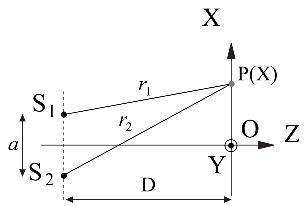
TD 4 : Optique physique I

Les indispensables

Exercice 1 *D'après CCP 04*

On considère deux ondes de même amplitude s_0, émises par deux sources ponctuelles monochromatiques situées dans le vide, S_1 et S_2, distantes de la longueur a, ces deux sources étant cohérentes et en phase. On négligera la variation des amplitudes en fonction des parcours r_1 et r_2. Le plan d'observation est parallèle à la droite des sources et situé à une distance D de celle-ci. Le point courant P décrit l'axe OX. On suppose que D >> a et D >> X.



1 - Exprimer l'intensité lumineuse I en fonction de X, position du point P de l'écran.
2 - Définir et exprimer l'interfrange i.

Exercice 1

1 - Évaluons le chemin optique de chacun des rayons :

$$(S_1P) = \sqrt{D^2 + (X - a/2)^2} \quad \text{et} \quad (S_2P) = \sqrt{D^2 + (X + a/2)^2}$$

Au premier ordre en a/D, il vient :

$$(S_1P) = D + \frac{(X - a/2)^2}{2D} \quad \text{et} \quad (S_2P) = D + \frac{(X + a/2)^2}{2D}$$

Ainsi la différence de marche entre les deux rayons vaut :

$$\delta = (S_2P) - (S_1P) = \frac{aX}{D}$$

Posons $I_0 = s_0^2/2$, d'après la formule des interférences à deux ondes, l'intensité lumineuse vaut

$$I = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$

soit
$$\boxed{I(X) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi aX}{\lambda D}\right)}$$

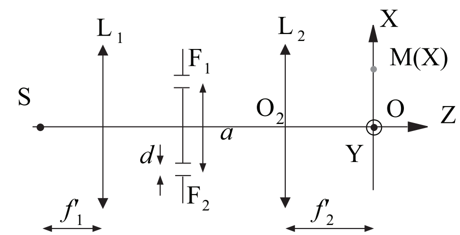
2 - L'interfrange est la distance séparant deux franges brillantes. Les deux premiers maximas de I(X) ont lieu pour

$$\frac{2\pi aX_1}{\lambda D} \text{ et } \frac{2\pi aX_2}{\lambda D} = 2\pi$$

soit
$$\boxed{i = X_2 - X_1 = \frac{\lambda D}{a}}$$

Exercice 2 *D'après CCP 12*

Une source lumineuse, de longueur d'onde dans le vide λ, est considérée comme une source ponctuelle S dans le plan focal objet d'une lentille convergente L_1. Elle éclaire de manière uniforme les deux ouvertures de faibles dimensions d et distantes de a. On observe la figure d'interférence dans le plan focal image d'une lentille convergente L_2.

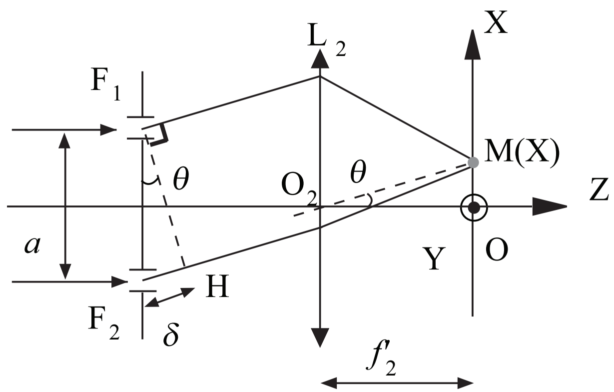


1 - Calculer la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M entre les rayons issus de chacune des ouvertures en fonction de a, X et f'_2.
2 - En déduire, l'expression de l'intensité lumineuse I(M) et représenter graphiquement I(X).
3 - Déterminer l'interfrange en fonction de λ, f_2 et a.

Exercice 2

1 - La source S étant dans le plan focal image d'une lentille convergente, les deux fentes d'Young sont éclairées par un plan d'onde et ne présente pas de

déphasage puisque S est sur l'axe optique. Effectuons le tracé de deux rayons qui interfèrent :



Traçons la perpendiculaire au rayon lumineux sortant de F_1. Le théorème de Malus permet de conclure que la différence de marche vaut

$$\delta = F_2H = a\sin\theta$$

Dans le triangle O_2OM, on en déduit que

$$\tan\theta = \frac{X}{f_2'}$$

Dans l'approximation des petits angles, la différence de marche s'écrit :

$$\delta \approx a\theta = \frac{aX}{f_2'}$$

2 - Les deux fentes F_1 et F_2 sont de petites tailles et peuvent donc êter considérées comme des sources ponctuelles. De plus, éclairées par la même source monochromatique, elles peuvent être considérées comme cohérentes. En supposant que l'amplitude de chaque source est identique, on en déduit que l'intensité lumineuse sur l'écran est donné par

$$I(X) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$

où I_0 est l'amplitude d'une seule source. On obtient donc :

$$\boxed{I(X) = 2I_0\left(1 + \cos 2\pi\frac{aX}{\lambda f_2'}\right)}$$

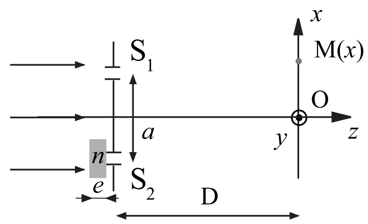
L'intensité lumineuse est donc de la forme :

