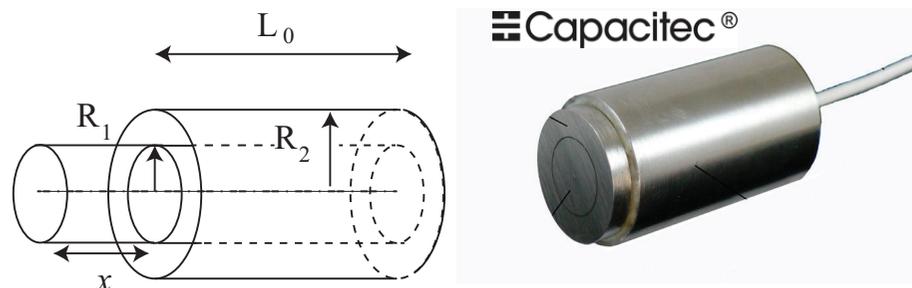


DS 3

I. Electrostatique

On considère un capteur de position capacitif formé de deux armatures cylindriques coaxiales de rayons respectifs R_1 et R_2 et de longueur L_0 séparées par de l'air (cf. figure ci-dessous). L'armature interne porte une charge $-Q$ et l'externe une charge $+Q$ réparties uniformément sur les surfaces. L'armature intérieure est mobile, on note x son déplacement. On supposera $x \ll L_0$ et $R_2 \ll L_0$.



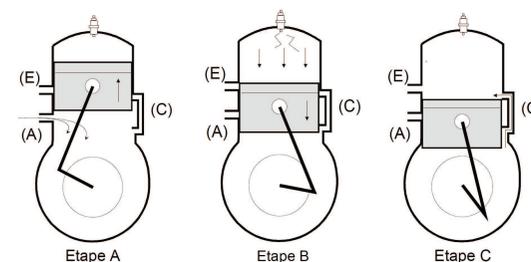
- **Q 1** - Quel est le système de coordonnées spatiales le plus adapté ici ?
- **Q 2** - Déterminer, en le justifiant, la direction et le sens du champ électrostatique ainsi que les coordonnées dont dépend son module.
- **Q 3** - Par application du théorème de Gauss, déterminer le champ en tout point de l'espace en fonction de Q et des données. On explicitera :

$$E(r < R_1), \quad E(R_1 < r < R_2) \quad \text{et} \quad E(r > R_2)$$

- **Q 4** - En déduire le potentiel électrostatique $V(r)$ (on impose $V(R_1) = 0$) puis la différence de potentiel U entre l'armature externe et l'armature interne.
- **Q 5** - En déduire la capacité C_0 du condensateur dans le cas où $x = 0$.
- **Q 6** - Lorsque l'armature intérieure est déplacée d'une distance x , déterminer l'expression littérale de la capacité $C(x)$ en fonction de C_0 , L_0 et x .
- **Q 7** - Justifier alors que l'on puisse utiliser le dispositif comme capteur de position.

$$\text{Données : } \vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

II. Moteur ditherme



Le principe de fonctionnement d'un moteur deux temps est le suivant :

- étape A : admission dans le carter du mélange par une " lumière " notée (A) et début de la compression dans le haut du cylindre d'une autre partie du mélange ;
- étape B : fin de la compression de la partie du gaz située dans le carter et explosion puis détente dans le haut du cylindre ;
- étape C : transfert entre le carter et le cylindre par une deuxième " lumière ", notée (C) pendant que s'échappent les gaz brûlés par une troisième " lumière " (E) ;
- la partie supérieure du cylindre a un volume compris entre V_{\min} et V_{\max} .

Le cycle thermodynamique décrit par le mélange gazeux dans le cylindre est modélisé par un cycle représenté ci-après.

Le taux de compression volumétrique est noté : $a = V_{\max}/V_{\min}$. La notice technique du motoriste indique les informations suivantes :

- vitesse maximale : 50 km.h⁻¹ ;
- vitesse angulaire maximale du vilebrequin : 6500 tours.min⁻¹ ;
- puissance maximale : 2,40kW ;

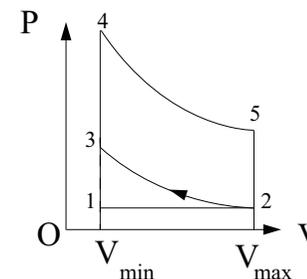


FIGURE 1 – Cycle ^{JB}de Beau de Rochas

- cylindrée : $V_{\max} - V_{\min} = 49,2 \text{ cm}^3$;
- course du piston : 39,3 mm.

