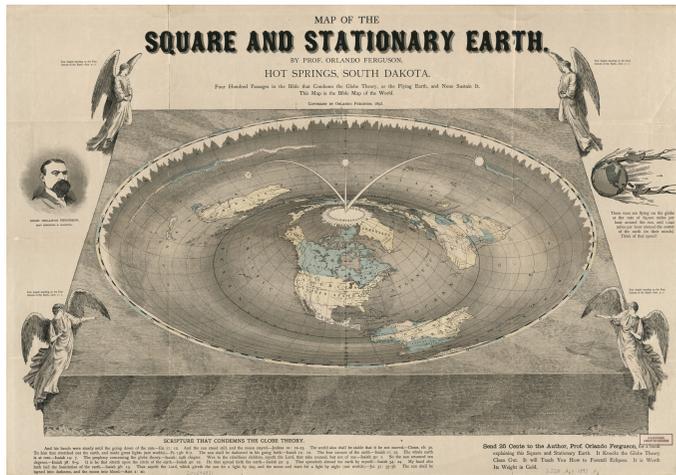


I. Problème ouvert

Le mythe de la Terre plate, vision cosmologique du moyen age, a le plus prospéré aux états unis à la fin du XIX^e siècle notamment en raison des conflits idéologiques lors de la révolution Darwinienne. En 1893, Orlando Ferguson propose un schéma de la Terre conforme à son interprétation de la bible.



En modélisant cette ancienne Terre par une couche plane, déterminer l'épaisseur H pour que le champ gravitationnel à la surface soit identique au champ usuel.

Données :

- accélération de la pesanteur usuelle : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- Rayon de la Terre : $R_T = 6400 \text{ km}$;
- Constante gravitationnelle : $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

II. Optique physique

1 - Etudes préliminaires

Les moyens spectroscopiques conventionnels (spectroscopie à prisme ou à réseau) peuvent se révéler insuffisants quand il s'agit de résoudre un doublet à très faible écart spectral. On peut alors avoir recours à des méthodes interférométriques. Il est question dans cette partie de l'utilisation de l'interféromètre de Michelson.

Le schéma 1 de principe d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air est représenté ci-dessus. On note Ox et Oy deux axes perpendiculaires définissant les directions des deux bras de l'interféromètre. S est une source lumineuse ponctuelle située sur Ox . M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parfaitement réfléchissants, disposés perpendiculairement à Ox en H_1 et respectivement à Oy en H_2 . Le trait incliné à 45° , noté L_s , schématise un groupe de deux lames à faces parallèles. Ce groupe est supposé n'introduire aucune différence de marche sur les trajets lumineux. L_p désigne une lentille mince convergente placée à la sortie de l'interféromètre de manière à ce que son axe optique soit confondu avec l'axe Oy . Un écran E est placé dans le plan focal image de L_p . On note C le foyer image de L_p .

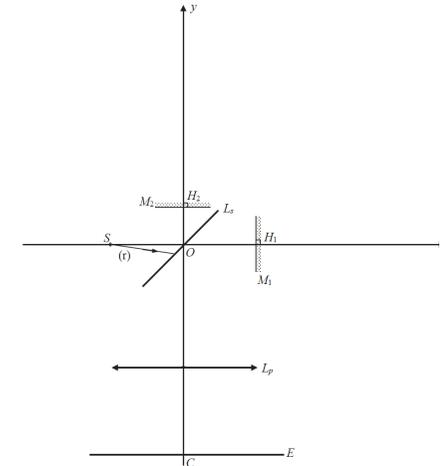


FIGURE 1 – Schéma de principe de l'interféromètre de Michelson

FIGURE 1 – Schéma de principe de l'interféromètre de Michelson

□ **Q 1** - Nommer les lames qui composent L_s . Qu'est-ce qui les distingue ? Expliquer la nécessité pratique d'utiliser deux lames.

□ **Q 2** - Un rayon lumineux, noté (r) , émis par S , a été représenté. Reproduire le schéma ci-dessous sur la copie avec $SO = OH_1 = 2OH_2$ et le compléter en faisant un tracé soigné des deux rayons (r_1) et (r_2) qui émergent de l'interféromètre après division de (r) . On laissera apparent tout élément de construction (traits, prolongements de rayons, points remarquables, etc.) justifiant d'un tracé raisonné sans utilisation d'aucun rapporteur d'angle. Tout élément explicatif (noms, positions des points, constructions réalisées...) sera également mentionné.

