Rayleigh : les images de deux objets sont distinctes si le maximum d'intensité pour l'une correspond au moins au premier minimum d'intensité pour l'autre.

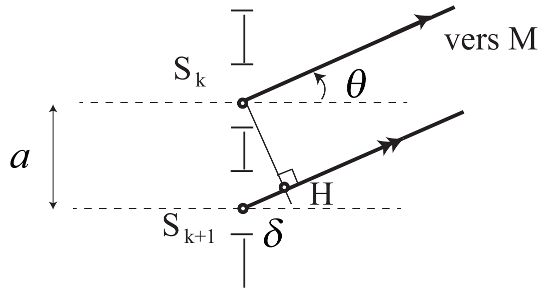
6 - Exprimer la résolution $R = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}$ en fonction de N.

Exercice 4

1 - Pour former les interférences, il faut placer l'écran dans le plan focal d'une lentille convergente.

2 - Chaque fente est considérée comme une source en raison de la diffraction. Elles sont cohérentes entre elles car issue d'une même source monochromatique.

3 - Effectuons un tracé des rayons.



Les différentes sources étant éclairées en incidence normale sont en phase. La différence de marche entre deux fentes consécutives est :

$$\delta = (\mathrm{S}_{k+1}\mathrm{M}) - (\mathrm{S}_k\mathrm{M})$$

Soit M le point d'observation, appliquons le théorème de Malus et le principe du retour inverse de la lumière, on en déduit que

$$(\mathrm{MS}_k) = (\mathrm{MH})$$

On en déduit que :

$$\delta = (\mathrm{S}_{k+1}\mathrm{H}) = a\sin\theta$$

Par récurrence triviale, le déphasage entre S_k et S_0 vaut :

$$\Delta\Phi_k = k2\pi\delta/\lambda = \frac{2\pi k a\sin\theta}{\lambda}$$

4 - Par définition, notons la vibration lumineuse :

$$\underline{s}_k(\mathrm{M},t) = \mathrm{A}e^{i(\omega t - \Delta\Phi_k)}$$

L'intensité lumineuse vaut alors :

$$\begin{aligned}\mathrm{I}(\mathrm{M}) &= \frac{1}{2}|\sum_{k=0} \mathrm{N}-1\underline{s}_k(\mathrm{M},t)|^2\\ &\frac{\mathrm{A}^2}{2}|\sum_{k=0} \mathrm{N}-1 e^{-i(k-1)2\pi\delta/\lambda}|^2\\ &\frac{\mathrm{A}^2}{2}|\sum_{k=0} \mathrm{N}-1\left(e^{-i2\pi\delta/\lambda}\right)^k|^2\end{aligned}$$

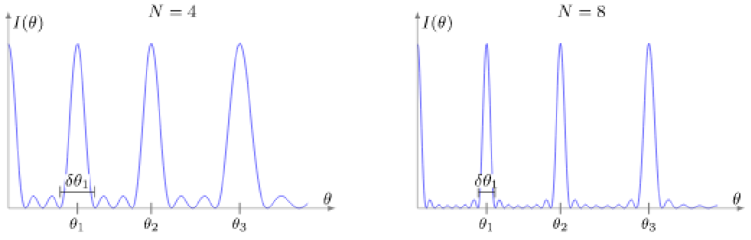
On reconnaît la somme d'une suite géométrique. On en déduit que :

$$\mathrm{I}(\mathrm{M}) = \frac{\mathrm{A}^2}{2}\left|\frac{1-e^{-i2\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}}{1-e^{-i2\pi\delta/\lambda}}\right|^2$$

En factorisant par l'arc moitié, il vient :

$$\begin{aligned}\mathrm{I}(\mathrm{M}) &= \frac{\mathrm{A}^2}{2}\left|\frac{e^{-i\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}}{e^{-i\pi\delta/\lambda}}\frac{e^{i\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}-e^{-i\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}}{e^{i\pi\delta/\lambda}-e^{-i\pi\delta/\lambda}}\right|^2\\ &= \frac{\mathrm{A}^2}{2}\left|\frac{\sin(\mathrm{N}\pi\delta/\lambda)}{\sin\pi\delta/\lambda}\right|^2\\ &= \frac{\mathrm{A}^2}{2}\frac{\sin^2(\mathrm{N}\pi a\sin\theta/\lambda)}{\sin^2\pi a\sin\theta/\lambda}\end{aligned}$$

5 - On attend la figure suivante.



La largeur du demi pic central vérifie :

$$\Delta\Phi = 2\mathrm{N}\pi \quad \text{soit} \quad \sin\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{\mathrm{N}a}$$

6 - Il faut que pour $\theta_{1/2}$ d'une longueur d'onde λ_1, on observe un pic pour la seconde longueur d'onde λ_2. On peut donc écrire :

$$a\sin\theta_{1/2} = \lambda_2 = a\times\frac{\lambda_1}{\mathrm{N}a}$$

Ainsi la résolution devient :

$$\mathrm{R} = \frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{1}{\mathrm{N}}$$

Exercice 5 *D'après Mines 2023*

On considère un goniomètre sur lequel est placé un réseau plan par transmission, éclairé en incidence normale par une lampe à vapeur de mercure. On mesure les différents angles α_p des différents ordres p pour la raie verte du mercure $\lambda = 546\,\text{nm}$:

angle mesuré	ordre
$13°12'$	0
$30°34'$	1
$49°53'$	2
$76°49'$	3
$355°48'$	-1
$336°32'$	-2
$309°28'$	-3

1 - Vérifier que le réseau est bien éclairé en incidence normale.
2 - Estimer le pas du réseau.
3 - On repère une deuxième raie pour $\alpha_2 = 41°41'$ et $\alpha_{-2} = 344°43'$, que vaut la longueur d'onde de cette radiation.
4 - Exprimer et calculer le minimum de déviation.

Exercice 5

1 - Pour vérifier que l'incidence est normale, il faut contrôler le fait que les angles de déviation de part et d'autre de l'ordre 0 sont identiques. On calcule donc la différence des angles des différents ordre avec l'ordre 0

angle mesuré	ordre	D
$13°12'$	0	-
$30°34'$	1	$17°22'$
$49°53'$	2	$36°41'$
$76°49'$	3	$63°37'$
$355°48'$	-1	$-17°24'$
$336°32'$	-2	$-36°40'$
$309°28'$	-3	$-63°44'$

On remarque que pour les premiers ordres, les valeurs sont identiques en valeur absolue, à quelques degrés près ce qui correspond à la précision de l'appareil de mesure.

2 - En utilisant la formule des réseau sur l'ordre 2, on obtient :

$$a \sin \mathrm{D}_2 - a \sin 0 = 2\lambda \quad \text{soit} \quad a = \frac{2\lambda}{\sin \mathrm{D}_2} = 1{,}898\,\mu\text{m}$$

3 - Pour améliorer la précision et s'affranchir de la mesure de l'angle associé à l'ordre 0, on peut effectuer la demi- différence :

$$\mathrm{D}_2' = \frac{\alpha_2 - \alpha_{-2}}{2} = 28°29'$$

On obtient alors une longueur d'onde associée de :

$$\lambda = \frac{a}{2} \sin \mathrm{D}_2' = 436\,\text{nm}$$

4 - Le minimum de déviation pour un réseau correspond à des angles symétriques, c'est à dire :

$$2a \sin \mathrm{D}_m/2 = p\lambda$$

Pour l'ordre 2, on obtient :

$$\mathrm{D}_m = 27°36'$$