Le rendement du moteur s'exprime simplement par la relation : $\eta = 1 - a^{1-\gamma}$. Le mélange gazeux, composé en majorité d'air, est considéré comme un gaz parfait de masse molaire 29 g.mol^{-1} pour lequel $\gamma = 1,4$. Les coordonnées thermodynamiques du point 2 du cycle sont : $T_2 = 300 \text{ K}$; $P_2 = 10^5 \text{ Pa}$. La constante des gaz parfaits est $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1 - Modélisation d'un moteur

- Q 8** - Le diagramme représentant le cycle thermodynamique renseigne-t-il sur le caractère moteur de la machine étudiée ?
- Q 9** - Identifier les différentes étapes décrites (A,B,et C) sur le cycle (points 1 à 5)
- Q 10** - Pourquoi ce moteur à explosion est-il considéré comme un moteur à deux temps ?
- Q 11** - Lorsque le scooter roule à vitesse maximale avec un vilebrequin tournant lui aussi à sa vitesse maximale, calculer la durée d'un cycle moteur.
- Q 12** - En déduire la vitesse moyenne du piston sur un cycle.
- Q 13** - Aux températures moyennes du mélange gazeux, la vitesse quadratique moyenne des molécules est de l'ordre de 500 m.s^{-1} . En déduire une caractéristique des évolutions 2 - 3 et 4 - 5.

2 - Rendement d'un moteur 2 temps idéalisé

- Q 14** - Identifier sur le diagramme, les transformations où se déroulent les transferts thermiques avec la source chaude et la source froide notés Q_C et Q_F .
- Q 15** - Déterminer les valeurs des transferts thermiques Q_C et Q_F en fonction des températures T_2 , T_3 , T_4 et T_5 .
- Q 16** - Quelles relations existent entre les température T_4 , T_5 , T_2 , T_3 et a .
- Q 17** - À partir des résultats précédentes, retrouver l'expression du rendement en fonction de a .

3 - Consommation

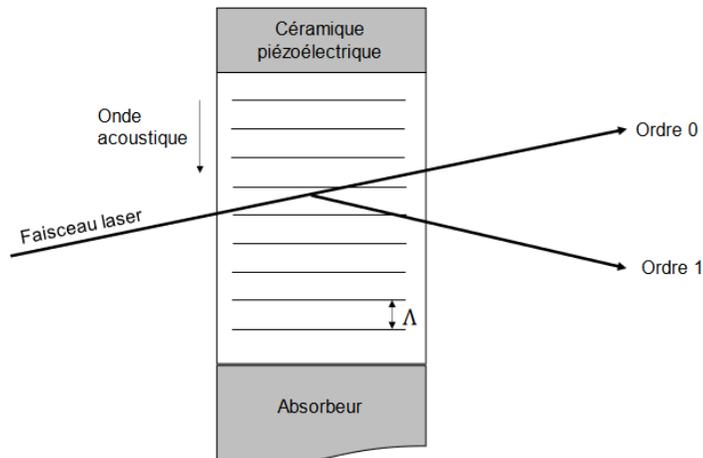
Le pouvoir calorifique, noté q , supposé indépendant de la température, correspond à la chaleur libérée par la combustion d'un volume unitaire d'essence : $q = 30 \text{ kJ.cm}^{-3}$.

- Q 18** - La pression en fin de compression s'élève à 6.10^5 Pa . En déduire la valeur numérique du taux de compression volumétrique.
- Q 19** - Exprimer la puissance du moteur en fonction du travail effectué sur un cycle de la durée d'un cycle.
- Q 20** - Pour un rendement de 0,4, calculer la chaleur libérée par la combustion à chaque cycle, lorsque le scooter roule à sa vitesse maximale et à son régime de puissance maximale.
- Q 21** - En déduire le débit d'essence en $\text{cm}^3.\text{s}^{-1}$ puis en L pour 100km.

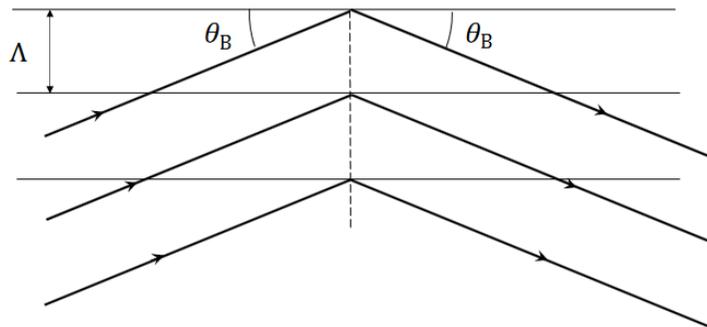
III. Optique Physique

D'après CCinP 22

La mesure de l'intensité de la lumière diffusée par la particule permet de déterminer la norme de la composante de sa vitesse selon la direction perpendiculaire aux franges, mais pas son signe. Une cellule de Bragg (représentée ci-dessous) est constituée d'une céramique piézoélectrique qui émet des ondes planes acoustiques de fréquence $f_S = 40\text{MHz}$, se propageant à la célérité $c_S = 4130 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans un cristal de phosphore de gallium GaP. La périodicité de l'onde acoustique forme un réseau de pas Λ , longueur d'onde de l'onde acoustique, sur lequel le faisceau laser peut venir se diffracter par un effet acousto-optique.