□ **Q 3** - Sur ce même schéma positionner le miroir fictif M'_1 justifiant de la dénomination " lame d'air " en faisant apparaître le point Q_1 intersection de M'_1 avec les deux prolongements fictifs ad hoc de (r_1) et (r_2) . Enfin, terminer le tracé des rayons (r_1)

et (r_2) après la lentille L_p jusqu'à l'écran E (on demande comme ci-dessus un tracé raisonné).

□ **Q 4** - Indiquer quelle est la forme des franges d'interférences observées sur l'écran (aucune justification n'est demandée). Comment nomme-t-on ces franges ?

□ **Q 5** - En appelant e l'épaisseur de la lame d'air et en prenant l'indice optique de l'air égal à 1, exprimer la différence de marche δ_0 au centre C de l'écran.

□ **Q 6** - On étudie le cas où la source de lumière utilisée présente un doublet spectral de nombres d'ondes σ_1 et σ_2 (on rappelle que $\sigma = 1/\lambda$). Donner l'expression des ordres d'interférence p_1 et p_2 en C pour chaque radiation du doublet en fonction de δ_0 , σ_1 et σ_2 .

□ **Q 7** - Pour quelles valeurs de la différence $p_1 - p_2$ y-a-t-il brouillage en C ?

En pratique la totalité de la figure d'interférences est affectée et on perd la visibilité des franges partout sur l'écran. En déduire, en fonction de l'écart spectral $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$, la variation D_δ de la différence de marche entre deux situations consécutives de brouillage. Comment nomme-t-on ces situations ?

□ **Q 8** - Application numérique : dans le cas du doublet H_α (écart spectral $\Delta\sigma_{exp} = 0,360\text{cm}^{-1}$), calculer la variation Δe de l'épaisseur de la lame d'air pour passer d'une situation de brouillage à la situation de brouillage directement consécutive.

2 - Résultats historiques

À l'entrée de leur interféromètre historique de 1887, Michelson et Morley ont utilisé un dispositif à prismes muni d'une fente pour sélectionner la raie H_α présente dans le spectre solaire. Ils ont observé des brouillages périodiques lors de la translation du miroir mobile de leur interféromètre. Partant du contact optique (bras de longueurs rigoureusement égales à L_0), ils ont compté un total de 6 brouillages de part et d'autre du contact optique (3 de chaque côté) pour un déplacement du miroir égal à $1/160^{ieme}$ de la longueur L_0 .

□ **Q 9** - Calculer la valeur de L_0 pour l'interféromètre de Michelson de 1887.

L'interféromètre, construit dans un sous-sol du campus de l'Université de Cleveland aux Etats-Unis, était monté sur une table en granite rectangulaire posée sur un cylindre de bois flottant dans du mercure.

La table faisait environ $130\text{cm} \times 110\text{cm}$ de cotés. La longueur L_0 des bras de l'interféromètre était synthétisée grâce à deux groupes de miroirs permettant plusieurs allers-retours du faisceau sur chaque voie, comme représenté sur la figure 2.

□ **Q 10** - À partir de la figure 2, donner, en expliquant votre calcul, une estimation grossière de la longueur d'un bras de l'interféromètre. L'ordre de grandeur obtenu est-il en accord avec la valeur L_0 trouvée à la question précédente ?

