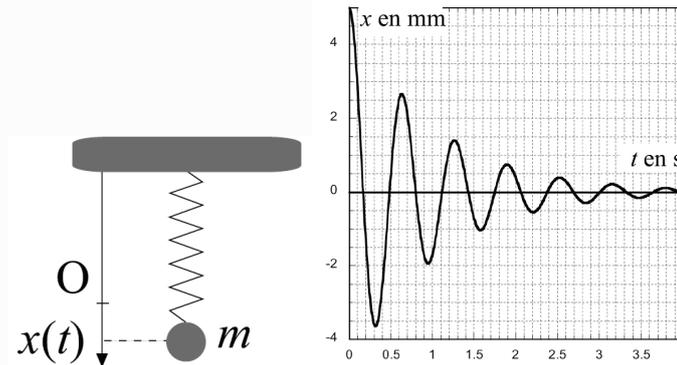


# I. Mise en équation

## 1 - Ressort vertical

### Exemple 1 :

On considère une masse  $m$  suspendue à un ressort vertical. On suppose que les oscillations sont amorties par une force de frottement fluide  $\vec{F} = -f\vec{v}$  où  $\vec{v}$  est la vitesse de la masse  $m$  et  $f$  un coefficient de frottement positif. On repère la position de la masse par son élongation  $x$  par rapport à sa position d'équilibre. Ainsi par définition  $x = 0$  à l'équilibre.



On abaisse la masse d'une grandeur  $x_0$  puis on la lâche sans vitesse initiale. La figure suivante donne l'évolution de  $x$  en fonction du temps  $t$ .

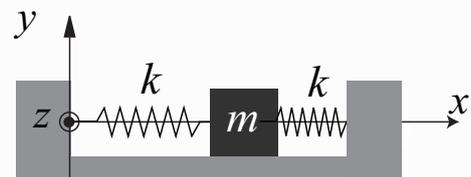
- 1 - Déterminer la longueur du ressort  $\ell_{eq}$  à l'équilibre.
- 2 - Donner l'équation différentielle vérifiée par la position  $x$  de la masse  $m$ . On posera  $\lambda = f/2m$  et  $\omega_0^2 = k/m$ .
- 3 - Au vue de la courbe ci-dessus, quelle relation doit vérifier  $\lambda$  et  $\omega_0$ . Quel est le régime observé.

## 2 - double ressort

### Exemple 2 :

On considère une masse  $m$  accrochée à deux ressorts identiques de longueur à vide  $\ell_0$  et de constante de raideur  $k$ . On repère la position de la masse par son élongation  $x$  par rapport à sa position d'équilibre. Ainsi par définition  $x = 0$  à l'équilibre.

- 1 - Donner l'équation différentielle vérifiée par la position  $x$  de la masse  $m$  si pour  $x = 0$ , les longueurs des ressorts sont  $\ell_0$ . On posera  $\omega_0^2 = 2k/m$ .
- 2 - Comment est modifiée l'équation si les ressorts sont étirés ?
- 3 - Que vaut la fréquence d'oscillations pour des ressorts de constante de raideur différentes  $k_1$  et  $k_2$ .



### Exemple 3 :

Un sismomètre est constituée d'une tige CD de cuivre de masse  $m$  et de longueur  $L$  est suspendue par ses deux extrémités à deux ressorts identiques de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . Le courant électrique peut circuler à travers les ressorts et le « plafond » générant une force de frottement  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$  en présence d'un champ magnétique. On suppose que le plafond est animé d'un mouvement d'oscillations d'amplitude  $u(t) = U_0 \cos \omega t$  par rapport au sol.

1 - Le système est au repos déterminer la longueur des ressorts.

On placera l'origine de l'axe ( $Oz$ ) au niveau de la barre quand elle est à l'équilibre.

2 - Déterminer l'équation vérifiée par  $z(t)$ . On posera  $\alpha/m = 2\zeta\omega_0$  et  $2k/m = \omega_0^2$