3 - L'interfrange est donnée par la périodicité de l'intensité lumineuse :

$$\boxed{i = \frac{\lambda f_2'}{a}}$$

Exercice 3 *D'après CCP 07, 18*

Un laser, de longueur d'onde dans le vide λ, émet un faisceau lumineux cylindrique d'axe Oz. Il éclaire entièrement et de manière uniforme les deux ouvertures de faibles dimensions et distantes de a. Cette distance est très petite par rapport à la distance d'observation D, et le point M est proche du point O. On peut considérer que a, x, y sont très petits devant D. Devant l'un des trous, on ajoute devant une petite lame à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n



1 - Calculer la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M entre les rayons issus de chacune des ouvertures en fonction de n, e, a, x et D.

2 - En déduire, l'expression de l'intensité lumineuse I(M) et représenter graphiquement I(x).

3 - Déterminer la position de la frange d'ordre 0. Dans quel sens se déplace la figure d'interférences si l'on enlève la lame de verre ?

Exercice 3

1 - En arrivant sur la source S_2, les rayons présentent un retard par rapport à S_1 de

$$\delta' = ne - e = (n-1)e$$

Évaluons ensuite le chemin optique de chacun des rayons :

$$(S_1P) = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2} \quad \text{et} \quad (S_2P) = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2}$$

Au premier ordre en a/D, il vient :

$$(S_1P) = D + \frac{(x - a/2)^2}{2D} \quad \text{et} \quad (S_2P) = D + \frac{(x + a/2)^2}{2D}$$

Ainsi la différence de chemin optique après les sources vaut :

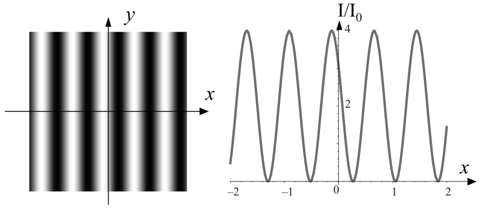
$$\delta'' = (\mathrm{S_2P}) - (\mathrm{S_1P}) = \frac{ax}{\mathrm{D}}$$

d'où
$$\boxed{\delta = \delta' + \delta'' = (n-1)e + \frac{ax}{\mathrm{D}}}$$

2 - D'après la formule des interférences à deux ondes, l'intensité lumineuse vaut

$$\mathrm{I} = 2\mathrm{I}_0\Big(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\Big)$$

soit
$$\boxed{\mathrm{I}(x) = 2\mathrm{I}_0\Big[1 + \cos\Big(\frac{2\pi ax}{\lambda\mathrm{D}} + \frac{2\pi(n-1)e}{\lambda}\Big)\Big]}$$



3 - L'ordre d'interférence est donné par :

$$p = \frac{ax}{\lambda\mathrm{D}} + \frac{(n-1)e}{\lambda}$$

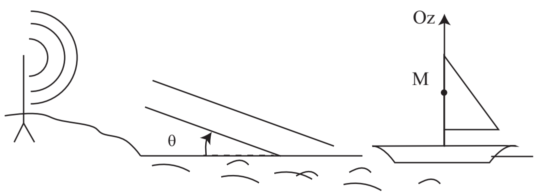
L'ordre 0 vérifiant $p = 0$, on en déduit que

$$x_{p=0} = -\frac{(n-1)e}{a}\mathrm{D}$$

En l'absence de verre ($e = 0$), la figure est centrée ($x_{p=0} = 0$), la figure se déplace donc sur la droite lorsque l'on enlève la lame de verre.

Exercice 4 *D'après CCP 17, 18*

Un émetteur côtier envoie une onde plane faisant un angle $\theta = 3°$ avec l'horizontal en direction d'un récepteur M situé à une altitude z et à grande distance de l'émetteur. La fréquence d'émission est de $f = 150$ MHz.



1 - Expliquer et justifier le phénomène au point M.

2 - Montrer que la différence de marche géométrique est de la forme

$$\delta = f(z)\sin\theta$$

3 - Calculer l'expression de l'intensité lumineuse en admettant que la différence de marche est rallongée de $\lambda/2$ due à la réflexion sur l'eau.

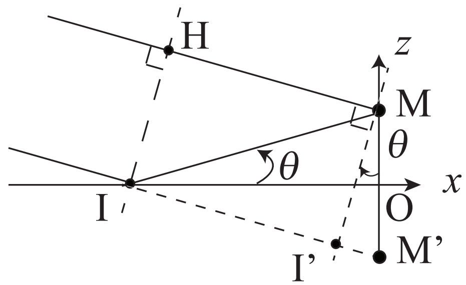
4 - Exprimer l'interfrange en fonction des données. Le mât d'un bateau fait 10 m environ. Où faut il placer le détecteur ?

5 - L'eau réfléchit les ondes électromagnétique avec un coefficient de réflexion de $\mathrm{R} = 0{,}7$. Déterminer le contraste de la figure.

Exercice 4

1 - Les rayons issus de l'antenne peuvent parvenir directement jusqu'au point M ou par réflexion sur l'eau.

2 - La différence de marche s'obtient à l'aide du théorème de Malus. Notons I le point de réflexion sur l'eau.