Pour modéliser la diffraction du faisceau laser par l'onde acoustique, on considère que les plans d'ondes de l'onde acoustique se comportent comme des miroirs semi-réfléchissants. On assimile le faisceau laser à un ensemble de rayons parallèles se réfléchissant sur ces plans, en négligeant les réflexions multiples (**figure 12**).



□ **Q 22** - L'indice optique du phosphore de gallium GaP est $n_{\text{GaP}} = 3,32$. Calculer la longueur d'onde λ du laser dans le phosphore de gallium en fonction de λ_0 .

□ **Q 23** - L'ordre 1 du réseau correspond à un angle d'incidence θ_B , appelé angle de Bragg, tel que deux rayons se réfléchissant sur des plans successifs ont une différence de marche égale à une longueur d'onde dans le vide λ_0 .

Déterminer l'expression de l'angle de Bragg en fonction de λ, c_s et f_s . Faire l'application numérique.

La propriété remarquable d'une cellule de Bragg est qu'elle modifie la fréquence de l'onde laser lors de sa réflexion sur le réseau acoustique. Cet effet s'interprète en introduisant la notion de phonon, qui est une particule associée à l'onde acoustique, au même titre que le photon est une particule associée à une onde lumineuse. Les expressions de l'énergie et de la quantité de mouvement d'un phonon en fonction de la fréquence et de la longueur d'onde de l'onde acoustique ont la même forme que celles du photon.

La réflexion du laser sur le réseau à l'angle de Bragg s'envisage alors de la façon suivante : un photon du laser d'énergie E_L et de quantité de mouvement \vec{p}_L absorbe un phonon de l'onde acoustique, d'énergie E_S et de quantité de mouvement \vec{p}_S : après absorption, le photon du laser a acquis une énergie E'_L et une quantité de mouvement \vec{p}'_L (**figure 13**).

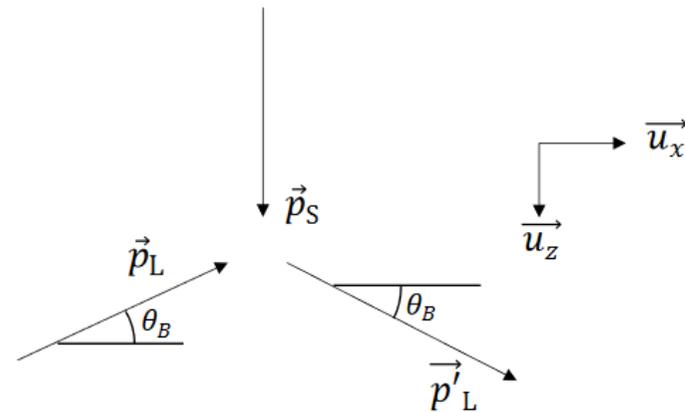


figure 13

□ **Q 24** - En traduisant la conservation de l'énergie lors de l'absorption du phonon par le photon du laser, montrer que la fréquence f'_L du laser après réflexion est égale à $f_L + f_s$.

□ **Q 25** - En traduisant la conservation du vecteur quantité de mouvement lors de l'absorption du phonon, montrer qu'on peut retrouver l'expression de l'angle

de Bragg établie précédemment. Comme $f_S \ll f_L$, on négligera la variation de longueur d'onde du photon avant et après absorption du phonon.

En introduisant une cellule de Bragg sur le trajet du premier faisceau laser, on modifie la fréquence de ce faisceau. Ainsi, deux ondes lumineuses de fréquences f'_L et f_L interfèrent au croisement des deux faisceaux (**figure 9**). Un calcul permet de montrer que l'éclairement en un point M de la zone d'interférences a pour expression :

$$\varepsilon(M, t) = 2\varepsilon_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda_0} \sin \alpha \left(y + \frac{\lambda_0 f_S}{2 \sin \alpha} t \right) \right) \right]$$

□ **Q 26** - Montrer que les franges défilent à une vitesse v_{franges} dont on donnera l'expression. Préciser dans quel sens ces franges défilent.

□ **Q 27** - Expliquer comment le défilement de ces franges permet de déterminer le sens de parcours d'une particule d'ensemencement à travers la zone d'interférences.

D'après Mines Ponts 2022

L'appareil utilisé est constitué (voir la figure suivante) d'une lame séparatrice S semi-réfléchissante et d'une lame dite compensatrice C, parallèle à la précédente, de même épaisseur et de même indice optique. Ces deux lames sont toutes deux parallèles au plan (Ouz) où l'axe (Ou) est la première bissectrice des axes (Oy) et (Ox) qui sont orthogonaux aux miroirs plans M_f (fixe) et M_m (mobile le long de (Ox) à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$).