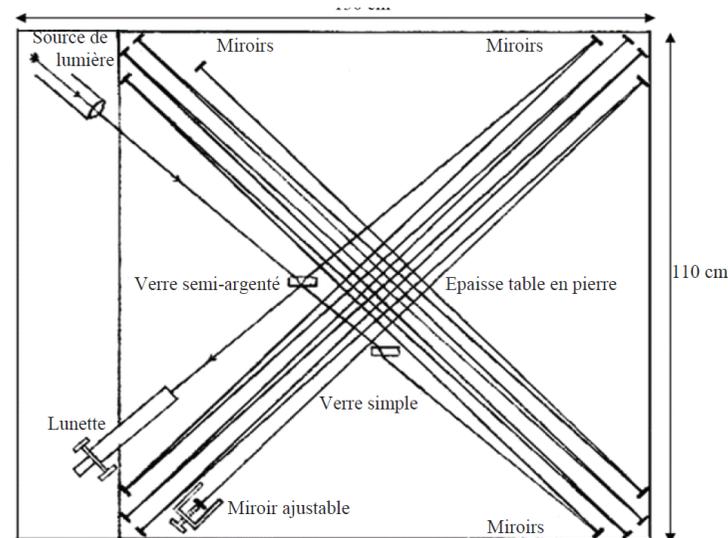


FIGURE 2 – Schéma des trajets lumineux dans l'interféromètre de Michelson et Morley de 1887 (source : http://ondes-relativite.info/DominiqueCabala/chap4_histo.htm)

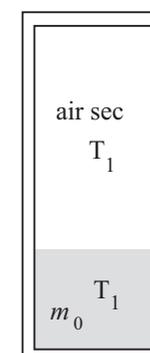
III. Thermodynamique

On met de l'eau chauffée à la température $T_1 = 300\text{ K}$ dans une bouteille de volume $V_0 = 1,0\text{ L}$, en ne remplissant la bouteille qu'au quart de sa capacité. La bouteille est ensuite fermée. On suppose que l'air enfermé avec l'eau dans la bouteille est parfaitement sec à l'instant initial à la température T_1 et qu'il n'y aura pas de transfert thermique avec l'extérieur.

□ **Q 11** - Qualitativement, que va-t-il se passer dans la bouteille ? Que peut-on prévoir quant à la température finale du système ?

□ **Q 12** - Au vu de la valeur numérique de T_1 , que pouvez-vous dire de la quantité de matière de l'eau liquide qui va s'évaporer ? Que peut-on en déduire sur le volume de ce liquide restant à l'équilibre ?

On considérera dans ce problème comme négligeables les chaleurs massiques de l'eau vapeur et de l'air vis-à-vis de celle de l'eau liquide. On admettra aussi que la transfor-



mation a lieu approximativement à P et V constants. On appelle T_{eq} la température à l'équilibre

□ **Q 13** - Exprimer en fonction de V_0 , R, T_{eq} , P_{sat} et M_{eau} , la masse d'eau qui a été vaporisée m_{vap} , à l'équilibre.

□ **Q 14** - À l'aide d'un bilan énergétique et en négligeant tout transfert thermique avec l'extérieur, en déduire une expression de la variation de température $\Delta T = T_{eq} - T_1$. L'évaluer numériquement en supposant que $\Delta T \ll T_{eq}$.

Dans un laboratoire, pour obtenir un effet de refroidissement accru, on place dans un récipient aux parois athermanes (interdisant les transferts thermiques) une masse m_0 d'eau liquide, à la température T_0 . La vapeur formée est éliminée par une pompe qui l'aspire lentement.

□ **Q 15** - Expliquer qualitativement ce qui va se passer.

□ **Q 16** - On cherche à évaluer les variations de masse de l'eau liquide. L'évaporation d'une masse dm d'eau provoque une variation de température dT à l'intérieur du récipient. Écrire l'équation différentielle liant $m(T)$, dm et dT .

□ **Q 17** - Pour le domaine de température considérée, l_V est une fonction affine de la température : $l_V = a - bT$, avec a et b des coefficients positifs. En déduire l'expression de la masse d'eau $m(T)$ présente à la température T en fonction de T_0 , a, b, c_L et $m_0 = m(T_0)$.

Données : à 300 K

- pression de vapeur saturante de l'eau à $T_{eq} = 300$ K : $P_{sat} = 7,00 \times 10^3$ Pa ;
- chaleur latente de vaporisation de l'eau $l_V = 3,00 \times 10^6$ J.kg⁻¹ ;
- chaleur massique de l'eau liquide $c_P = 4,20 \times 10^3$ J.K⁻¹.kg⁻¹ ;
- masse molaire de l'eau $M_{eau} = 18$ g.mol⁻¹ ;
- masse volumique de l'eau liquide : $\rho = 1,00 \times 10^3$ kg.m⁻³.