Les rayons issus de l'antenne sont parallèles, la différence de marche est donnée par :

$$\delta = (\mathrm{IM}) - (\mathrm{HM})$$

Le calcul direct de chacune de ces distantes est un peu fastidieux. Notons M′

le symétrique de M par rapport à l'axe optique. On remarque que la différence de marche est en fait donné par :

$$\delta = (\mathrm{I'M'})$$

Dans le triangle rectangle I′M′M, on obtient :

$$\delta = \mathrm{MM'} \sin\theta = 2z \sin\theta$$

3 - Pour des interférences à deux ondes de même amplitude, l'intensité lumineuse est donnée par :

$$\mathrm{I(M)} = 2\mathrm{I}_0(1+\cos\Delta\phi) = 2\mathrm{I}_0\Big(1+\cos\frac{2\pi\delta_{tot}}{\lambda}\Big)$$

En remplaçant δ_{tot} par $\delta + \lambda/2$, on obtient :

$$\mathrm{I(M)} = 2\mathrm{I}_0\Big(1-\cos\frac{4\pi z\sin\theta}{\lambda}\Big)$$

4 - L'interfrange est la périodicité spatiale de l'intensité lumineuse, par identification, on a :

$$i = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

A.N. : $\boxed{i \approx 9{,}6 \text{ m}}$

Le bas et le haut du mât correspondent à des interférences destructives. Il faut donc placer le détecteur au milieu du mât.

5 - Notons I_0 l'intensité de l'onde qui arrive directement sur le détecteur. L'intensité de l'onde qui parvien au détecteur après réflexion est donc de $\mathrm{R}\times\mathrm{I}_0$. La formule de Fresnel donne l'intensité :

$$\mathrm{I(M)} = \mathrm{I}_0 + \mathrm{RI}_0 + 2\sqrt{\mathrm{I}_0\times\mathrm{RI}_0}\cos\Delta\phi$$

On obtient alors :

$$\mathrm{I(M)} = \mathrm{I}_0(1+\mathrm{R}+2\sqrt{\mathrm{R}}\cos\Delta\phi)$$

les intensités maximales et minimales sont alors données par :

$$\mathrm{I}_{max} = \mathrm{I}_0(1+\mathrm{R}+2\sqrt{\mathrm{R}}) \quad \text{et} \quad \mathrm{I}_{min} = \mathrm{I}_0(1+\mathrm{R}-2\sqrt{\mathrm{R}})$$

Le contraste de la figure est alors donné par :

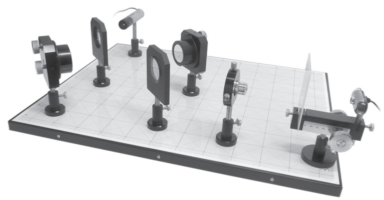
$$\mathcal{C} = \frac{\mathrm{I}_{max}-\mathrm{I}_{min}}{\mathrm{I}_{max}+\mathrm{I}_{min}} = \frac{2\sqrt{\mathrm{R}}}{1+\mathrm{R}}$$

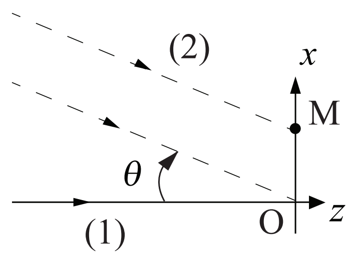
$$\mathcal{C} = 0{,}98$$

La figure d'interférences reste bien contrastée.

Pour s'entraîner

Exercice 5 *D'après CCP 09*





Pour réaliser des hologrammes, deux ondes planes, issue d'une même source, de même pulsation ω et de longueur d'onde λ se propagent dans le vide. L'une des vibrations se propagent perpendiculaire au plan d'observation M et sa vibration est représentée par :

$$s_1 = \mathrm{A}_1\cos(\omega t + \phi_1)$$

On note s_2 l'autre vibration d'amplitude A_2 arrivant sur le plan M sous une incidence θ. On choisit pour origine des abscisses le point O où les vibrations s_1 et s_2 sont en phase.

1 - Exprimer la différence de marche entre les deux rayons arrivant en un point M d'abscisse x et écrire la vibration résultante en ce point.

2 - On rappelle que l'éclairement E est défini par la valeur moyenne du carré de la vibration lumineuse. Exprimer E_1 et E_2 les éclairement de chaque vibration s_1 et s_2.

3 - En déduire l'éclairement résultant des ces deux ondes dans le plan d'observation en fonction de x, θ, λ et des éclairement E_1 et E_2.

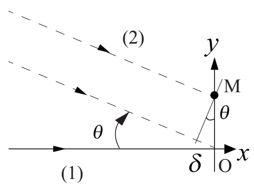
4 - Définir puis calculer l'interfrange i et le contraste C pour $\lambda = 600$ nm, $\theta = 30°$ et $\mathrm{A}_1 = 2\mathrm{A}_2$.

Données : $2\cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$

Exercice 5

1 - Appliquons le théorème de Malus au point O, on en déduit que la différence de marche entre les deux rayons parallèles est :

$$\delta = x \sin\theta$$



Comme les rayons arrivant au point O sont en phase, on en déduit que cette différence de marche est également celle entre les rayons (1) et (2). La vibration résultante est

$$s_{\text{tot}} = s_1 + s_2 = \mathrm{A}_1 \cos(\omega t + \phi_1) + \mathrm{A}_2 \cos(\omega t + \phi_1 + \frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda})$$

2 - Calculons l'éclairement de chacune des sources :

$$\mathrm{E}_1 =< s_1^2 >=< \mathrm{A}_1^2 \cos^2(\omega t + \phi_1) >= \frac{\mathrm{A}_1^2}{2}$$

De même, on trouve $\mathrm{E}_2 = \dfrac{\mathrm{A}_2^2}{2}$.