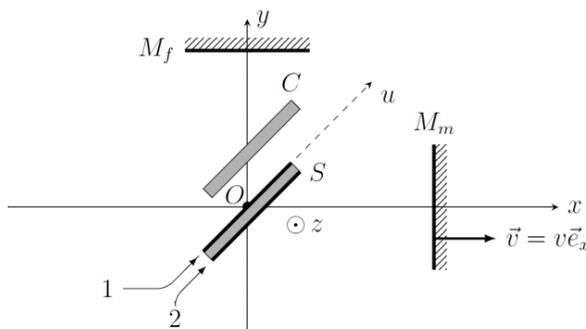


FIGURE 2 – Interféromètre de Michelson

□ **Q 28** - Expliquez, au moyen d'un schéma, le rôle de la lame (C). Précisez en particulier, dans le cas de la figure proposée, si la face réfléchissante de la lame (S) est la face supérieure (1) ou la face inférieure (2).

□ **Q 29** - L'appareil est éclairé par une source de lumière étendue. Quelle est la nature des franges ? Où peut-on les observer ?

□ **Q 30** - On utilise une source monochromatique de longueur d'onde λ_0 . On choisit l'instant $t = 0$ au moment du contact optique et on note I_0 l'intensité lumineuse totale en sortie de l'appareil sur l'axe (Oy) lorsqu'un des deux miroirs est obstrué. Exprimer, en fonction de I_0 , λ_0 , v et t , l'intensité $I(t)$ observée sur cet axe lorsque les deux miroirs sont éclairés.

En 1892, Michelson installe, au bureau international des poids et mesures (BIPM) de Sèvres, un interféromètre identique à celui décrit ci-dessus pour rechercher parmi les lampes spectrales connues (hydrogène, cadmium, etc.), celle qui présenterait la meilleure monochromaticité et établir ainsi un étalon de longueur optique.

On éclaire maintenant l'appareil décrit ci-dessus au moyen d'une source bichromatique émettant deux raies de longueurs d'onde voisines, de longueurs d'onde $\lambda_1 = \lambda_0$ et $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda$ et d'intensités I_1 et $I_2 < I_1$.

□ **Q 31** - En admettant que $\Delta\lambda \ll \lambda_0$, montrer que l'intensité lumineuse au centre de la figure d'interférence peut s'écrire sous la forme :

$$I(t) = 2I_1 + 2I_2 + a(t) \cos \left(\frac{4\pi vt}{\lambda_0} + \phi \right)$$

On explicitera les valeurs de a et ϕ en utilisant la relation suivante : pour $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $\theta_1 \in \mathbb{R}$ et $\theta_2 \in \mathbb{R}$:

$$a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_2 = a \cos \left[\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} + \phi \right]$$

avec

$$a = (a_1 + a_2) \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}} \quad \text{et} \quad m = \frac{2\sqrt{a_1 a_2}}{a_1 + a_2}$$

$$\text{et} \quad \tan \phi = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \tan \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$

□ **Q 32** - En déduire que l'expression du contraste du signal reçu au centre de la figure s'écrit de la manière suivante :

$$C(t) = \sqrt{1 - \frac{4I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2} \sin^2 \left(2\pi vt \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right)}$$

puis calculer les contrastes maximal et minimal en fonction de I_2 et I_1 .

□ **Q 33** - Réalisant la mesure du spectre de cette raie, Michelson a observé, en déplaçant le miroir mobile d'une longueur $\Delta x = 8,5 \text{ mm}$ depuis le contact optique, une diminution progressive du contraste qui atteint alors sa valeur minimale $C_{min} = 15\%$. En déduire I_2/I_1 puis la valeur de $\Delta\lambda/\lambda_0$, avec $\lambda_0 = 656 \text{ nm}$.

La structure fine de la raie rouge ainsi observée n'a pu être expliquée qu'avec le développement ultérieur de la mécanique quantique pour le calcul du spectre détaillé des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

IV. E-pH

D'après Centrale 18

La figure suivante donne le diagramme potentiel-pH de l'élément chlore. Les espèces considérées, qui sont toutes en solution, sont $\text{Cl}_{2(aq)}$, $\text{Cl}_{(aq)}^-$, $\text{HClO}_{(aq)}$ et $\text{ClO}_{(aq)}^-$.

La concentration de tracé est $c = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$. Les frontières entre deux espèces ont été calculées en traduisant l'égalité des concentrations molaires en élément chlore de chaque espèce sur la frontière, la somme de ces concentrations étant égale à c .

□ **Q 34** - Justifier que les espèces A, B, C et D sont respectivement $\text{Cl}_{(aq)}^-$, $\text{Cl}_{2(aq)}$, $\text{HClO}_{(aq)}$ et $\text{ClO}_{(aq)}^-$.