IV. Chimie

Des matériaux photo-catalytiques à base de dioxyde de titane permettent d'éliminer des polluants dans un objectif de traitement des effluents urbains ou industriels. Une étude cinétique a été réalisée sur la dégradation d'un pesticide, de concentration C, à l'aide de dioxyde de titane fixé sur des fibres optiques. Les fibres optiques servent de guide de lumière et permettent de gagner en efficacité. Si l'on note P le pesticide, l'équation de réaction est de la forme :



Temps (h)	0	5	10	20	30	40	50	60
C (μmol · L ⁻¹)	15,0	13,7	12,5	10,3	8,55	7,08	5,86	4,86

TABLE 1 – Données relatives à l'étude cinétique.

□ **Q 18** - À l'aide des données rassemblées dans le tableau 1, vérifier que cette réaction est compatible avec une cinétique d'ordre un.

□ **Q 19** - Donner la valeur numérique de la constante de vitesse k . L'unité de temps sera donnée en heure.

Le trichlorure de titane, $TiCl_3$, est utilisé comme catalyseur en chimie organique. On dispose d'une solution (S) de $TiCl_3$ dont on veut déterminer la concentration C_1 en soluté apporté.

Mode opératoire :

- On introduit une prise d'essai $E = 10,0$ mL de la solution (S) dans un erlenmeyer.
- On ajoute 5 mL d'acide sulfurique à environ 4 mol · L⁻¹.
- Le mélange est titré par les ions cérium Ce(IV) à la concentration molaire $C = 0,100$ mol · L⁻¹.
- L'équivalence est détectée pour un volume $V_E = 12,0$ mL à l'aide d'un indicateur coloré, la ferroïne.

On donne :

- Constante de solubilité à 25 °C : $K_s(Ti(OH)_3(s)) = 10^{-38}$.
- Produit ionique de l'eau à 25 °C : $K_e = 10^{-14}$.
- Potentiels standard à $pH = 0$ et à 25 °C :
 - $E^\circ(Ce^{4+}_{(aq)}/Ce^{3+}_{(aq)}) = 1,61$ V ;
 - $E^\circ(Ti^{4+}_{(aq)}/Ti^{3+}_{(aq)}) = 0,34$ V.

□ **Q 20** - Donner l'équation support de la réaction de titrage.

□ **Q 21** - Exprimer puis calculer la concentration en ions titane (III) C_1 en fonction de C, E et V_E .

□ **Q 22** - Les ions titane (III) forment un précipité d'hydroxyde de titane (III), $Ti(OH)_3(s)$. Déterminer le pH de précipitation de cet hydroxyde dans la solution (S).

Notons ρ la masse volumique de la terre définie par :

$$\rho = \frac{M_T}{4\pi R_T^3/3}$$

Utilisons les coordonnées cartésiennes, la masse volumique est uniforme et invariante par translation selon x et y , on en déduit que le champ de gravitation ne dépend que de z . Les plans Mxz et Myz sont des plans de symétrie pour la masse volumique. On en déduit que le champ de pesanteur s'écrit :

$$\vec{g}(M) = g(z) \vec{e}_z$$

Prenons comme surface de Gauss un cylindre de hauteur H et de rayon a . Le flux du champ de pesanteur sur la surface latérale est nulle. Le plan Oxy est plan de symétrie de la masse volumique, donc du champ de pesanteur. On en déduit que le flux sur les faces supérieure et inférieure de la surface de Gauss sont identiques. Ainsi :

$$\int \int \vec{g} \cdot d\vec{S} = 2g(z = H/2) \times \pi a^2$$

La masse contenue dans la surface de Gauss vaut : $M_{int} = \pi a^2 H \rho$. L'application du théorème de Gauss s'écrit alors :

$$\int \int \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{int} \quad \text{soit} \quad 2g(z = H/2) \times \pi a^2 = \pi a^2 H \rho$$

Le champ de pesanteur à la surface de la Terre plate vaut donc :

$$g_{plate} = |g(z = H/2)| = 4\pi G \frac{\rho H}{2}$$

Par définition, le champ de pesanteur de la Terre vaut :

$$g_T = G \frac{M_T}{4\pi R_T^2}$$

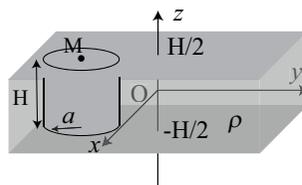
On en déduit, en remplaçant la masse volumique que :

$$\frac{g}{g_T} = \frac{G \rho H/2}{G \frac{M_T}{4\pi R_T^2}} = 12\pi \frac{H}{R_T}$$