3 - Pour l'éclairement résultant, on obtient :

$$\mathrm{E}_{\text{tot}} =< s_{\text{tot}}^2 >=< \Big(\mathrm{A}_1 \cos(\omega t + \phi_1) + \mathrm{A}_2 \cos(\omega t + \phi_1 + \frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda})\Big)^2 >$$

$$\mathrm{E}_{\text{tot}} =< \mathrm{A}_1^2 \cos^2(\omega t+\phi_1) > + < \mathrm{A}_2^2 \cos^2(\omega t+\phi_1+\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}) > + < 2\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2 \cos(\omega t+$$

Utilisons les expressions des éclairements E_1 et E_2 et développons le produit de cosinus, il vient :

$$\mathrm{E}_{\text{tot}} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2 + 2\sqrt{\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2} < \cos(2\omega t + 2\phi_1 + \frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}) + \cos(\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}) >$$

d'où $$\boxed{\mathrm{E}_{\text{tot}} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2 + 2\sqrt{\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2} \cos(\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda})}$$

4 - L'interfrange est la périodicité spatiale de l'éclairement, par identification, on obtient

$$\boxed{i = \frac{\lambda}{\sin\theta} = 1{,}2\ \mu\text{m}}$$

Le contraste est défini par $\mathrm{C} = \dfrac{\mathrm{E}_{\max} - \mathrm{E}_{\min}}{\mathrm{E}_{\max} + \mathrm{E}_{\min}}$.
Les éclairements maximum minimum sont respectivement donnés par

$$\mathrm{E}_{\max} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2 + 2\sqrt{\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2} \quad \text{et} \quad \mathrm{E}_{\min} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2 - 2\sqrt{\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2}$$

d'où $$\boxed{\mathrm{C} = \frac{2\sqrt{\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2}}{\mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2}}$$

Avec $\mathrm{A}_1 = 2\mathrm{A}_2$, on en déduit que $\mathrm{E}_1 = 4\mathrm{E}_2$.

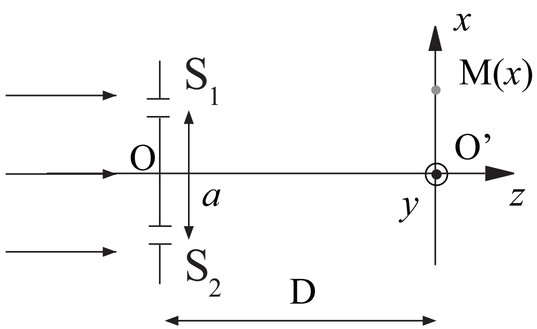
Ainsi, $$\boxed{\mathrm{C} = \frac{2\sqrt{4}}{1+4} = 0{,}8}$$

Exercice 6 *D'après Banque PT 08, Oral CCP 17*

On utilise 2 trous d'Young identiques, S_1 et S_2 distants de a, pour obtenir des figures d'interférences sur un écran $(\mathrm{O}'xy)$ tel que O' est situé à la distance D du milieu O de $\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2$. On note Oz l'axe orthogonal à $\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2$ et à l'écran. On supposera que a, $|x|$ et $|y|$ sont très inférieurs à D.

Partie I

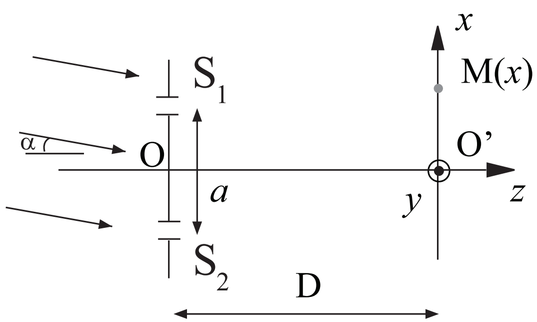
On observe la radiation de longueur d'onde λ émise par une étoile à l'infini, supposée ponctuelle. Les trous d'Young sont d'abord disposés de sorte que Oz soit colinéaire aux rayons émis par l'étoile.



1 - Calculer la différence de marche entre les rayons arrivant en un point M(x,y) de l'écran.
2 - Déterminer la répartition de l'éclairement E(M) sur l'écran en fonction de E_0, éclairement en O'.
3 - Quelle est la nature des franges d'interférences ?
4 - Représenter la courbe E(x) et déterminer l'expression de l'interfrange i.

Partie II

L'étoile est désormais dans la direction α par rapport à Oz. On supposera α petit.



1 - Calculer la nouvelle différence de marche en M.
2 - Déterminer l'éclairement sur l'écran en fonction de E_0. Déterminer l'interfrange. Qu'y a-t-il de changé par rapport au cas précédent ?
3 - On observe maintenant 2 étoiles pour lesquelles on a sélectionné la même longueur d'onde λ. Ces étoiles se trouvent respectivement dans les directions α et $-\alpha$ par rapport à Oz, avec α petit. On suppose de plus que les éclairements qu'elles émettent pour la longueur d'onde sont les mêmes. Déterminer la répartition de l'éclairement E(M) sur l'écran.
4 - Calculer le contraste $\mathcal{C}$ de la figure d'interférences. En faisant varier l'écartement entre les fentes, montrer qu'il y a brouillage, c'est-à-dire que les franges disparaissent pour des valeurs discrètes de a.
5 - On fait varier a et on observe le brouillage pour deux valeurs successives de a distantes de 25 μm. En déduire α en radian
Données : $\lambda = 500$ nm et D = 50 cm.