□ **Q 35** - Déterminer le pK_a du couple HClO/ClO^- .

□ **Q 36** - Déterminer le potentiel standard du couple B/A.

□ **Q 37** - Écrire la demi-équation redox entre les espèces A et C.

□ **Q 38** - Déterminer la pente de la frontière C/A et en effectuer la vérification graphique.

□ **Q 39** - Déterminer le potentiel standard du couple C/A.

On considère les espèces H_2O , $\text{O}_{2(g)}$ et $\text{H}_{2(g)}$. La pression de tracé est fixée à 1 bar et la concentration de tracé à $1,0 \text{ mol.L}^{-1}$.

□ **Q 40** - Donner les équations de la frontière $\text{O}_{2(g)}/\text{H}_2\text{O}$ et de la frontière $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_{2(g)}$.

□ **Q 41** - Tracer le diagramme potentiel-pH de l'eau superposé à celui du chlore aqueux. Quels commentaires pouvez-vous formuler sur la stabilité de

$\text{Cl}_{2(aq)}$?

Données à 298 K :

- Potentiel standard du couple $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$: $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$
- Potentiel standard du couple $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$: $E^\circ(\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2) = 0 \text{ V}$

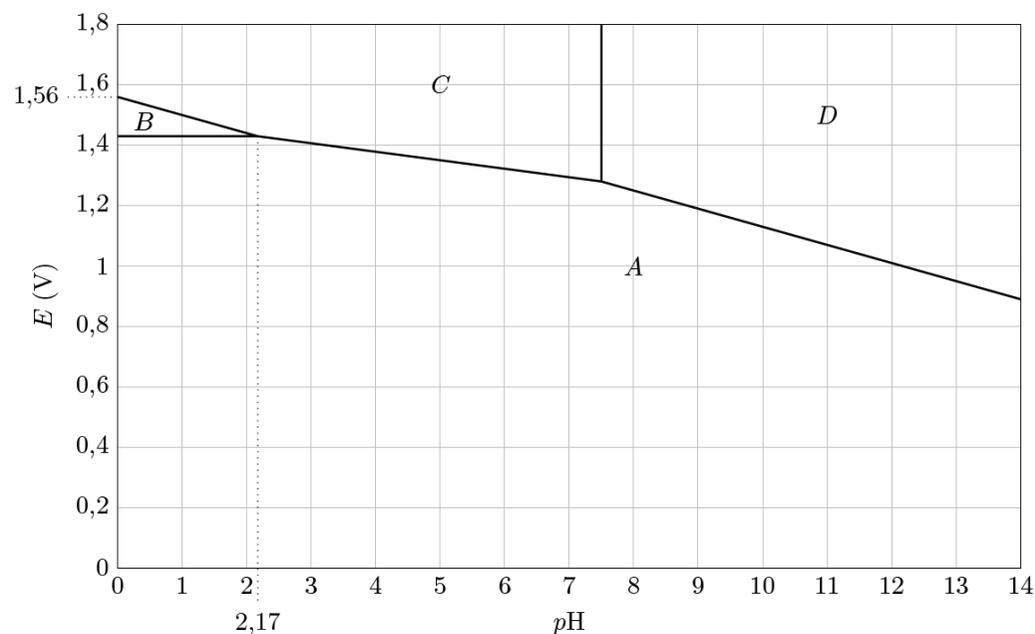


FIGURE 3 – Diagramme $E = f(\text{pH})$ du chlore

I. Electrostatique

□ **Q 1** - On utilisera ici les coordonnées cylindriques $(0, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

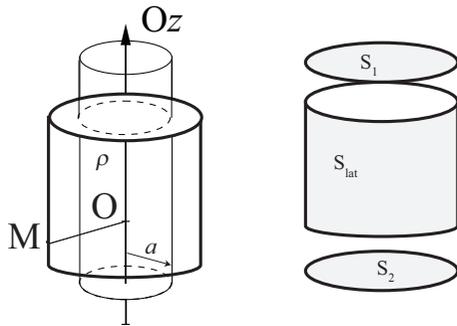
□ **Q 2** - La distribution de charge étant invariante par rotation autour de Oz , le champ électrique ne dépend pas de cette coordonnée θ . Pour supposer que la distribution de charge est invariante par translation selon Oz , il faut négliger les effets de bord, cette hypothèse est licite avec $L \gg R_1$. Dans ce cas, on en déduit que le champ électrique ne dépend pas de z .

$$\vec{E}(r, \theta, z) = \vec{E}(r)$$

Par ailleurs, les plans $(M \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ $(M \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ sont plans de symétrie pour la distribution de charges, on en déduit que

$$\vec{E}(r) = E(r) \vec{e}_r$$

□ **Q 3** - Considérons une surface de Gauss cylindrique de même axe que le cylindre chargé, de rayon r et de hauteur L_0 . Décomposons la surface de Gauss en trois parties : S_1 , S_2 et S_{lat}