Ainsi pour avoir une gravité identique à celle de la Terre, il faut une épaisseur de H de :

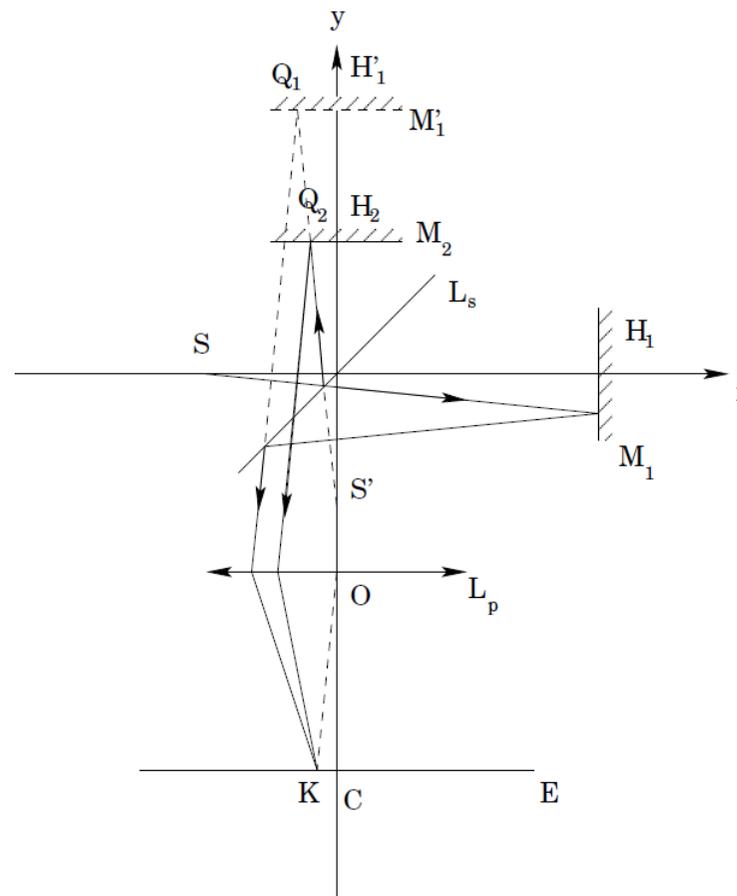
$$H = \frac{R_T}{12\pi} = 170 \text{ km}$$

On peut remarquer que la gravure proposée respecte cette valeur !



1 - Etudes préliminaires

- **Q 1** - La lame séparatrice est composée d'une lame semi-réfléchissante et d'une lame de verre de même épaisseur appelée compensatrice dont le but est de compenser le chemin optique en faisant traverser aux rayons lumineux la même épaisseur de verre.
- **Q 2** - On attend le schéma suivant.



- **Q 3** - Le miroir fictif est l'image de M_1 par la séparatrice. Il se retrouve parallèle à M_2 . Tout se passe comme si les rayons frappant le miroir M'_1 avaient une épaisseur d'air en plus à traverser.
- **Q 4** - Les franges d'interférences sont des anneaux ou franges d'égale inclinaison.

□ **Q 5** - La différence de marche au centre de la figure est :

$$\delta_0 = 2e$$

□ **Q 6** - Par définition :

$$p_1 = \sigma_1 \delta_0 \quad \text{et} \quad p_2 = \sigma_2 \delta_0$$

□ **Q 7** - Il y a brouillage lorsque les ordres sont décalés de $1/2$:

$$|p_1 - p_2| = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots = (n + \frac{1}{2})$$

Entre deux brouillages consécutifs, on a :

$$|p_1 - p_2| = \delta_0 \Delta\sigma = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad |p_1 - p_2| = \delta'_0 \Delta\sigma = \frac{3}{2}$$

On en déduit :

$$D_\delta = \delta'_0 - \delta_0 = \frac{1}{\Delta\sigma}$$

Les brouillages avec deux longueurs d'onde correspondent à des anti-coïncidences.