Exercice 6

Partie I

1 - Évaluons le chemin optique de chacun des rayons :

$$(S_1M) = \sqrt{D^2 + (X - a/2)^2} \quad \text{et} \quad (S_2M) = \sqrt{D^2 + (X + a/2)^2}$$

Au premier ordre en a/D, il vient :

$$(S_1P) = D + \frac{(X - a/2)^2}{D} \quad \text{et} \quad (S_2M) = D + \frac{(X + a/2)^2}{D}$$

Ainsi la différence de marche entre les deux rayons vaut :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = \frac{aX}{D}$$

2 - D'après la formule des interférences à deux ondes, l'éclairement vaut

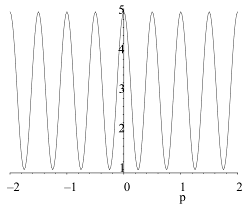
$$E = E_0\Big(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\Big)$$

soit $$\boxed{E(X) = E_0\Big(1 + \cos\frac{2\pi aX}{\lambda D}\Big)}$$

3 - On observe donc des franges d'axe Oy.
4 - L'interfrange est la distance séparant deux franges brillantes. Les deux premiers maximas de E(X) ont lieu pour

$$\frac{2\pi aX_1}{\lambda D} \text{ et } \frac{2\pi aX_2}{\lambda D} = 2\pi$$

soit $\boxed{i = X_2 - X_1 = \dfrac{\lambda D}{a}}$



Partie II

1 - D'après le théorème de Malus, il faut retrancher une différence de $\delta' = \alpha a$

d'où $$\delta = \frac{aX}{D} - \alpha a$$

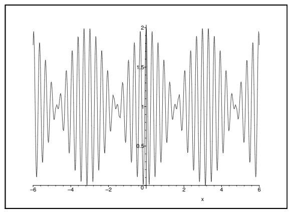
2 -

$$\boxed{E(X) = E_0\Big(1 + \cos\frac{2\pi a X}{\lambda D} - 2\pi\frac{\alpha a}{\lambda}\Big)}$$

L'interfrange est inchangé mais la position des franges est décalée vers le haut.
3 - Les deux éclairement s'ajoutent puisque les deux source sont incohérentes entre elles.

$$E(X) = E_0\Big[1 + \cos\Big(\frac{2\pi a X}{\lambda D} - 2\pi\frac{\alpha a}{\lambda}\Big)\Big] + E_0\Big[1 + \cos\Big(\frac{2\pi a X}{\lambda D} + 2\pi\frac{\alpha a}{\lambda}\Big)\Big]$$

$$E(x) = 2E_0\Big(1 + \cos\frac{2\pi a X}{\lambda D}\cos 2\pi\frac{\alpha a}{\lambda}\Big)$$



4 - Le contraste de la figure d'interférence est donc donné par

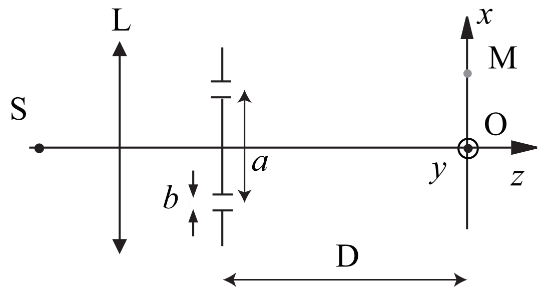
$$\boxed{\mathcal{C} = |\cos \in\pi\frac{\alpha\dashv}{\lambda}|}$$

Pour $a = \lambda/4\alpha..3\lambda/4\alpha...$, le contraste est nul donc les franges disparaissent.

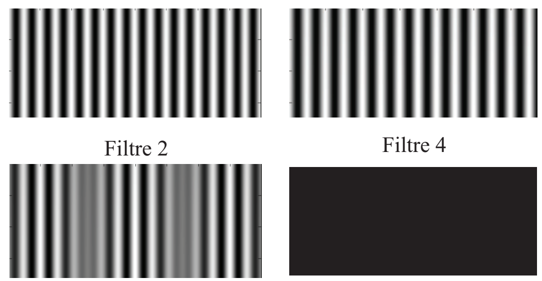
A.N. : $\boxed{\alpha = \lambda/2a = 10.10^{-3} \text{ rad} = 34'23"}$

Exercice 7 *D'après Oral Centrale 15*

Dans l'air dont l'indice sera pris égal 1, On place deux fentes infiniment fines d'écartement a = 0,10 mm et de largeur b = 10 μm à une distance D = 1,00 m d'un écran. Les fentes sont éclairées par une source S inconnue dans le plan focal d'une lentille convergente.



1 - Pour une source monochromatique, calculer le déphasage entre les rayons issus de chacune des fentes arrivant en un point M de l'écran.
2 - En déduire l'intensité lumineuse sur l'écran.
On dispose de 4 filtres quasi-idéaux laissant passer les longueurs suivantes en nanomètres :
• Filtre 1 : $\lambda \in [400 - 500]$; • Filtre 2 : $\lambda \in [500 - 600]$;
• Filtre 3 : $\lambda \in [600 - 700]$; • Filtre 4 : $\lambda \in [700 - 800]$;
Les éclairements lorsque les filtres sont utilisés sont obtenus ci-dessous (les figures ne sont pas à l'échelle).