Le champ étant radial, le flux du champ sur les surfaces S_1 et S_2 sont nuls. Le champ est uniforme sur la surface latérale, son flux vaut

$$\Phi_{S_{lat}}(\vec{E}) = E(r) \times 2\pi r h$$

Le flux sur la surface fermée vaut donc :

$$\Phi_S(\vec{E}) = \iint_{S_1 \cup S_2 \cup S_{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \times 2\pi r h$$

- Cas $r < R_1$.
La charge contenue dans la surface de Gauss est nulle
- Cas $R_1 < r < R_2$.
La charge contenue dans la surface de Gauss vaut $-Q$
- Cas $r > R_2$.
La charge contenue dans la surface de Gauss s'annule :

$$Q_{int} = +Q - Q = 0$$

L'application du théorème de Gauss s'écrit

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

On peut donc conclure que

$$E(r) = \frac{-Q}{2\pi\epsilon_0 r L_0} \text{ si } R_1 < r < R_2$$

$$E(r) = 0 \text{ sinon}$$

□ **Q 4** - D'après la relation $\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$, on en déduit que

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

L'équation vérifiée par le potentiel pour $R_1 < r < R_2$ est donc :

$$\frac{dV}{dr} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L_0 r} \text{ soit } V(r) = \frac{Q}{\epsilon_0 L_0} \ln r + C^{te}$$

En utilisant la condition limite $V(R_1) = 0$, on obtient :

$$V(r) = \frac{Q}{\epsilon_0 L_0} \ln \frac{r}{R_1}$$

En utilisant la condition limite $V(R_2) = U$, on obtient :

$$U = V_2 - V_1 = \frac{Q}{\epsilon_0 L_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

□ **Q 5** - La capacité d'un condensateur est donnée par

$$C_0 = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{2\pi L_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

□ **Q 6** - Lorsque l'armature interne est déplacée de x , la longueur des cylindres en regard devient : $L = L_0 - x$,

d'où
$$C = \varepsilon_0 \frac{2\pi L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} = C_0 \frac{L_0 - x}{L_0}$$

□ **Q 7** - On obtient ainsi une capacité qui dépend linéairement du déplacement. La mesure de C (par une mesure de fréquence de résonance d'un circuit RLC) permet de remonter à la position.

II. Moteur ditherme

1 - Rendement d'un moteur

□ **Q 8** - Le cycle est parcouru dans le sens horaire, il s'agit d'une matrice motrice.

□ **Q 9** - L'étape A correspond pour une partie du gaz à la transformation 12 et pour celle dans la partie haute du cylindre à l'étape 23.

L'étape B correspond à la transformation 34 puis 45.

L'étape C correspond à la transformation 52 pour le gaz de la partie haute et 21 pour la partie basse.

□ **Q 10** - Ce moteur est considéré comme un moteur 2 temps car l'admission s'effectue en même temps que l'échappement.

□ **Q 11** - La vitesse angulaire maximale est de 6500 tours par minute. Un tour correspond à un cycle complet

d'où
$$t_{cycle} = \frac{60}{6500} = 9,2 \text{ ms}$$

On remarquera que pour un moteur 4 temps, un cycle correspond à 2 tours.

□ **Q 12** - La course du piston est de 39,3 mm. Il parcourt 2 fois cette distance en un cycle,. On en déduit que

$$v_{moy} = 8,5 \text{ m.s}^{-1}$$

□ **Q 13** - Les transformations peuvent être considérées comme quasistatique puisque les collisions peuvent engendrer l'équilibre mécanique à chaque instant. En l'absence de transfert thermique, elles sont également adiabatique.

2 - Rendement d'un moteur 2 temps idéalisé

□ **Q 14** - Les transferts thermiques se déroulent lors des phases 34 et 52. D'après la description :

$$Q_C = Q_{34} \quad \text{et} \quad Q_F = Q_{52}$$

□ **Q 15** - L'application du premier principe au gaz sur les transformation 34 et 52 donne

$$Q_C = C_V(T_4 - T_3) \quad \text{et} \quad Q_F = C_V(T_2 - T_5)$$

□ **Q 16** - Les transformations 23 et 45 sont adiabatiques réversibles pour un gaz parfait. L'utilisation des lois de Laplace conduit à

$$T_4 = T_5 a^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_2 = T_3 a^{\gamma-1}$$

□ **Q 17** - Par définition le rendement de cette machine est donnée par :

$$\eta = \frac{-W}{Q_C}$$

L'application du premier principe au fluide sur un cycle permet d'écrire :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_C + Q_F$$