□ **Q 8** - Avec les valeurs proposées, on obtient :

$$\Delta e = \frac{D_\delta}{2} = \frac{1}{2\Delta\sigma} = 1,39 \text{ cm}$$

2 - Résultats historiques

□ **Q 9** - D'après la description, on en déduit que différence d'ordre a suivi la progression :

$$-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2$$

Entre les deux situations, on peut donc écrire :

$$|p_1 - p_2|_- = \Delta\sigma\delta_- = -\frac{5}{2} \quad \text{et} \quad |p_1 - p_2|_+ = \Delta\sigma\delta_+ = \frac{5}{2}$$

On en déduit que :

$$\Delta\sigma(\delta_+ - \delta_-) = 5$$

A partir de la description de la différence de marche, on peut écrire :

$$\delta_+ - \delta_- = 2e_+ - 2e_- = 2\frac{L_0}{160}$$

On en déduit que :

$$2\frac{L_0}{160} = \frac{5}{\Delta\sigma} = \frac{400}{\Delta\sigma} = 11 \text{ m}$$

□ **Q 10** - La diagonale de la table fait :

$$L \approx \sqrt{110^2 + 130^2} = 170 \text{ cm}$$

Un bras de l'interféromètre se décompte à partir du verre semi-argenté. On compte 7 + 1/2 diagonale entre le verre et le miroir, soit :

$$L_0 = 7,5 \times 170 \approx 13 \text{ m}$$

3 - Rendement d'un moteur

□ **Q 11** - Le cycle est parcouru dans le sens horaire, il s'agit d'une matrice motrice.

□ **Q 12** - L'étape A correspond pour une partie du gaz à la transformation 12 et pour celle dans la partie haute du cylindre à l'étape 23.

L'étape B correspond à la transformation 34 puis 45.

L'étape C correspond à la transformation 52 pour le gaz de la partie haute et 21 pour la partie basse.

□ **Q 13** - Ce moteur est considéré comme un moteur 2 temps car l'admission s'effectue en même temps que l'échappement.

□ **Q 14** - La vitesse angulaire maximale est de 6500 tours par minute. Un tour correspond à un cycle complet

d'où

$$t_{cycle} = \frac{60}{6500} = 9,2 \text{ ms}$$

On remarquera que pour un moteur 4 temps, un cycle correspond à 2 tours.

□ **Q 15** - La course du piston est de 39,3 mm. Il parcourt **2 fois** cette distance en un cycle. On en déduit que

$$v_{moy} = 8,5 \text{ m.s}^{-1}$$

□ **Q 16** - Les transformations peuvent être considérées comme quasistatique puisque les collisions peuvent engendrer l'équilibre mécanique à chaque instant. En l'absence de transfert thermique, elles sont également adiabatique.

4 - Rendement d'un moteur 2 temps idéalisé

□ **Q 17** - Les transferts thermiques se déroulent lors des phases 34 et 52. D'après la description :

$$Q_C = Q_{34} \quad \text{et} \quad Q_F = Q_{52}$$

□ **Q 18** - L'application du premier principe au gaz sur les transformation 34 et 52 donne

$$Q_C = C_V(T_4 - T_3) \quad \text{et} \quad Q_F = C_V(T_2 - T_5)$$

□ **Q 19** - Les transformations 23 et 45 sont adiabatiques réversibles pour un gaz parfait. L'utilisation des lois de Laplace conduit à

$$T_4 = T_5 a^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_2 = T_3 a^{\gamma-1}$$

□ **Q 20** - Par définition le rendement de cette machine est donnée par :

$$\eta = \frac{-W}{Q_C}$$

L'application du premier principe au fluide sur un cycle permet d'écrire :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_C + Q_F$$

On en déduit que :

$$\eta = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

En remplaçant, on obtient :

$$\eta = 1 + \frac{T_2 - T_5}{T_4 - T_3} = 1 + \frac{T_5 - T_2}{T_5 a^{\gamma-1} - T_2 a^{\gamma-1}}$$

d'où

$$\boxed{\eta = 1 - a^{1-\gamma}}$$

5 - Consommation

□ **Q 21** - Le taux de compression volumétrique est défini par

$$a = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$$

Les transformations sont adiabatiques et quasistatiques, on en déduit que l'on peut appliquer les lois de Laplace. Il vient

$$a = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right)^{1/\gamma} = 3,6$$