3 - Déduire de ces courbes les longueurs d'onde présentes dans la source principale.
Données : $\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$

Exercice 7

1 - Le calcul classique de la différence de marche donne : $\delta = ax/\mathrm{D}$. Le déphasage vaut alors :

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{ax}{\lambda\mathrm{D}}$$

2 - En utilisant la formule de Fresnel pour deux ondes de même amplitude :

$$\mathrm{I(M)} = 2\mathrm{I}_0(1+\cos\Delta\phi)$$

3 - Soit $\{\lambda_\mathrm{S}\}$ l'ensemble des longueurs d'onde présentes dans le spectre de S. On déduit des figures suivantes que :

- filtre 1 : $\exists!\lambda_\mathrm{S} \in [400{,}500]$
- filtre 2 : $\exists\lambda_\mathrm{S} \in [500{,}600]$
- filtre 3 : $\exists!\lambda_\mathrm{S} \in [600{,}700]$
- filtre 4 : $\nexists\lambda_\mathrm{S} \in [700{,}800]$

On peut donc proposer un spectre avec deux longueurs d'onde 500 nm et 600 nm compatible avec les observations.

Exercice 8 *D'après Oral Centrale 16*

Une source cylindrique monochromatique éclaire un réseau à N fentes, de pas a. Le faisceau passe après déviation par une lentille, puis arrive sur un écran.

1 - . Où doit-on placer l'écran pour y former les images formées par des rayons parallèles ?

2 - Pourquoi les S_k peuvent-elles être assimilées à N sources cohérentes ?

3 - Calculer le déphasage de S_k par rapport à S_1.

4 - On suppose que l'intensité lumineuse ne dépend pas de l'angle de déviation θ, exprimer $\mathrm{I}(\theta)$. On se placera dans les conditions de Gauss.

5 - Tracer l'allure de $\mathrm{I}(\theta)$. Déterminer la demi largeur du pic central.

On utilise désormais une source composée de deux longueur d'ondes. On admet le critère de Rayleigh : les images de deux objets sont distinctes si le maximum d'intensité pour l'une correspond au moins au premier minimum d'intensité pour l'autre.

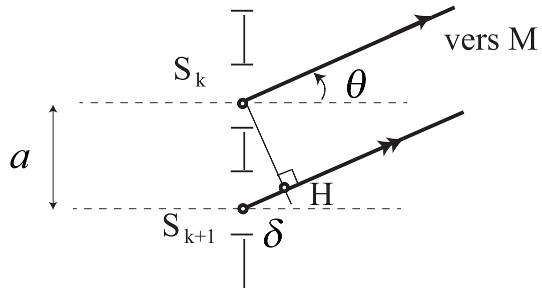
6 - Exprimer la résolution $\mathrm{R} = \frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1}$ en fonction de N.

Exercice 8

1 - Pour former les interférences, il faut placer l'écran dans le plan focal d'une lentille convergente.

2 - Chaque fente est considérée comme une source en raison de la diffraction. Elles sont cohérentes entre elles car issue d'une même source monochromatique.

3 - Effectuons un tracé des rayons.



Les différentes sources étant éclairées en incidence normale sont en phase. La différence de marche entre deux fentes consécutives est :

$$\delta = (\mathrm{S}_{k+1}\mathrm{M}) - (\mathrm{S}_k\mathrm{M})$$

Soit M le point d'observation, appliquons le théorème de Malus et le principe du retour inverse de la lumière, on en déduit que

$$(\mathrm{MS}_k) = (\mathrm{MH})$$

On en déduit que :

$$\delta = (\mathrm{S}_{k+1}\mathrm{H}) = a\sin\theta$$

Par récurrence triviale, le déphasage entre S_k et S_0 vaut :

$$\Delta\Phi_k = k2\pi\delta/\lambda = \frac{2\pi ka\sin\theta}{\lambda}$$

4 - Par définition, notons la vibration lumineuse :

$$\underline{s}_k(\mathrm{M},t) = \mathrm{A}e^{i(\omega t - \Delta\Phi_k)}$$

L'intensité lumineuse vaut alors :

$$\begin{aligned}
\mathrm{I(M)} &= \frac{1}{2}|\sum_{k=0} \mathrm{N}-1\underline{s}_k(\mathrm{M},t)|^2 \\
& \frac{\mathrm{A}^2}{2}|\sum_{k=0} \mathrm{N}-1 e^{-i(k-1)2\pi\delta/\lambda}|^2 \\
& \frac{\mathrm{A}^2}{2}|\sum_{k=0} \mathrm{N}-1 (e^{-i2\pi\delta/\lambda})^k|^2
\end{aligned}$$

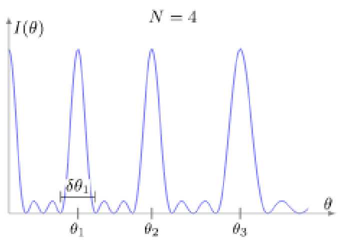
On reconnaît la somme d'une suite géométrique. On en déduit que :