On en déduit que :

$$\eta = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

En remplaçant, on obtient :

$$\eta = 1 + \frac{T_2 - T_5}{T_4 - T_3} = 1 + \frac{T_5 - T_2}{T_5 a^{\gamma-1} - T_2 a^{\gamma-1}}$$

d'où

$$\eta = 1 - a^{1-\gamma}$$

3 - Consommation

□ **Q 18** - Le taux de compression volumétrique est défini par

$$a = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$$

Les transformations sont adiabatiques et quasistatiques, on en déduit que l'on peut appliquer les lois de Laplace. Il vient

$$a = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right)^{1/\gamma} = 3,6$$

□ **Q 19** - La puissance maximale est de 2,40kW. On en déduit que d'après la définition de celui-ci

$$W = -\mathcal{P} \cdot t_{\text{cycle}}$$

□ **Q 20** - En utilisant la définition du rendement :

$$\eta = \frac{-W}{Q_C}$$

On en déduit que

$$Q_C = \mathcal{P} \cdot t_{\text{cycle}} / \eta = 55,4 \text{ J}$$

□ **Q 21** - La chaleur libérée par volume d'essence est q , on en déduit que la quantité d'essence d'essence sur un cycle :

$$v_{\text{essence}} = \frac{Q_C}{q}$$

La consommation d'essence est donc donnée par :

$$\text{consommation} = \frac{v_{\text{essence}}}{t_{\text{cycle}}} = \frac{\mathcal{P}}{q\eta} = 0,2 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Exprimons la consommation en L par heure :

$$\text{consommation} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \times 3600 = 0,72 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$$

Le scooter se déplaçant à la vitesse de 50km/h, il mettra deux heures pour effectuer 100 km, on en déduit que

$$\text{consommation} = 2 \times 0,72 = 1,4 \text{ L}/100\text{km}$$

Cette valeur est plus faible qu'une consommation réelle mais du bon ordre de grandeur.

III. Optique Physique

□ **Q 22** - Par définition, dans un milieu d'indice n , la vitesse vaut : $v = c/n$. En utilisant les relations $v = \lambda/T$ et $c = \lambda_0/T$, la longueur d'onde vaut :

$$\lambda = \lambda_0/n = 155 \text{ nm}$$

□ **Q 23** - Il s'agit de la formule des réseaux dans un milieu d'indice n :

$$\delta = 2n\Lambda \sin \theta_B = \lambda_0 \quad \text{soit} \quad \theta_B = \arcsin \frac{\lambda_0}{2\Lambda} = \arcsin \frac{\lambda_0}{2cS/f_s} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

□ **Q 24** - Par conservation de l'énergie, avec $E = hf$:

$$E'_L = E_L + E_S \quad \text{soit} \quad f'_L = f_L + f_S$$

□ **Q 25** - La conservation de la quantité de mouvement s'écrit selon les deux axes :

$$p_L \cos \theta_B = p_L \cos \theta_B \quad \text{et} \quad p_S = 2p_L \sin \theta_B$$

Par définition de la quantité de mouvement : $p_S = h/\Lambda$ et $p_L = h/\lambda$, on en déduit que :

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \sin \theta_B$$

On retrouve bien :

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda}$$

□ **Q 26** - D'après l'expression fournie, on reconnaît un déplacement vers les $y < 0$ à la vitesse $\lambda_0 f_S / 2 \sin \alpha$.

□ **Q 27** - Une particule qui se déplace à une vitesse v dans le référentiel du laboratoire aura donc une vitesse $v \pm v_{frange}$ par rapport aux franges. La fréquences de scintillement sera donc supérieure ou inférieure à celle sans déplacement des franges.

□ **Q 28** - Le rôle de la compensatrice est d'égaliser les épaisseurs de verre traversée afin d'assurer un même chemin optique de part et d'autre de la séparatrice.

La face 1 de la séparatrice est métallisée

□ **Q 29** - Les franges sont des anneaux cobncentriques localisés à l'infini.

□ **Q 30** - En utilisant la formule de Fresnel pour deux ondes de même amplitude :

$$I(t) = 2I_0(1 + \cos 2\pi\delta/\lambda)$$

En partant du contact optique, la distance entre les miroirs est donné par :

$$e(t) = vt$$

Avec $\delta = 2e$, on en déduit que :

$$I(t) = 2I_0(1 + \cos 4\pi vt/\lambda)$$

□ **Q 31** - Les deux vibrations de longueurs d'onde différentes n'interfèrent pas entre elles. On en déduit que :

$$I(t) = 2I_1(1 + \cos 4\pi vt/\lambda_1) + 2I_2(1 + \cos 4\pi vt/\lambda_2)$$

Avec les notations de l'énoncé, $a_1 = 2I_1$, $a_2 = 2I_2$, $\theta_1 = 4\pi vt/\lambda_1$ et $\theta_2 = 4\pi vt/\lambda_2$, on obtient :

$$\begin{aligned} I(t) &= 2I_1 + 2I_2 + 2I_1 \cos 4\pi vt/\lambda_1 + 2I_2 \cos 4\pi vt/\lambda_2 \\ &= 2I_1 + 2I_2 + a \cos \left(2\pi vt(1/\lambda_1 + 1/\lambda_2) + \phi \right) \end{aligned}$$

avec

$$a = 2(I_1 + I_2) \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \left(2\pi vt(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2) \right)} \quad \text{et} \quad m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

et

$$\tan \phi = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \tan \left(2\pi vt(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2) \right)$$