□ **Q 22** - La puissance maximale est de 2,40kW. On en déduit que d'après la définition de celui-ci

$$W = -\mathcal{P} \cdot t_{cycle}$$

□ **Q 23** - En utilisant la définition du rendement :

$$\eta = \frac{-W}{Q_C}$$

On en déduit que

$$Q_C = \mathcal{P} \cdot t_{cycle} / \eta = 55,4 \text{ J}$$

□ **Q 24** - La chaleur libérée par volume d'essence est q , on en déduit que la quantité d'essence sur un cycle :

$$v_{essence} = \frac{Q_C}{q}$$

La consommation d'essence est donc donnée par :

$$consommation = \frac{v_{essence}}{t_{cycle}} = \frac{\mathcal{P}}{q\eta} = 0,2 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Exprimons la consommation en L par heure :

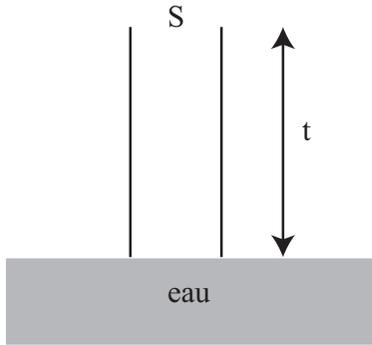
$$consommation = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \times 3600 = 0,72 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$$

Le scooter se déplaçant à la vitesse de 50km/h, il mettra deux heures pour effectuer 100 km, on en déduit que

$$consommation = 2 \times 0,72 = 1,4 \text{ L}/100\text{km}$$

Cette valeur est plus faible qu'une consommation réelle mais du bon ordre de grandeur.

□ **Q 25** - L'air au-dessus du liquide étant sec, il va se charger en vapeur d'eau, jusqu'à ce que la pression partielle en eau soit celle de vapeur saturante. Pour vaporiser cette quantité d'eau, il faudra prélever de l'énergie à l'eau liquide, c'est-à-dire la refroidir.



□ **Q 26** - La température étant nettement inférieure à 373 K, on peut supposer qu'une faible quantité d'eau va s'évaporer. Le volume du liquide est donc inchangé et vaut

$$V_{liq} = V_0/4$$

□ **Q 27** - Le volume disponible pour le gaz vaut donc

$$V_G = 3V_0/4$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, on obtient :

$$n_{vap} = \frac{P_{sat}3V_0/4}{RT_1}$$

En supposant que $T_{eq} = T_1$, on obtient :

$$m_{vap} = n_{vap}M_{eau} = \frac{3M_{eau}P_{sat}V_0}{4RT_1} = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

□ **Q 28** - Considérons le système constitué de l'eau restant liquide (1) et de l'eau s'évaporant (2). L'influence de l'air est négligé puisque la masse d'air est négligeable. L'enthalpie étant une fonction d'état, considérons l'évaporation de l'eau à la température T_1 puis du refroidissement de T_1 à T_{eq} :

$$\Delta H_2 = m_{vap}l_V + m_{vap}c_L(T_{eq} - T_1)$$

Le système (1) subit uniquement un du refroidissement de T_1 à T_{eq} .

$$\Delta H_1 = m_0c(T_{eq} - T_1)$$

L'ensemble étant calorifugé, la variation d'enthalpie est donnée par

$$\Delta H_{1+2} = Q = 0$$

Par extensivité de l'enthalpie :

$$\Delta H_{1+2} = \Delta H_1 + \Delta H_2$$

La masse m_{vap} étant négligeable devant m_0 , on en déduit que :

$$m_{vap}c_L(T_{eq} - T_1) \ll m_0c_L(T_{eq} - T_1)$$

Ainsi,

$$\Delta H_{1+2} = 0 = m_0c_L\Delta T + m_{vap}l_V$$

d'où

$$\Delta T = -\frac{m_{vap}l_V}{m_0c_L} = -0,1 \text{ K}$$

□ **Q 29** - Le système décrit aspire l'eau sous forme vapeur. La pression partielle en eau vapeur devenant inférieure à la pression de vapeur saturante, de l'eau va s'évaporer, prélevant de l'énergie à l'eau liquide. On obtient ainsi un refroidissement.