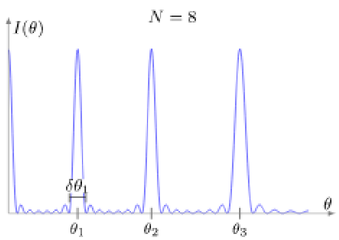
$$\mathrm{I(M)} = \frac{\mathrm{A}^2}{2}\left|\frac{1-e^{-i2\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}}{1-e^{-i2\pi\delta/\lambda}}\right|^2$$

En factorisant par l'arc moitié, il vient :

$$\begin{aligned}
\mathrm{I(M)} &= \frac{\mathrm{A}^2}{2}\left|\frac{e^{-i\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}}{e^{-i\pi\delta/\lambda}}\frac{e^{i\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}-e^{-i\mathrm{N}\pi\delta/\lambda}}{e^{i\pi\delta/\lambda}-e^{-i\pi\delta/\lambda}}\right|^2 \\
&= \frac{\mathrm{A}^2}{2}\left|\frac{\sin(\mathrm{N}\pi\delta/\lambda)}{\sin\pi\delta/\lambda}\right|^2 \\
&= \frac{\mathrm{A}^2}{2}\frac{\sin^2(\mathrm{N}\pi a\sin\theta/\lambda)}{\sin^2\pi a\sin\theta/\lambda}
\end{aligned}$$

5 - On attend la figure suivante.





La largeur du demi pic central vérifie :

$$\Delta\Phi = 2\mathrm{N}\pi \quad \text{soit} \quad \sin\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{\mathrm{N}a}$$

6 - Il faut que pour $\theta_{1/2}$ d'une longueur d'onde λ_1, on observe un pic pour la seconde longueur d'onde λ_2. On peut donc écrire :

$$a\sin\theta_{1/2} = \lambda_2 = a\times\frac{\lambda_1}{\mathrm{N}a}$$

Ainsi la résolution devient :

$$\mathrm{R} = \frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{1}{\mathrm{N}}$$

Exercice 9 *D'après CCP 14*

On considère un réseau de diffraction par transmission de pas a, éclairé par une lumière de longueur d'onde λ.

1 - Rappeler le principe d'un goniomètre. Faire un schéma avec le tracé de 3 rayons.

On note θ_i l'angle d'incidence et θ_d l'angle à la sortie.

2 - Déterminer la différence de marche ? entre deux rayons passant par deux fentes consécutives.

3 - En déduire la formule des réseaux reliant θ_i, θ_d, λ, a et l'ordre k.

On étudie avec le goniomètre le doublet du sodium : $\lambda_1 = 589{,}0$ nm et $\lambda_2 = 589{,}6$ nm. On repère la normale pour une position de la lunette de $\theta_0 = 110°00'$. La direction incidente correspond à une position de $\theta_1 = 90°07'$ de la lunette, et le deuxième ordre pour λ_1 à $\theta_{\lambda_1,2} = 132°47'$.

4 - Déterminer θ_i et $\theta_{d,2}$pour λ_1.

5 - En déduire a.

6 - Déterminer $\theta_{d,2}$ pour λ_2. Commenter. Que faut il faire pour observer le doublet du sodium ?

Exercice 9

1 - Un goniomètre permet de mesurer précisément les angles de déviation d'un faisceau lumineux traversant par exemple un réseau.

2 - En appliquant le théorème de Malus, entre deux rayons qui interfèrent, la différence de marche est donnée par :

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = a\sin\theta_d - a\sin\theta_i$$

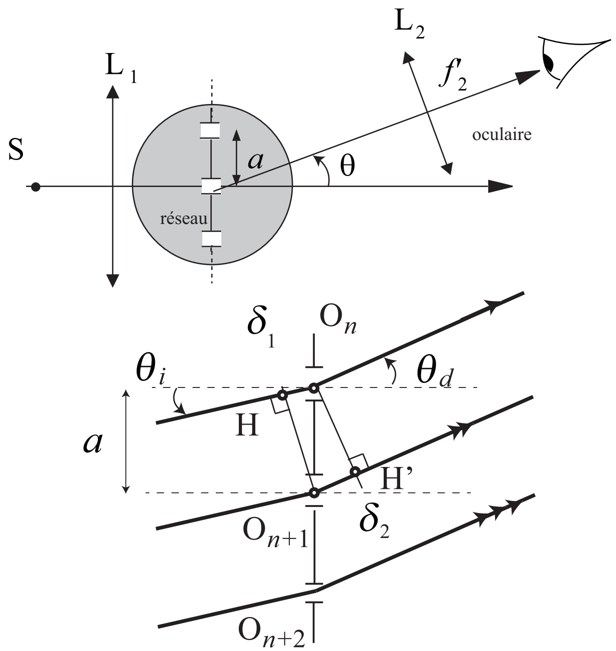


Figure 1 – Montage expérimental d'un réseau et tracé de rayons

3 - Les interférences sont constructives si la différences de marche est un multiple entier de la longueur d'onde. On obtient alors :

$$a\sin\theta_d - a\sin\theta_i = k\lambda$$

4 - D'après le schéma effectué, l'angle d'incidence est obtenu en faisant la différence :

$$\theta_i = \theta_0 - \theta_1 = 19°53'$$

De même :

$$\theta_{d,2} = \theta_{\lambda_1,2} - \theta_0 = 22°47'$$

5 - Le pas du réseau s'obtient en inversant la formule précédente :