En admettant que $\Delta\lambda \ll \lambda_0$, ces expressions deviennent :

$$I(t) = 2I_1 + 2I_2 + a \cos \left(\frac{4\pi vt}{\lambda_0^2} + \phi \right)$$

$$a = 2(I_1 + I_2) \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi v \Delta\lambda t}{\lambda_0^2} \right)}$$

$$m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

$$\tan \phi = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \tan \frac{2\pi v \Delta\lambda t}{\lambda_0^2}$$

□ **Q 32** - On en déduit les valeurs maximales et minimales de l'intensité lumineuse, en remarquant que le terme $a(t)$ varie plus lentement que le terme $\cos(\theta_1(t) + \theta_2(t))/2$:

$$I_{max} = 2I_1 + 2I_2 + a$$

$$I_{min} = 2I_1 + 2I_2 - a$$

On en déduit que :

$$C(t) = \frac{a}{2I_1 + 2I_2} = \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi v \Delta\lambda t}{\lambda_0^2} \right)}$$

les valeurs extrêmes valent :

$$C_{min} = \sqrt{1 - \frac{4I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2}} = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \quad \text{et} \quad C_{max} = 1$$

□ **Q 33** - En utilisant les valeurs de l'énoncé, posons $X = I_2/I_1$:

$$C_{min} = \frac{1 - X}{1 + X}$$

on obtient :

$$X = \frac{1 - C_{min}}{1 + C_{min}} = 0,74$$

Le premier minimum s'obtient pour

$$2\pi\Delta x\Delta\lambda/\lambda_0^2 = \pi/2 \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{4\Delta x} = 1,9.10^{-5}$$

IV. E-pH

□ **Q 34** - Déterminons les nombres d'oxydation du fer dans les différentes espèces :

espèce	Cl ⁻	Cl ₂	HClO	ClO ⁻
n.o.	-1	0	+I	+I

En disposant les espèces de bas en haut par n.o. croissant et de gauche à droite selon les propriétés acido-basiques, on obtient le diagramme de situation suivant :

HClO	ClO ⁻
Cl ₂	
Cl ⁻	

On attribue donc ensuite chaque domaine en respectant le diagramme de situation :

$$A = \text{Cl}^-, B = \text{Cl}_2, C = \text{HClO} \quad \text{et} \quad D = \text{ClO}^-$$

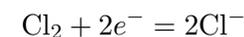
□ **Q 35** - Par convention, à la frontière C/D, les concentrations sont égales, comme :

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{ClO}^-]}{[\text{HClO}]}$$

On en déduit directement :

$$\text{pH} = \text{pKa} = 7,5$$

□ **Q 36** - Écrivons la demi-équation associée :



Le potentiel de Nernst vaut

$$E = E^\circ + 0,03 \log \frac{[\text{Cl}_2]}{[\text{Cl}^-]^2}$$

Sur la frontière, les concentrations vérifient :

$$2[\text{Cl}_2] + [\text{Cl}^-] = c \quad \text{et} \quad 2[\text{Cl}_2] = [\text{Cl}^-]$$

On en déduit que $[\text{Cl}_2] = c/4$ et $[\text{Cl}^-] = c/2$. Ainsi,

$$E = E^\circ + 0,03 \log \frac{1}{c}$$

Par lecture graphique :

$$E = 1,43 \text{ V} = E^\circ + 0,03 \quad \text{soit} \quad E^\circ(\text{Cl}_2/\text{Cl}^-) = 1,40 \text{ V}$$

□ **Q 37** - Écrivons la demi-équation attendue :



□ **Q 38** - Le potentiel de Nernst vaut

$$E = E^\circ + 0,03 \log \frac{[\text{HClO}][\text{H}^+]}{[\text{Cl}^-]} = C^{\text{te}} - 0,03\text{pH}$$

□ **Q 39** - L'égalité des concentrations sur la frontière permet d'avoir l'ordonnée à l'origine $E = E^\circ$. Par lecture graphique en prolongeant la frontière, on lit :

$$E^\circ(\text{HClO}/\text{Cl}^-) = 1,50 \text{ V}$$

□ **Q 40** - Les équations sont :

$$E = 1,23 - 0,06\text{pH} \quad \text{et} \quad E = -0,06\text{pH}$$

Q 41 - Les diagrammes sont disjoints, on en déduit que le chlore aqueux Cl_2 n'est pas stable dans l'eau.