□ **Q 30** - Appliquons le premier principe lors d'une transformation infinitésimale. La masse d'eau liquide voit sa température évoluer de dT . La variation d'enthalpie de la masse d'eau restant liquide à la température T vaut :

$$dH_1 = m(T)c_LdT$$

La masse d'eau liquide diminue car elle se vaporise. Soit $dm < 0$ la variation de la masse d'eau liquide, $-dm$ correspond à la masse d'eau devenue vapeur. La variation d'enthalpie de la masse d'eau se vaporisant puis se refroidissant vaut

$$dH_2 = -dml_V - dmc_LdT \approx -dml_V$$

Par extensivité de H , l'application du premier principe conduit à :

$$dH_{1+2} = 0 = m(T)c_LdT - dml_V$$

soit

$$\frac{dm}{dT} - \frac{c_L}{l_V}m(T) = 0$$

□ **Q 31** - En utilisant l'expression de la chaleur latente de vaporisation, il vient :

$$0 = m(T)c_LdT - dm(a - bT) \quad \text{soit} \quad \frac{dm}{m} = -\frac{c_LdT}{a - bT}$$

À l'aide de la condition initiale suivante : $m(T_0) = m_0$, il vient

$$\ln \frac{m(T)}{m_0} = -\frac{c_L}{b} \ln \frac{a - bT}{a - bT_0}$$

d'où

$$m(T) = m_0 \left(\frac{a - bT}{a - bT_0} \right)^{-c_L/b}$$

□ **Q 32** - On fait l'hypothèse d'une réaction d'ordre un. On a alors, d'une part, $v = k[P] = kC$ et, d'autre part, $v = -\frac{dC}{dt}t$. On a alors :

$$\frac{dC}{dt}t + kC = 0. \quad (2)$$

La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$C(t) = C_0 \exp^{-kt}, \quad (3)$$

où C_0 est la concentration initiale en pesticide. On a alors :

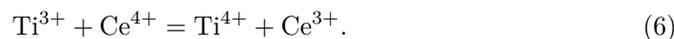
$$\ln C(t) = \ln C_0 - kt. \quad (4)$$

On réalise une régression linéaire à l'aide du nuage de points de coordonnées $(t, \ln C)$. On observe qualitativement que les points sont alignés. Cela confirme l'hypothèse initiale.

□ **Q 33** - La valeur absolue du coefficient directeur de la droite de régression donne la valeur de k . On trouve :

$$k = 1,89 \cdot 10^{-2} \text{ h}^{-1}. \quad (5)$$

□ **Q 34** - Il s'agit d'une réaction d'oxydo-réduction entre les ions Ti^{3+} et les ions Ce^{4+} :



□ **Q 35** -

À l'équivalence, les réactifs ont été versés dans les proportions stœchiométriques. On a donc :

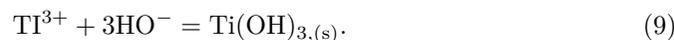
$$n_1 = n_{\text{Ce}^{4+} \text{ versé à l'équivalence}}, \text{ soit : } C_1 E = C V_E. \quad (7)$$

On a alors :

$$C_1 = \frac{C V_E}{E} = 1,2 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}. \quad (8)$$

□ **Q 36** -

L'équation de la réaction de précipitation s'écrit :



À la limite de précipitation, le système se trouve à l'équilibre chimique. On a donc :

$$[\text{Ti}^{3+}][\text{HO}^-]^3 = K_s c^{o4}. \quad (10)$$

À la limite de précipitation, seul un grain de $\text{Ti}(\text{OH})_{3(s)}$ est formé. Aussi, dans l'état final, $[\text{Ti}^{3+}] \simeq C_1$. En outre, l'équilibre d'autoprotolyse de l'eau permet de lier les concentrations en ions hydroxyde et en ions oxonium :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-] = K_e c^{o2}. \quad (11)$$

On a alors :

$$C_1 \left(\frac{K_e c^{o2}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \right)^3 = K_s c^{o4}, \quad (12)$$

soit :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = K_e \sqrt[3]{\frac{C_1 c^{o2}}{K_s}}. \quad (13)$$

Finalement, le pH de précipitation s'écrit :

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = \text{p}K_e + \frac{1}{3}(\text{p}C_1 - \text{p}K_s) = 1,6. \quad (14)$$