$$a = \frac{2\lambda}{\sin\theta_{d,2} - \sin\theta_i}$$

Avec les valeurs précédentes, on obtient :

$$a \approx 25{,}0\ \mu\text{m} \quad \text{soit} \quad n = \frac{1}{a}$$

6 - En réutilisant la formule des réseaux avec λ_2, on obtient :

$$a\sin\theta_{d,2} - a\sin\theta_i = 2\lambda_2$$

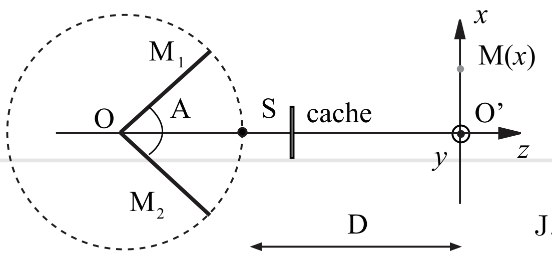
$$\theta_{d,2} = \arcsin\frac{2\lambda + a\sin\theta_i}{a} = 22{,}77° = 22°46'$$

L'écart avec λ_1 est trop faible pour que l'on puisse le mesurer. Il faudrait utiliser un réseau avec un pas plus petit.

Pour performer

Exercice 10 *D'après Oral Mines 11*

On considère deux miroirs M_1 et M_2,éclairés par une source ponctuelle S monochromatique situé sur la mé-



diane des deux miroirs a une distance R de O. On note $A = \pi/2 - 2\varepsilon$ l'angle entre les deux miroirs. Un cache de petite taille empêche la source S d'éclairer directement l'écran.

1 - Donner l'image d'un point M' du point M par un miroir plan.

2 - Donner la position des sources S_1 et S_2 virtuelles. S_1 étant l'image de la source S réfléchie sur le miroir M_1 puis sur le miroir M_2 et S_2 étant l'image de la source S réfléchie sur le miroir M_2 puis sur le miroir M_1.

3 - Montrer que la distance entre les deux sources vaut $8\varepsilon R$.

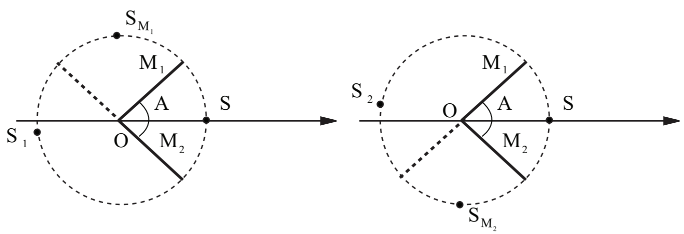
4 - Justifier la présence d'interférences et donner la zone d'interférence.

5 - Donner l'interfrange i et donner le nombre d'interfrange visible.

Exercice 10

1 - L'image d'un point A est symétrique par rapport au miroir plan.

2 - Effectuons la construction permettant de déterminer la position des sources secondaires.



L'angle SOM_1 vaut $\pi/4 + \varepsilon$, on en déduit que

$$\widehat{SOS_{M_1}} = \pi/2 + 2\varepsilon \quad \text{soit} \quad \widehat{M_2OS_{M_1}} = \pi/2 + 2\varepsilon + \pi/4 + \varepsilon = 3\pi/4 + 3\varepsilon$$

Ainsi, $\widehat{S_1OM_2} = 3\pi/4 + 3\varepsilon$ soit $\widehat{SOS_1} = \widehat{S_1OM_2} - (\pi/4 + \varepsilon) = \pi + 2\varepsilon$

Un raisonnement identique conduit à

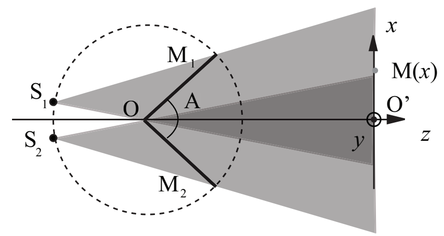
$$\widehat{SOS_1} = \pi - 2\varepsilon$$

3 - Dans le triangle isocèle S_1OS_2, la distance S_1S_2 vaut au premier ordre en ε :

$$S_1S_2 = 2R\tan 2\varepsilon \approx 4\varepsilon R$$

4 - Les deux sources secondaires S_1 et S_2 sont cohérentes puisqu'issues de la même source S. De plus, elles sont monochromatiques, on en déduit qu'il y aura des interférences dans la zone de recouvrement des éclairements. Cette zone est un cône de sommet O et d'angle 4ε. La taille de la figure d'interférence sur l'écran est donc de

$$L = OO' \times 4\varepsilon = 4\varepsilon(D + R)$$



5 - La différence de marche entre les deux sources en un point M de l'écran est donnée par

$$\delta = \frac{4\varepsilon R x}{D + 2R}$$

D'après la formule de l'éclairement pour des interférences à deux ondes de même amplitude :

$$\mathcal{E}(\S) = \in\mathcal{E}_{\prime}(\infty + \cos \in\pi \frac{\triangle\varepsilon\mathcal{R}\S}{\lambda(\mathcal{D} + \in\mathcal{R})})$$

Par identification de la période spatiale, on en conclut que

$$\boxed{i = \frac{\lambda(D + 2R)}{4\varepsilon R}}$$

Le nombre d'interfrange visible est donc de

$$\boxed{N = \frac{L}{i} = 16\varepsilon^2 \frac{R(D + R)}{\lambda(D + 2R)}}$$